



Agenzia nazionale per le nuove tecnologie, l'energia  
e lo sviluppo economico sostenibile



*Ministero dello Sviluppo Economico*

## RICERCA DI SISTEMA ELETTRICO

Solutori multi livello per simulazioni LES di flussi comprimibili e reattivi

*G. Rossi, B. Favini, F. Donato, E. Giacomazzi, F.R. Picchia, N.M.S. Arcidiacono*



**SAPIENZA**  
UNIVERSITÀ DI ROMA

Report RdS/2012/198

## SOLUTORI MULTI LIVELLO PER SIMULAZIONI LES DI FLUSSI COMPRIMIBILI E REATTIVI

G. Rossi, B. Favini (Università di Roma "Sapienza", Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale)  
F. Donato, E. Giacomazzi, F.R. Picchia, N.M.S. Arcidiacono (ENEA)

Settembre 2012

Report Ricerca di Sistema Elettrico

Accordo di Programma Ministero dello Sviluppo Economico - ENEA

Area: Produzione di energia elettrica e protezione dell'ambiente

Progetto: Studi sull'utilizzo pulito dei combustibili fossili e cattura e sequestro della CO<sub>2</sub>

Responsabile del Progetto: Stefano Giammartini, ENEA

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>5</b>
1.1	Simulazioni LES per Bruciatori . . . . .	5
1.2	Il Bruciatore con Tecnologia ISOTHERM . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Tecniche di Mesh Refinement</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Mesh Refinement per il Codice HeaRT</b>	<b>9</b>
3.1	Algoritmo di Soluzione . . . . .	10
3.2	Operatori di Comunicazione tra i Livelli . . . . .	12
3.2.1	Restrizione . . . . .	12
3.2.2	Prolungamento . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Test del Codice Multirisoluzione</b>	<b>17</b>
<b>5</b>	<b>Codice HeaRT: Trattamento delle Condizioni al Contorno</b>	<b>21</b>
<b>6</b>	<b>Nuove Condizioni al Contorno</b>	<b>23</b>
<b>7</b>	<b>Confronto delle Varie BC</b>	<b>26</b>
<b>8</b>	<b>Esperimento di Sommerfeld e Qiu</b>	<b>31</b>
<b>9</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>37</b>

## Sommario

Le simulazioni numeriche con approccio di tipo LES sono largamente usate nello studio di fenomeni complessi in presenza di campi fluidodinamici fortemente turbolenti: in domini di grandi dimensioni e in presenza di griglie strutturate, però, questo approccio presenta notevoli problematiche concernenti la risoluzione massima ottenibile dalla griglia di calcolo. Aumentando il numero di punti in una zona, infatti, si aumentano proporzionalmente il numero di punti di calcolo dell'intero dominio. Per evitare tempi di simulazione troppo lunghi, è senza dubbio molto utile la possibilità di scegliere "a priori" alcune zone di campo in cui la griglia ha una risoluzione maggiore, senza che questo si traduca in un aumento di punti in ogni parte del dominio.

L'approccio multirisoluzione scelto per il codice HeaRT permette di migliorare la qualità della soluzione in quei punti dove la presenza di un solo livello di griglia non permetterebbe di osservare le scale più piccole presenti all'interno del campo di moto, che hanno un'importanza fondamentale nello sviluppo della topologia del flusso.

Sono stati quindi sviluppati e implementati nel codice HeaRT algoritmi di comunicazione tra i vari livelli di griglia, sia per le variabili scalari (collocate al centro della cella di calcolo), sia per le quantità di moto (collocate sulle facce della cella di calcolo), che intervengono per il trasferimento delle variabili integrate all'interno della griglia e per il trasferimento delle condizioni al contorno sui bordi.

Dopo alcune prove su campi monodimensionali, che hanno confermato la validità dell'approccio scelto, si è scelto di simulare, mediante la tecnica multilivello, l'esperimento di Sommerfeld e Qiu[1], già simulato dall' Ing. Filippo Donato, che presenta un campo di moto estremamente complesso a causa della presenza di due getti coassiali con velocità diverse: le simulazioni sono ancora in corso e non è stato perciò possibile inserire un confronto sia con i risultati ottenuti dall' Ing. Filippo Donato, sia con i dati sperimentali.

# 1 Introduzione

## 1.1 Simulazioni LES per Bruciatori

Lo studio di bruciatori per la produzione di energia non può prescindere dal considerare un campo di moto turbolento: alcuni fenomeni propri di questi impianti, sono notevolmente influenzati dalla turbolenza del getto e dall'interazione tra le strutture turbolente con le pareti del bruciatore, gli iniettori o il fronte di fiamma.

In particolare, per ottenere una fiamma stabile (che rimanga cioè ancorata nella posizione definita in fase di progetto senza venire soffiata via al variare delle condizioni operative) sono generalmente utilizzati alcuni accorgimenti, come l'uso di "bluff bodies" (corpi tozzi) che generano vortici, la presenza di un condotto divergente e l'uso di "swirlers", che impongono alle correnti di combustibile e ossidante (o della miscela) una componente tangenziale di velocità. In tutti e tre i casi è evidente come la turbolenza del getto rivesta un ruolo fondamentale nel funzionamento dei bruciatori.

Considerate le alte velocità del flusso premiscelato di combustibile e ossidante (o dei singoli componenti in caso di getto non premiscelato) all'entrata della camera di combustione, e considerata anche la dimensione, generalmente piuttosto ridotta, degli iniettori, una simulazione con approccio DNS è impensabile per questa tipologia di impianti; un approccio di tipo RANS è di difficile attuazione, a causa della difficoltà di ottenere un modello di turbolenza sufficientemente valido per il problema in esame (flusso in non equilibrio termico e chimico, con geometrie complesse) e del numero di simulazioni necessarie per ottenere dei risultati affidabili.

L'approccio più promettente è senza dubbio di tipo LES, in quanto permette di ottenere risultati migliori di un approccio RANS e in tempi sicuramente minori di un approccio DNS; di contro, le risorse di calcolo richieste sono comunque notevoli: la griglia non può avere celle di dimensioni troppo grandi (per permettere la risoluzione delle scale turbolente significative) e perciò i punti di calcolo sono necessariamente molto numerosi.

## 1.2 Il Bruciatore con Tecnologia ISOTHERM

La tecnologia ISOTHERM, sviluppata da ITEA in collaborazione con ENEA, prevede una ossicombustione in assenza di fiamma (FLOX®) di una miscela composta da ossigeno e "slurry" (fanghiglia) di carbone: in questo modo la combustione avviene in maniera uniforme, controllata e a senza picchi di temperatura, data la mancanza di un fronte di fiamma e la presenza di goccioline di acqua e vapore acqueo. I gas prodotti dalla combustione, inoltre, vengono reimmessi all'interno del bruciatore (diluendo e preriscaldando l'ossigeno) per abbattere drasticamente la presenza di  $\text{NO}_x$  e produrre ceneri pesanti e leggere completamente inerti.

L'impianto pilota per lo studio di questa tecnologia prevede un bruciatore cilindrico lungo oltre 5m e di oltre 1m di diametro; una simulazione numerica di tipo LES su un combustore di

queste dimensioni presenta notevoli problematiche, poichè la risoluzione necessaria per risolvere con esattezza il campo fluidodinamico è piuttosto elevata, date le ridotte dimensioni degli iniettori di ossigeno (alcuni millimetri). Basando la dimensione caratteristica della griglia sulle piccole scale presenti all'interno del campo di moto, la griglia di calcolo avrebbe un numero di punti troppo elevato per permettere dei tempi di simulazione ragionevoli; al contrario, l'utilizzo di una griglia di calcolo che permetta una simulazione numerica dell'intero bruciatore in tempi accettabili, non consente l'osservazione di fenomeni di notevole importanza per il funzionamento dell'impianto, come ad esempio i vortici in prossimità degli iniettori e l'interazione tra slurry di carbone e ossigeno gassoso.

La presenza di un flusso multifase, inoltre, è un parametro vincolante nella scelta della risoluzione della griglia di calcolo: la dimensione della cella, infatti, non può essere minore della dimensione della particella solida o della gocciolina trasportate dal fluido.

Appare perciò evidente che una simulazione mediante metodologia LES su questo tipo di combustore consente di ottenere risultati soddisfacenti solo se utilizzata congiuntamente ad una tecnica di mesh refinement; la griglia di calcolo non è semplicemente deformata (stretching), ma sono presenti griglie di calcolo a risoluzioni differenti a seconda della zona considerata: in prossimità degli iniettori, dove si concentrano i fenomeni turbolenti su piccola scala e dove è forte l'interazione fra i getti, è presente una griglia (o più griglie) fitta sovrapposta alla griglia rada, mentre nella parte terminale dell'impianto, dove la velocità del flusso e la turbolenza sono basse, è presente una sola griglia rada.

## 2 Tecniche di Mesh Refinement

Le tecniche di mesh refinement sono numerose e piuttosto diffuse nell'ambito di simulazioni numeriche complesse, in quanto permettono una migliore approssimazione della soluzione e in alcuni casi una riduzione dei tempi di calcolo. Nell'ambito dello studio di una tecnica di mesh refinement per il codice HeaRT sono stati analizzati diversi articoli riguardanti l'uso di metodi per il miglioramento della soluzione ottenuta tramite simulazioni di tipo LES: la ricerca è risultata piuttosto difficoltosa, in quanto il numero di articoli riguardanti una tecnica multilivello per flussi turbolenti, reagenti e compressibili è esiguo; inoltre l'argomento è spesso trattato in maniera non esaustiva, perchè la soluzione adottata non è molto convincente, o perchè gli autori tendono a non rivelare le loro conclusioni circa il metodo adottato.

Gli articoli considerati riguardano:

- metodi *multigrid* (che hanno alcune similitudini con il metodo multilivello);
- simulazioni LES con tecniche multilivello per flussi *non reagenti*;
- mesh refinement di tipo *adattivo* in assenza di turbolenza;
- mesh refinement di tipo adattivo per flussi *reagenti*.

L'idea di base di una tecnica multilivello è lavorare non su una singola griglia, ma con griglie differenti di risoluzione via via maggiore, che interagiscono tra loro.

La tecnica multigrid si applica alla soluzione di equazioni e sistemi di equazioni ellittici o iperbolici e consente un notevole aumento della velocità di convergenza della simulazione; consiste in una serie di procedimenti iterativi atti a ridurre i *residui* derivanti dalla soluzione approssimata delle equazioni ([2]): questo metodo non è applicabile al codice HeaRT, nel quale lo schema numerico adottato è di tipo esplicito.

Nel caso di flussi non reagenti, le tecniche multilivello ben si adattano ad approcci di tipo LES ([3], [4]): in questo caso, le varie griglie non avanzano dello stesso istante temporale, ma la soluzione a livello  $l + 1$  è "congelata" (quasi-static approximation) durante l'integrazione della griglia di livello  $l$ ; le equazioni perciò vengono risolte per la maggior parte del tempo sulla griglia più lasca e il campo di moto risultante è interpolato sulle griglie più fitte, dove si arricchisce delle frequenze risolte a quel determinato livello di griglia.

Le griglie non uniformi non permettono di ottenere soluzioni migliori dal punto di vista della turbolenza: l'unico risultato ottenibile è una migliore rappresentazione del profilo medio della velocità; per migliorare la qualità della soluzione è necessario l'uso di griglie sovrapposte con crescente livello di raffinamento ([5]). L'interazione tra le griglie è ottenuta mediante l'imposizione di condizioni al contorno dalla griglia rada sulla griglia fitta: se i bordi della griglia fitta coincidono con una parete, le condizioni al contorno "standard" sono applicate sia sulla griglia rada che sulla griglia fitta, se invece i bordi della griglia fitta cadono all'interno

della griglia rada, alla griglia fitta vengono imposte condizioni al contorno di Dirichelet. Queste condizioni al contorno devono essere aggiornate ad ogni time step.

Nel caso di fluidi incomprimibili, l'accoppiamento tra le griglie può essere ottenuto tramite l'equazione di Poisson per la pressione ([6], [7]): ogni griglia risolve le equazioni di conservazione della quantità di moto e "l'informazione" aggiuntiva dovuta alla maggiore risoluzione della griglia è incorporata nel termine sorgente dell'equazione di Poisson. Per il passaggio delle informazioni tra i veri livelli di griglia (che avvengono ad ogni time step) vengono utilizzati polinomi di Fourier. Nel caso di fluidi reagenti

Considerando un sistema di equazioni iperboliche, è possibile implementare un mesh refinement di tipo adattivo ([8]): mediante una procedura di valutazione dell'errore (calcolato come la differenza tra la soluzione calcolata con un time step  $2\mathbf{t}$  e la soluzione calcolata in due time step successivi  $\mathbf{t}$ ) si identificano le zone in cui è necessario il mesh refinement; tramite opportuni criteri che massimizzano l'efficienza dell'algoritmo si provvede all'introduzione di nuovi livelli di griglia o all'unione di altri. La comunicazione tra il livello  $\mathbf{l}$  e il livello  $\mathbf{l}+1$  (più fitto) avviene tramite interpolazioni bilineari dei valori della griglia di livello  $\mathbf{l}$ , mentre la comunicazione in direzione opposta è effettuata tramite una media dei valori delle celle di livello  $\mathbf{l}+1$ .

## 3 Mesh Refinement per il Codice HeaRT

Dall'analisi precedente appare evidente come sia necessario introdurre una tecnica di mesh refinement "ad hoc" per il codice HeaRT, considerate le caratteristiche dei fluidi simulati: siamo infatti in presenza di flussi comprimibili, multifase, reagenti e ad elevata turbolenza.

Il mesh refinement in questo caso è di tipo multilivello: su tutto il dominio di calcolo di estende la griglia rada e in zone opportune sono generati a priori livelli di griglia di risoluzione via via crescente, sempre sovrapposti; il raffinamento tra i livelli è costante ed uguale per ogni direzione, cioè:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} &= \frac{\Delta x_2}{\Delta x_3} = \dots = \frac{\Delta x_{l-1}}{\Delta x_l} = r \\ \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} &= \frac{\Delta y_2}{\Delta y_3} = \dots = \frac{\Delta y_{l-1}}{\Delta y_l} = r \\ \frac{\Delta z_1}{\Delta z_2} &= \frac{\Delta z_2}{\Delta z_3} = \dots = \frac{\Delta z_{l-1}}{\Delta z_l} = r \end{aligned} \quad (3.1)$$

e si è imposto che in una cella coarse siano contenute  $n$  celle fine (con  $n = 2$  per un caso monodimensionale,  $n = 4$  per un caso bidimensionale e  $n = 8$  per una griglia tridimensionale). Per ottenere però una griglia di livello  $l + 1$  a partire da una griglia di livello  $l$ , non è possibile dividere semplicemente in  $n$  celle la cella della griglia coarse, poichè in presenza di una griglia non uniforme (stretching) si otterrebbero sicuramente delle discontinuità nelle dimensioni delle celle della griglia fine.

Una soluzione a questo problema è quella di mappare tutti i punti della griglia di livello  $l$  in un sistema di coordinate "fittizie" nel quale la griglia appare uniforme; dalla griglia ottenuta nel nuovo sistema di coordinate si ricavano le celle della griglia fitta, dividendo per  $n$  ogni cella della griglia coarse. Successivamente, i punti della griglia fitta nel nuovo sistema di coordinate vengono riportate nel sistema di coordinate originario. In questo modo la griglia fitta presenta una regolarità nello stretching delle celle.

Si è adottata, come convenzione, una numerazione dei livelli che parte dal livello più rado (livello 1) e prosegue fino al livello più fitto.

Le griglie sono annidate, cioè i punti sul bordo della griglia al livello  $l$  devono essere contenuti all'interno della griglia di livello  $l - 1$ , eccezion fatta per i punti in prossimità di una parete solida.

In un approccio di questo tipo è necessario predisporre procedure di comunicazioni tra i vari livelli, al fine di ottenere soluzioni coerenti tra le varie griglie. I vari livelli comunicano tra loro tramite due operazioni: **prolungamento** e **restrizione**. La prima è usata per il passaggio delle informazioni dalla griglia di livello  $l - 1$  alla griglia di livello  $l$ , **solo per quanto riguarda le condizioni al contorno sulle celle "ghost" ( $G^n$ )**, mentre la seconda è usata per il passaggio delle informazioni dalla griglia di livello  $l$  alla griglia di livello  $l - 1$ , **per i punti interni**, cioè per i punti in cui la soluzione viene effettivamente integrata sulla griglia di livello  $l$ .

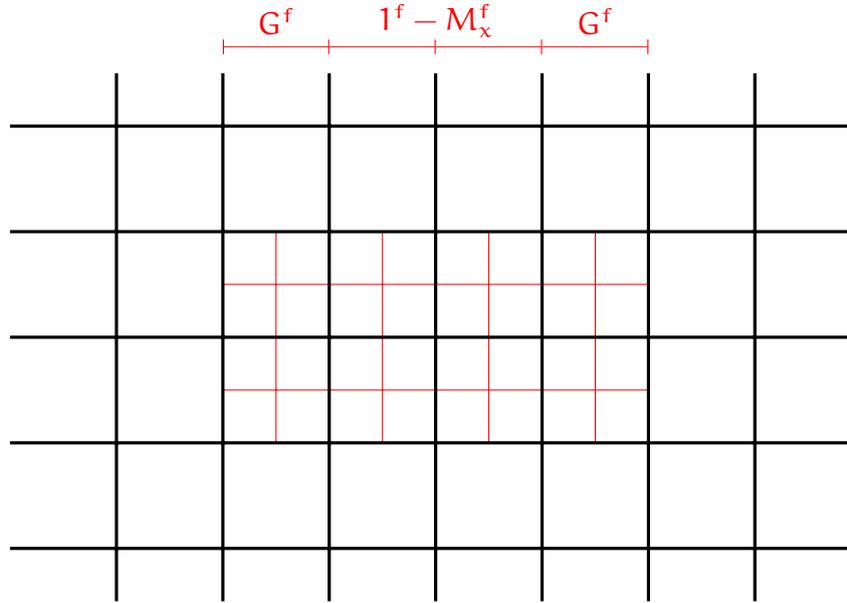


Figura 3.1: Posizione Reciproca delle Griglie

### 3.1 Algoritmo di Soluzione

L'algoritmo di soluzione prevede che i vari livelli integrino in maniera indipendente le equazioni di conservazione: la comunicazione, infatti, non avviene mai all'interno di un passo temporale ma sempre alla fine dell'algoritmo di Runge-Kutta. In particolare, la comunicazione tra il livello  $l$  e il successivo (o il precedente) avviene solo e soltanto quando i due livelli hanno raggiunto lo stesso istante temporale. I livelli più fitti, quindi, per rispettare le condizioni di stabilità convettiva e diffusiva, devono eseguire  $p$  passi di integrazione per raggiungere il livello che li precede ed effettuare così la comunicazione (ogni livello calcola infatti il  $\delta t$  che rispetta le condizioni di stabilità proprie della sua griglia).

L'algoritmo è illustrato in maniera dettagliata in figura 3.2, nella quale per semplicità sono stati considerati solo 3 livelli.

La procedura è descritta in seguito:

1. **Prolungamento** delle condizioni al contorno al tempo  $t_{in}$  dal livello 1 al livello 2;
2. **Prolungamento** delle condizioni al contorno al tempo  $t_{in}$  dal livello 2 al livello 3;
3. **Integrazione** temporale della griglia di livello 1, da  $t_{in}$  a  $t_{fin}$ ;
4. **Integrazione** temporale della griglia di livello 2, da  $t_{in}$  a  $t_{fin_2} \neq t_{fin}$ ;
5. **Integrazione** temporale della griglia di livello 3, da  $t_{in}$  a  $t_{fin_2} \neq t_{fin}$ , mediante  $p_1$  passi di integrazione, durante i quali le condizioni al contorno della griglia fitta sono mantenute costanti all'istante  $t_{in}$ ;
6. **Prolungamento** delle condizioni al contorno al tempo  $t_{fin_2}$  dal livello 2 al livello 3;

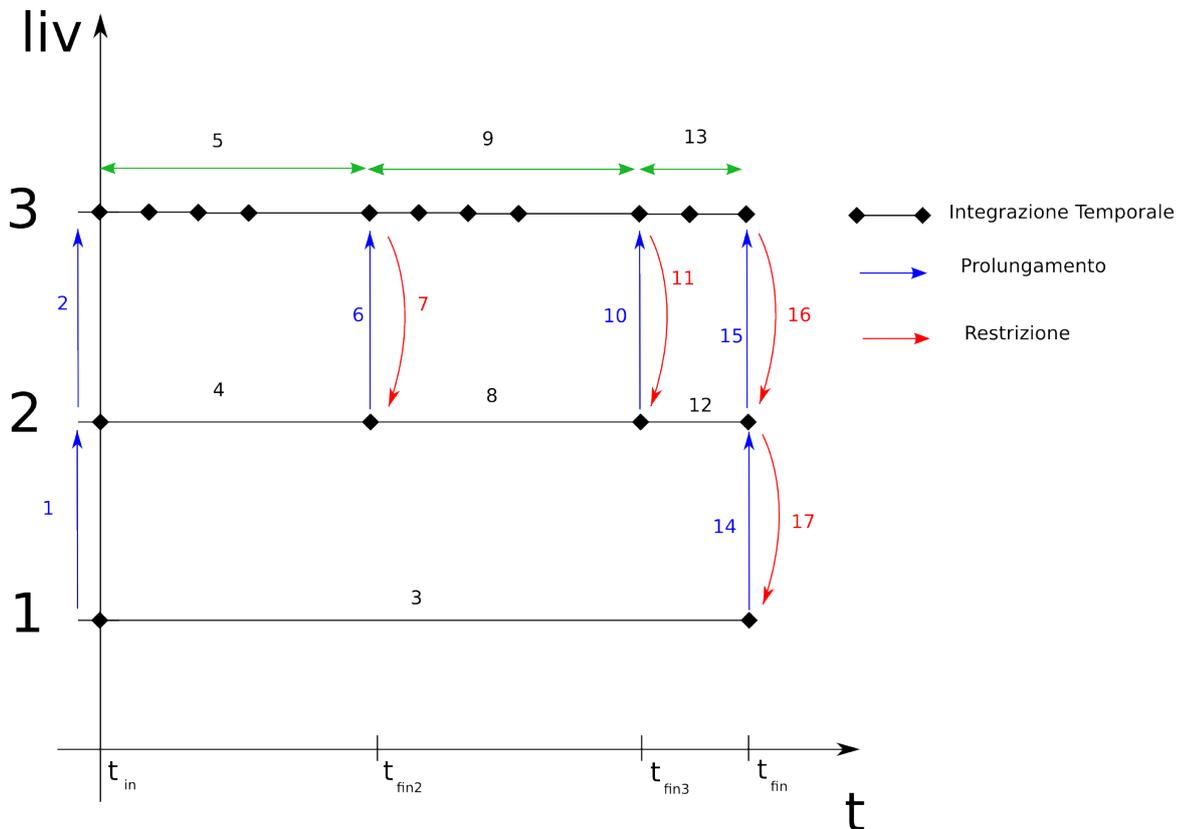


Figura 3.2: Schema per l'Avanzamento Temporale della Soluzione sui Vari Livelli di Griglia

7. **Restrizione** della soluzione calcolata all'istante  $t_{fin2}$  dal livello 3 al livello 2;
8. **Integrazione** temporale della griglia di livello 2, da  $t_{fin2}$  a  $t_{fin3}$ ;
9. **Integrazione** temporale della griglia di livello 3, da  $t_{fin2}$  a  $t_{fin3} \neq t_{fin}$ , mediante  $p_2$  passi di integrazione, durante i quali le condizioni al contorno della griglia fitta sono mantenute costanti all'istante  $t_{fin2}$ ;
10. **Prolungamento** delle condizioni al contorno al tempo  $t_{fin3}$  dal livello 2 al livello 3;
11. **Restrizione** della soluzione calcolata all'istante  $t_{fin3}$  dal livello 3 al livello 2;
12. **Integrazione** temporale della griglia di livello 2, da  $t_{fin3}$  a  $t_{fin}$ ;
13. **Integrazione** temporale della griglia di livello 3, da  $t_{fin3}$  a  $t_{fin}$ , mediante  $p_3$  passi di integrazione, durante i quali le condizioni al contorno della griglia fitta sono mantenute costanti all'istante  $t_{fin3}$ ;
14. **Prolungamento** delle condizioni al contorno al tempo  $t_{fin}$  dal livello 1 al livello 2;
15. **Prolungamento** delle condizioni al contorno al tempo  $t_{fin}$  dal livello 2 al livello 3;
16. **Restrizione** della soluzione calcolata all'istante  $t_{fin}$  dal livello 3 al livello 2;

17. **Restrizione** della soluzione calcolata all'istante  $t_{fin}$  dal livello 2 al livello 1;

Il solutore presente all'interno del codice HeaRT è stato perciò trasformato in una procedura ricorsiva, nella quale il livello  $l$ , una volta integrato, richiama il solutore per il livello successivo  $l + 1$  (se presente), che ripete la stessa operazione fino a quando non viene raggiunto il livello più fitto. In seguito, il livello più fitto ( $l_n$ ) raggiunge il livello che lo precede mediante  $p$  passi temporali e così via, fino a che tutti i livelli non hanno raggiunto il livello 1. A quel punto la procedura di integrazione delle equazioni di conservazione può definirsi conclusa e il livello 1 passa al time step successivo.

Nell'algoritmo appena descritto, le comunicazioni tra i vari livelli di griglia rivestono un'importanza fondamentale: mediante comunicazioni ad intervalli prestabiliti, infatti, le griglie sono vincolate e le soluzioni sui vari livelli di griglia sono tutte coerenti tra loro (ferma restando una differente rappresentazione del campo fluidodinamico dovuta alla diversa risoluzione dei livelli).

Ad esempio, nel caso di un flusso turbolento, i piccoli vortici hanno grande importanza sul mescolamento del fluido a livello macroscopico: se la griglia fitta, che individua e risolve i vortici di piccole dimensioni, non comunicasse la soluzione ai livelli superiori, le soluzioni integrate sulle griglie più lasche (che a causa della loro risoluzione non contemplano l'esistenza di tali vortici) risulterebbero diverse, anche in maniera significativa, rispetto alla soluzione ottenuta sulla griglia fitta, proprio a causa dell'errata rappresentazione del meccanismo di mescolamento.

Considerando poi che le condizioni al contorno per la griglia fitta sono ottenute mediante prolungamento della soluzione calcolata al livello immediatamente superiore, risulta ancora più chiaro come questo continuo scambio di informazioni tra i vari livelli di griglia sia necessario per una efficace implementazione di un metodo multi-livello: una soluzione errata sul livello più lasco, infatti, prolungherà sul livello più fitto condizioni al contorno non corrette, che lo allontaneranno dalla soluzione calcolata nel time step precedente, nel quale invece si è tenuto conto dei movimenti del fluido su scala molto ridotta.

L'algoritmo è stato scelto in base alle caratteristiche del codice HeaRT e del suo solutore: l'uso di griglie strutturate multiblocco ben si adatta alla presenza di molteplici livelli di griglia "sovrapposti"; le condizioni al contorno "bloccate" inoltre garantiscono che i vari livelli di griglia restino comunque vincolati tra loro, come la restrizione della soluzione dal livello più fitto a quello più lasco. La presenza della griglia lasca su tutto il campo permette inoltre l'introduzione di livelli di griglia più raffinati in zone dove inizialmente non erano previsti, senza dover modificare per intero il dominio di calcolo: ciò si traduce in un notevole risparmio di tempo e consente inoltre di utilizzare come input di partenza per nuove simulazioni campi fluidodinamici già sviluppati senza dover necessariamente ripartire da zero.

## 3.2 Operatori di Comunicazione tra i Livelli

Per semplicità di trattazione, gli operatori illustrati di seguito si riferiscono al caso di griglia cartesiana bidimensionale.

### 3.2.1 Restrizione

Per il passaggio della soluzione dal livello  $n$  al livello  $n - 1$  viene utilizzato l'operatore di **restrizione**. Nel caso delle grandezze scalari (collocate al centro della cella, figura 3.3), lo

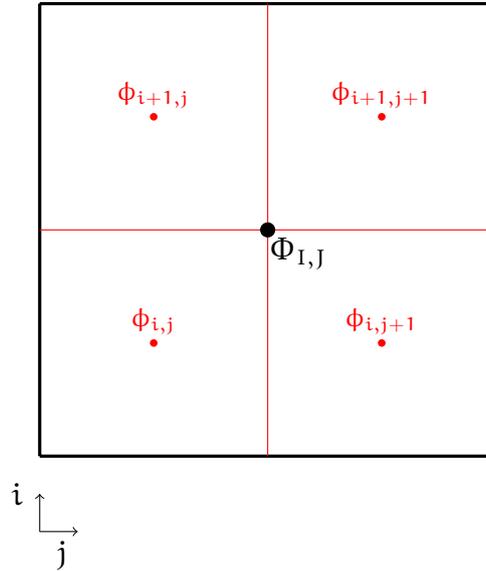


Figura 3.3: Posizione degli Scalari nella Griglia Semplificata (Bidimensionale)

scalare della cella coarse è calcolato dagli scalari delle celle fine mediante la:

$$\Phi_{I,J} = \frac{(\phi_{i,j}A_{i,j} + \phi_{i,j+1}A_{i,j+1} + \phi_{i+1,j}A_{i+1,j} + \phi_{i+1,j+1}A_{i+1,j+1})}{A_{i,j} + A_{i,j+1} + A_{i+1,j} + A_{i+1,j+1}}$$

dove naturalmente  $A_{i,j} + A_{i,j+1} + A_{i+1,j} + A_{i+1,j+1} = A_{I,J}$ ; le grandezze  $A_{i,j}$ ,  $A_{i,j+1}$ ,  $A_{i+1,j}$ ,  $A_{i+1,j+1}$ , sono le aree delle celle fine contenute nella cella coarse, di area  $A_{I,J}$ . In pratica, viene fatta la somma delle grandezze della griglia fine sull'area (volume per il 3D) di controllo della cella coarse.

Nel caso dei flussi  $\rho\mathbf{u}$ , collocati su 2 lati della cella, per rispettare le aree di controllo, il procedimento è più complicato: la collocazione sfalsata delle variabili, infatti, implica che all'interno di un'area di controllo del flusso  $\rho\mathbf{u}$  della cella coarse, siano compresi 6 (12 nel caso 3D) flussi appartenenti alla griglia fine. La ricostruzione avviene quindi sommando tutti questi contributi al flusso coarse:

$$\rho\mathbf{u}_{I,J} = \frac{\sum_{\substack{p=1, \\ n=2}} \rho\mathbf{u}_{i+p,j+n} A_{i+p,j+n}}{\sum_{\substack{p=1, \\ n=2}} A_{i+p,j+n}}$$

dove, in riferimento alla figura 3.4, le aree  $A_{i+p,j+n}$  sono le aree (o frazioni di area) delle celle fine, la cui somma rappresenta proprio l'area di controllo del flusso coarse di velocità.

Per minimizzare gli effetti "di bordo", si è scelto di eliminare, dall'insieme dei punti interni che partecipano alla restrizione, la corona esterna, più vicina alle celle ghost sulle quale vengono trasferiti i valori dalle celle rade di livello inferiore (celle blu in figura 3.5; le celle rosse tratteggiate sono le celle ghost della griglia fitta).

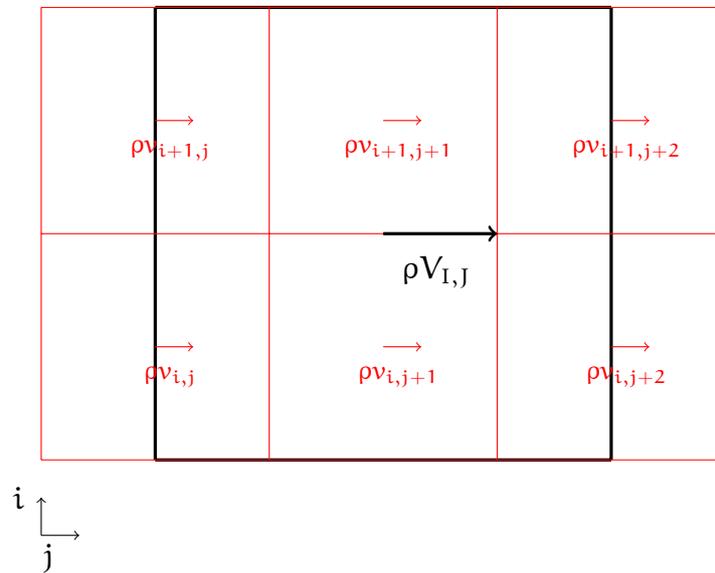


Figura 3.4: Posizione dei Flussi nella Griglia Semplificata (Bidimensionale)

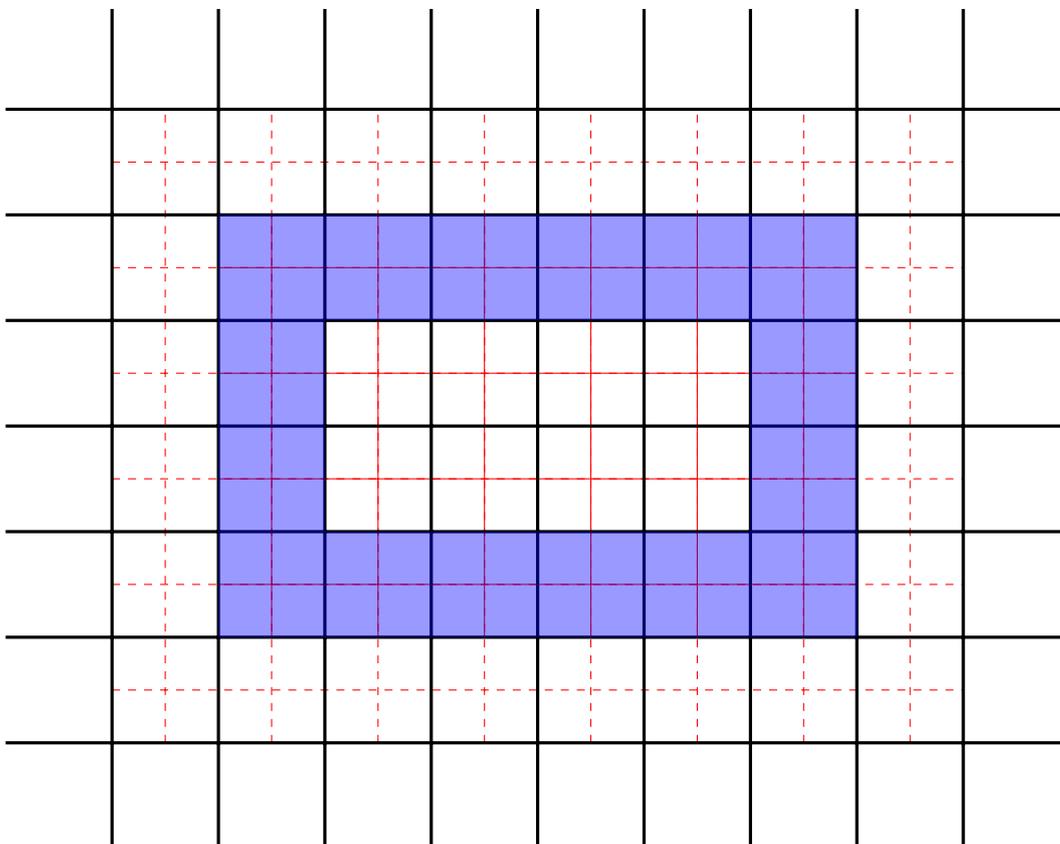


Figura 3.5: Posizione Reciproca delle Griglie

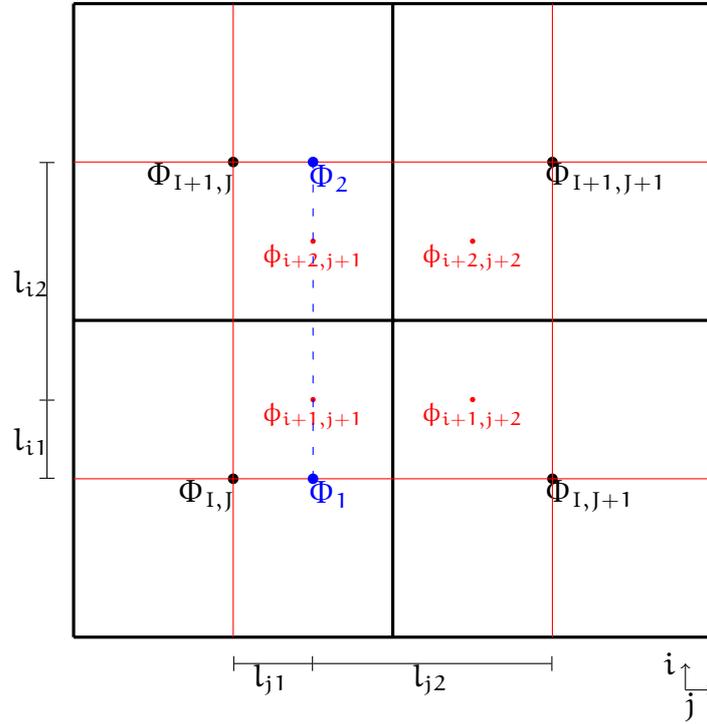


Figura 3.6: Prolungamento delle Grandezze Scalari

### 3.2.2 Prolungamento

Il passaggio delle variabili scalari dal livello  $n - 1$  al livello  $n$ , viene eseguito mediante interpolazioni bilineari o trilineari (caso 3D): le prime per le variabili scalari e per i flussi “interni” (i flussi della griglia fitta che sono associati alle facce che si trovano all’interno della cella rada a cui appartengono), le seconde per i flussi di interfaccia, quelli cioè associati alle facce delle celle fitte coincidenti con le facce delle celle rade.

Prendendo in esame la griglia “semplificata” presente in figura 3.6, viene eseguita un’interpolazione bilineare tra 4 scalari delle celle coarse (punti neri in figura 3.6), per ottenere i valori delle variabili fine (punti rossi in figura). Ad esempio, per il valore  $\phi_{i+1,j+1}$  viene prima eseguita un’interpolazione lineare lungo la direzione  $j$  tra  $\Phi_{I,J}$  e  $\Phi_{I,J+1}$  per calcolare  $\Phi_1$  e tra  $\Phi_{I+1,J}$  e  $\Phi_{I+1,J+1}$  per calcolare  $\Phi_2$ :

$$\Phi_1 = \frac{l_{j2}\Phi_{I,J} + l_{j1}\Phi_{I,J+1}}{l_{j1} + l_{j2}} \quad \Phi_2 = \frac{l_{j2}\Phi_{I+1,J} + l_{j1}\Phi_{I+1,J+1}}{l_{j1} + l_{j2}} \quad (3.2)$$

Poi si interpolano i valori  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$  lungo la direzione  $i$ :

$$\phi'_{i+1,j+1} = \frac{l_{i2}\Phi_1 + l_{i1}\Phi_2}{l_{i1} + l_{i2}} \quad (3.3)$$

Per i vettori il discorso è analogo: per prima cosa si effettua un’interpolazione lineare (figura 3.7) tra i valori  $\rho\mathbf{u}_{I,J}$  e  $\rho\mathbf{u}_{I,J+1}$ :

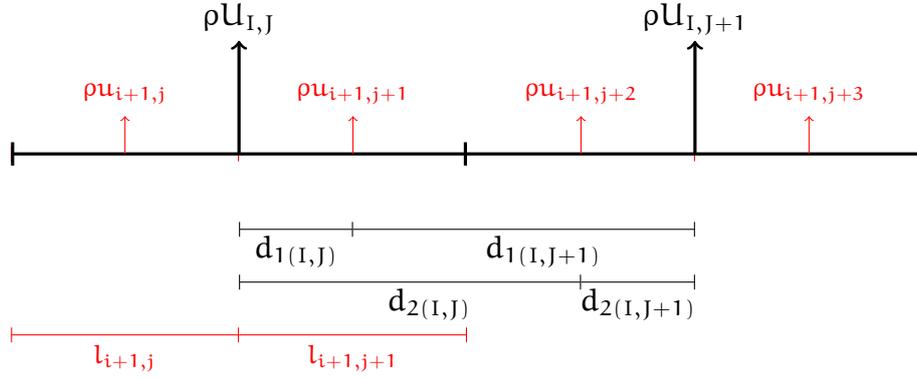


Figura 3.7: Prolungamento delle Grandezze Vettoriali

$$\rho u'_{i+1,j+1} = \frac{\rho u_{I,J} d_{1(I,J)} + \rho u_{I,J+1} d_{1(I,J+1)}}{d_{1(I,J)} + d_{1(I,J+1)}} \quad (3.4)$$

$$\rho u'_{i+1,j+2} = \frac{\rho u_{I,J} d_{2(I,J)} + \rho u_{I,J+1} d_{2(I,J+1)}}{d_{2(I,J)} + d_{2(I,J+1)}}$$

## 4 Test del Codice Multirisoluzione

Per verificare la correttezza formale dell'implementazione della tecnica multirisoluzione (in particolare dell'algoritmo scelto e degli operatori di comunicazione tra i livelli), è stato realizzato un caso test monodimensionale rappresentato in figura 4.1a: un condotto a forma di parallelepipedo, con condizioni al contorno di uscita non riflessiva (NSCBC) alle estremità destra e sinistra e condizione iniziale compressione-espansione-espansione-compressione (CEEC, figura 4.1b e 4.1c).

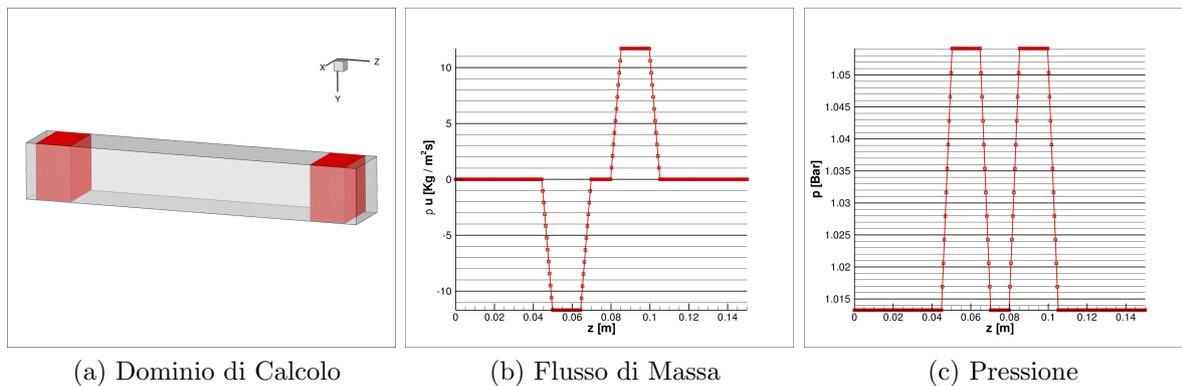
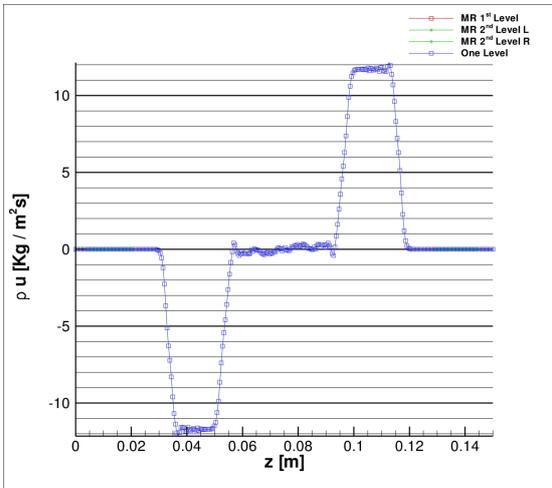


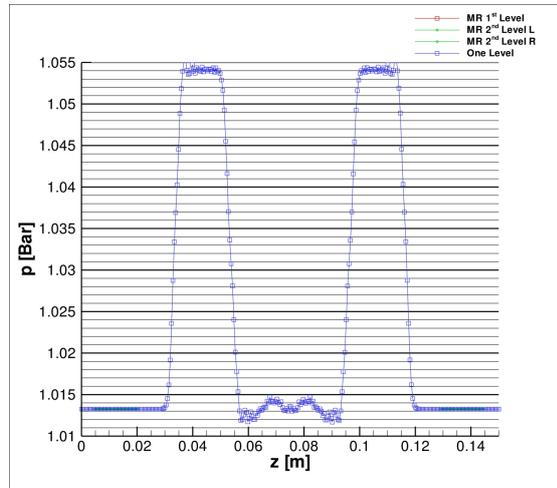
Figura 4.1: Configurazione del Caso Test

Nelle figure 4.2 nella pagina successiva, 4.3 a pagina 19, 4.4 a pagina 20 sono visibili i risultati del test: con la curva di colore blu è rappresentato il risultato del caso test ottenuto con un singolo livello, con la curva di colore rosso il risultato del livello più rado, ottenuto in presenza di un livello più fitto, con il colore verde la soluzione ottenuta sul livello più fitto.

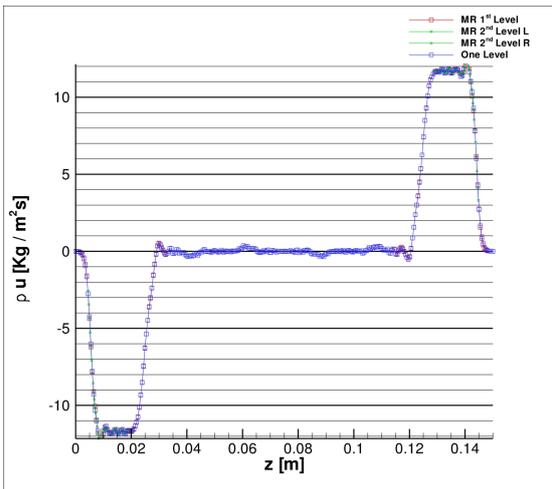
La soluzione calcolata mediante la tecnica multirisoluzione mostra un buon accordo con quella calcolata con un singolo livello, anche se nel momento in cui l'onda si avvicina al contorno e viene riflessa una minima parte della perturbazione presente all'interno del campo, si notano alcune oscillazioni che il livello superiore trasmette al livello inferiore (più rado), e che da questo poi vengono amplificate e trasportate all'interno del campo (figure 4.4d a pagina 20 e 4.4f a pagina 20). Inoltre, la presenza di oscillazioni dovute alla natura dello schema (schema centrato al secondo ordine) non favorisce l'ottenimento di una soluzione "pulita": considerato l'algoritmo di soluzione scelto, infatti, una perturbazione presente nel livello rado verrà trasferita al livello fitto, che nel successivo trasferimento la cede al livello rado, in un meccanismo che si autoalimenta.



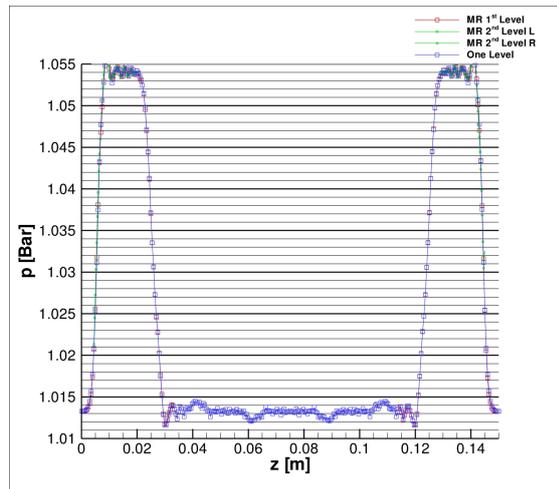
(a) Flusso di Massa a  $t=0.00003915s$



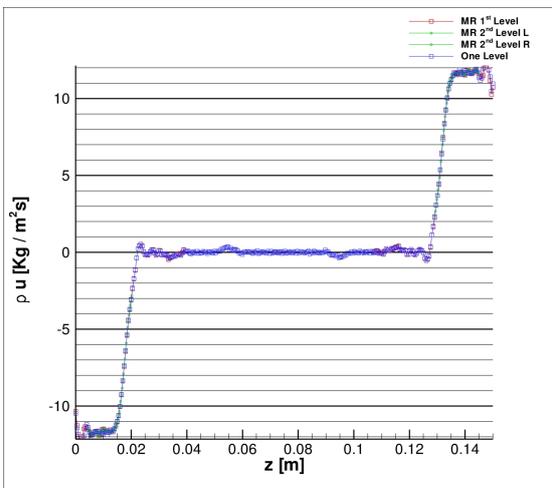
(b) Pressione a  $t=0.00003915s$



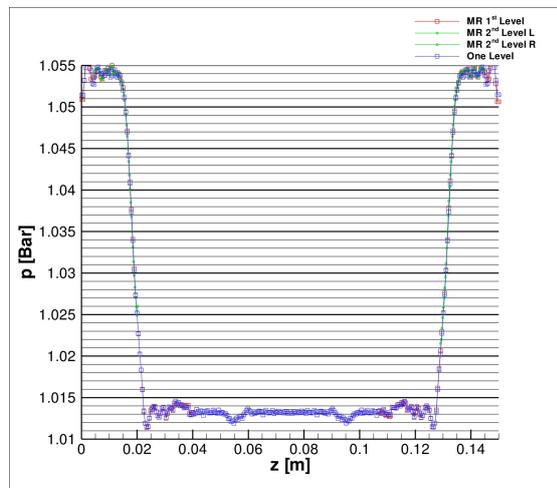
(c) Flusso di Massa a  $t=0.00011698s$



(d) Pressione a  $t=0.00011698s$

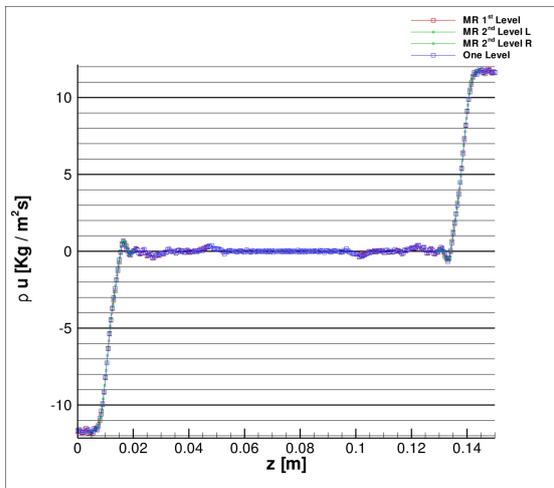


(e) Flusso di Massa a  $t=0.00013641s$

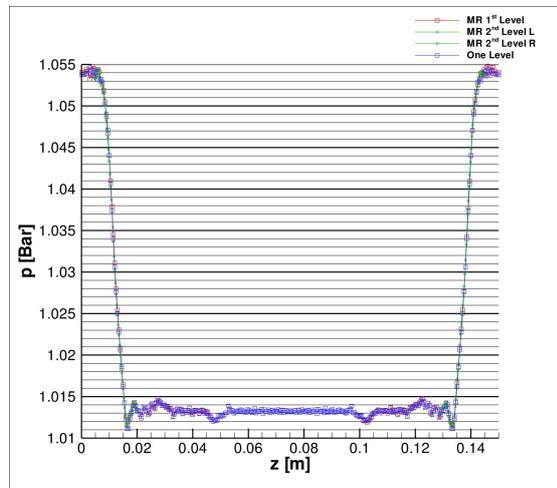


(f) Pressione a  $t=0.00013641s$

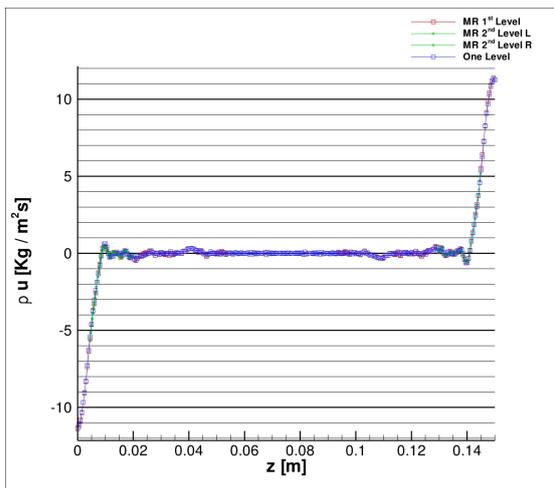
Figura 4.2: Evoluzione temporale della condizione iniziale da  $t=0.00003895s$  a  $t=0.00013641s$



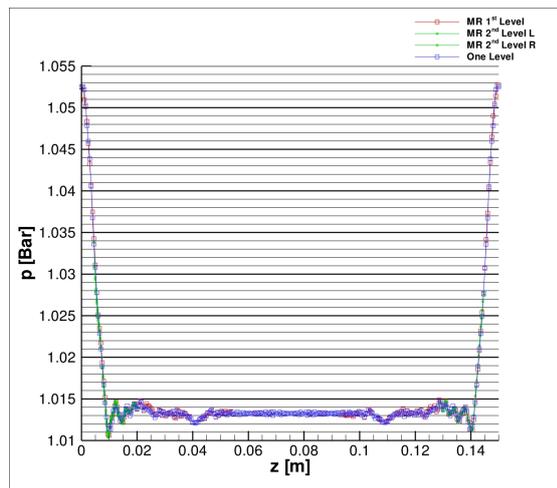
(a) Flusso di Massa a  $t=0.00015587s$



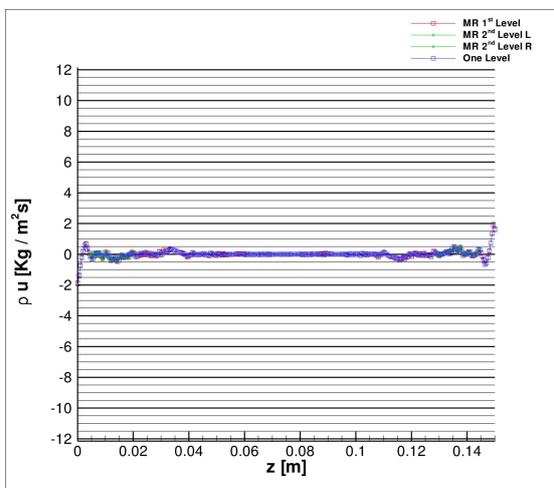
(b) Pressione a  $t=0.00015587s$



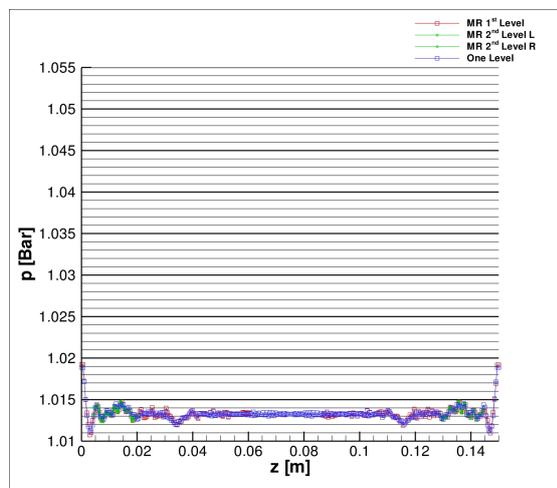
(c) Flusso di Massa a  $t=0.00017534s$



(d) Pressione a  $t=0.00017534s$

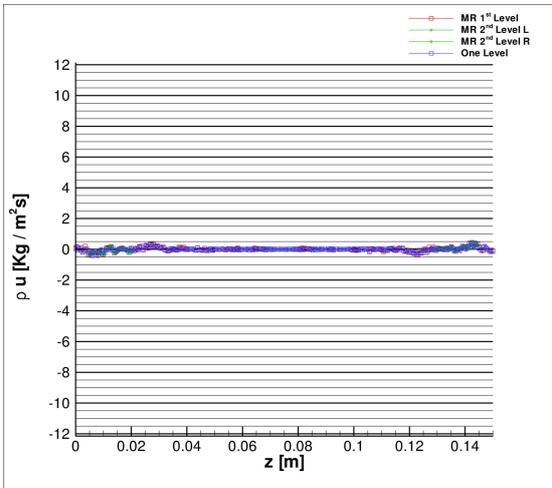


(e) Flusso di Massa a  $t=0.00019503s$

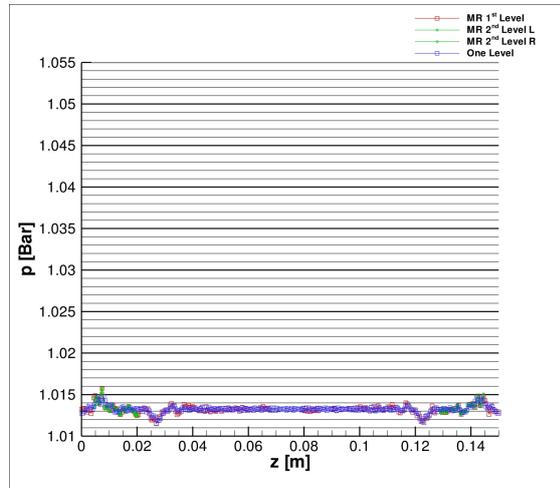


(f) Pressione a  $t=0.00019503s$

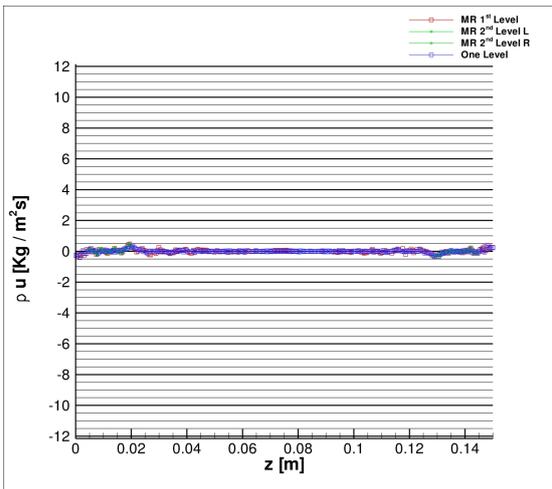
Figura 4.3: Evoluzione temporale della condizione iniziale da  $t=0.00015587s$  a  $t=0.00019503s$



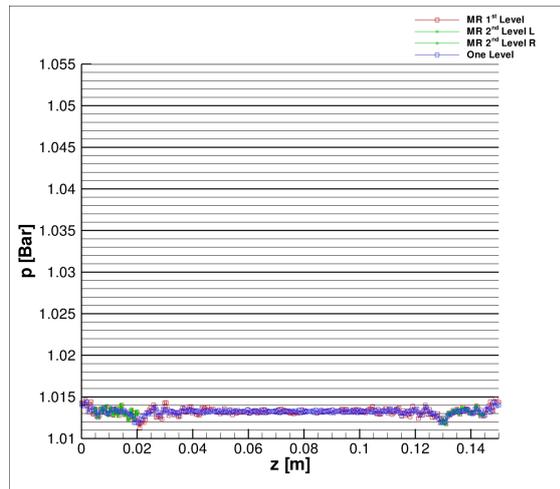
(a) Flusso di Massa a  $t=0.00021483s$



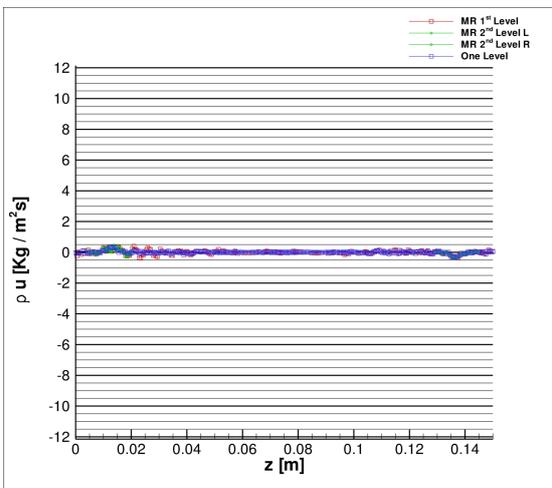
(b) Pressione a  $t=0.00021483s$



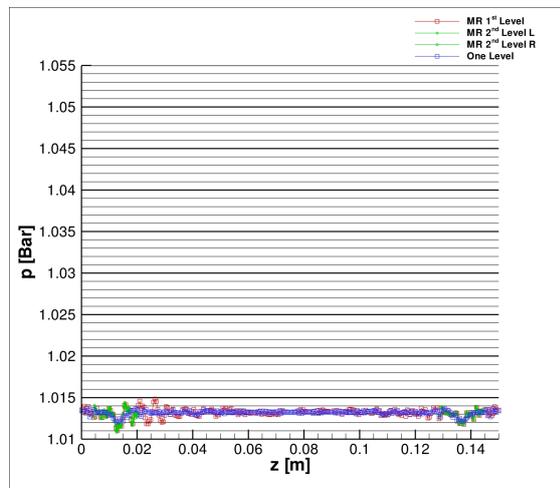
(c) Flusso di Massa a  $t=0.00023462s$



(d) Pressione a  $t=0.00023462s$



(e) Flusso di Massa a  $t=0.00025442s$



(f) Pressione a  $t=0.00025442s$

Figura 4.4: Evoluzione temporale della condizione iniziale da  $t=0.00021483s$  a  $t=0.00025442s$

## 5 Codice HeaRT: Trattamento delle Condizioni al Contorno

L'approccio adottato ai contorni di ingresso ed uscita, all'interno del codice HeaRT, è quello chiamato NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions): tale approccio consente di ridurre il problema della riflessione all'interno del campo di onde incidenti sull'uscita. La tecnica NSCBC consiste nel risolvere le equazioni di Navier-Stokes al contorno, riformulate in termini delle ampiezze delle onde incidenti sul contorno stesso; le derivate normali sono calcolate con uno schema non centrato ed al primo ordine che prende le informazioni dal dominio di calcolo. Il cambiamento di schema al contorno (un ordine più basso dello schema adottato nel campo), garantisce comunque un'accuratezza globale dell'ordine dello schema adottato nel campo.

Considerando la figura 5.1 nella pagina seguente, la linea rossa rappresenta il contorno fisico, ove è applicata una condizione di outlet non riflessivo, a destra del quale troviamo il campo interno, mentre a sinistra abbiamo le celle "ghost" usate per l'integrazione del dominio.

Si procede come segue:

1. si calcolano i valori di  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ , che in questo caso valgono:

$$\lambda_1 = \mathbf{u} + \mathbf{a} \quad (5.1)$$

$$\lambda_2 = \mathbf{u} - \mathbf{a} \quad (5.2)$$

$$\lambda_3 = \mathbf{u} \quad (5.3)$$

dove  $\mathbf{u}$  è la velocità del flusso in direzione  $j$  nel punto 1, (calcolata come media del flusso di massa nei punti  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{3}{2}$  divisa per la densità nel punto 1) e  $\mathbf{a}$  è la velocità del suono calcolata nel punto 1;

2. si calcolano le derivate *al primo ordine* sul contorno come:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \frac{\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_{\frac{1}{2}}}{\frac{\delta x}{2}} \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_2 - p_1}{\delta x} \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\delta x} \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_2 - T_1}{\delta x} \quad (5.7)$$

dove  $\delta_x$  è il passo della griglia (uniforme) in direzione  $i$ ;

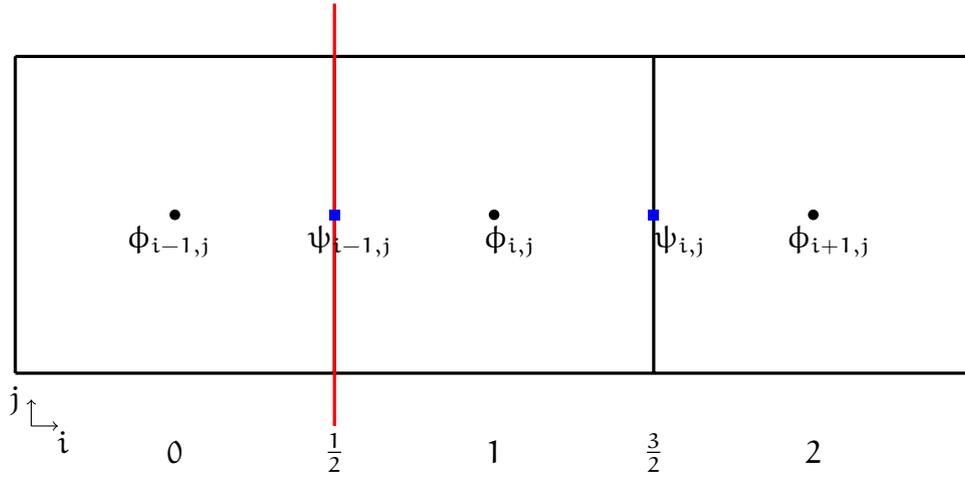


Figura 5.1: Schema per l'Imposizione delle Condizioni al Contorno

3. vengono calcolate le grandezze

$$d_1 = \frac{[\lambda_3 (a^2 \rho_x - p_x)] + \frac{1}{2} \lambda_2 (p_x - \rho a u_x)}{a^2} \quad (5.8)$$

$$d_2 = \frac{1}{2} \lambda_2 (p_x - \rho a u_x) \quad (5.9)$$

$$d_3 = \frac{-\frac{1}{2} [\lambda_2 (p_x - \rho a u_x)]}{\rho a} \quad (5.10)$$

utilizzando la notazione  $[..]_x$  al posto di  $\frac{\partial[..]}{\partial x}$ .

A questo punto, le variabili  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  vengono utilizzate all'interno del solutore per modificare lo schema di integrazione sui contorni: questa operazione viene ripetuta ad ogni passo dello schema di Runge-Kutta, per ogni punto di calcolo che confina con una BC.

## 6 Nuove Condizioni al Contorno

Nell'ottica di una maggiore semplificazione delle condizioni al contorno di tipo non riflessivo, si è proceduto ad una riscrittura "per tentativi", partendo da un metodo piuttosto semplice: l'estrapolazione; sulle celle ghost, che vengono usate per l'interpolazione, sono copiati i valori del primo (o dell'ultimo, a seconda del contorno in cui ci si trova) punto di calcolo: in questo modo lo schema non viene modificato e rimane al secondo ordine anche per i punti vicini ai contorni.

Per migliorare il pessimo risultato ottenuto con l'estrapolazione (capitolo 7 a pagina 26), è stata introdotta una nuova condizione al contorno, denominata "FaRo", che non prevede un cambiamento di ordine dello schema sul contorno; vengono infatti calcolate alcune quantità, che poi vengono usate nell'integrazione delle equazioni di conservazione, che sono le stesse che vengono usate per tutti i punti interni. In riferimento alla figura 5.1 a fronte, si procede come segue:

1. vengono calcolate le variabili velocità in direzione  $i$ , densità e pressione nel punto  $\frac{1}{2}$ ; la velocità è collocata in quel punto, mentre pressione e densità si ricavano dalle

$$p_{\frac{1}{2}} = \frac{p_0 + p_1}{2} \quad (6.1)$$

$$\rho_{\frac{1}{2}} = \frac{\rho_0 + \rho_1}{2} \quad (6.2)$$

2. si calcolano la velocità e la densità nel punto 1 come

$$u_1 = \frac{u_{\frac{1}{2}} + u_{\frac{3}{2}}}{2} \quad (6.3)$$

$$\rho_1 = \frac{\left(\frac{\rho_0 + \rho_1}{2}\right) + \left(\frac{\rho_1 + \rho_2}{2}\right)}{2} \quad (6.4)$$

3. si calcolano le derivate di pressione, densità e velocità lungo la direzione  $i$

$$u_x = \frac{\left(u_{\frac{3}{2}} - u_{\frac{1}{2}}\right)}{\delta_x} \quad (6.5)$$

$$\rho_x = \frac{\left(\frac{\rho_1 + \rho_2}{2}\right) - \left(\frac{\rho_0 + \rho_1}{2}\right)}{\delta_x} \quad (6.6)$$

$$p_x = \frac{\left(\frac{p_1 + p_2}{2}\right) - \left(\frac{p_0 + p_1}{2}\right)}{\delta_x} \quad (6.7)$$

4. si calcola la velocità del suono nel punto 1 come

$$a_1 = \frac{\left(\frac{a_0 + a_1}{2}\right) + \left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)}{2} \quad (6.8)$$

5. si calcolano le derivate nel tempo di pressione, densità e velocità nel punto  $\frac{1}{2}$  e si integrano secondo lo schema Runge-Kutta usato anche nel solutore.
6. integrate le quantità  $p_{\frac{1}{2}}$ ,  $\rho_{\frac{1}{2}}$ ,  $u_{\frac{1}{2}}$  appena calcolate, vengono utilizzate per ricavare le altre variabili necessarie all'integrazione (temperatura, energia totale, ecc...); si ricavano poi i valori sulle celle ghost, mediante le

$$p(0) = 2p_{\frac{1}{2}} - p_1 \quad (6.9)$$

$$\text{rho}(0) = 2\rho_{\frac{1}{2}} - \rho_1 \quad (6.10)$$

$$u(0) = u_{\frac{1}{2}} \quad (6.11)$$

$$T(0) = 2T_{\frac{1}{2}} - T_1 \quad (6.12)$$

$$U_{\text{tot}}(0) = 2U_{\text{tot}\frac{1}{2}} - U_{\text{tot}1} \quad (6.13)$$

dove con l'indice 0 si intende la quantità riferita alla cella di calcolo, che presenta, come già detto, una disposizione sfalsata delle variabili;

7. i valori delle celle ghost sono usati per l'integrazione dei punti di bordo, senza alcuna modifica allo schema di integrazione.

Uno step ulteriore è stato quello di semplificare la condizione "FaRo" introducendone una nuova (denominata "FaRo NEW"): ad ogni passo del Runge-Kutta, vengono calcolate delle quantità che sono poi usate per il calcolo di alcune componenti dei Right Hand Sides delle equazioni di conservazione; si procede come segue (figura 5.1 a pagina 22):

1. si calcolano:

$$p_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[ p_{\text{iniz}} + p_1 + \rho_1 a_1 (u_{\text{iniz}} - u_{\frac{3}{2}}) \right] \quad (6.14)$$

$$\rho_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{a^2} (p_1 - p_{\text{iniz}}) + \rho_{\text{iniz}} \quad \text{se } u_{\frac{3}{2}} < 0 \quad (6.15)$$

$$\rho_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{a^2} (p_1 - p_{\text{iniz}}) + \rho_1 \quad \text{se } u_{\frac{3}{2}} \geq 0 \quad (6.16)$$

$$u_{\frac{1}{2}} = \frac{(p_1 - p_{\text{iniz}})}{(\rho_1 a_1)} + u_{\frac{3}{2}} \quad (6.17)$$

dove  $a_1$  è la velocità del suono nel punto 1 calcolata come  $a_1 = \sqrt{\frac{\gamma p_1}{\rho_1}}$ ;

2. le quantità  $p_{\frac{1}{2}}$ ,  $\rho_{\frac{1}{2}}$ ,  $u_{\frac{1}{2}}$  appena calcolate, vengono utilizzate per ricavare le altre variabili necessarie all'integrazione (temperatura, energia totale, ecc...); si ricavano poi i valori sulle celle ghost, mediante le

$$p(0) = 2p_{\frac{1}{2}} - p_1 \quad (6.18)$$

$$\text{rho}(0) = 2\rho_{\frac{1}{2}} - \rho_1 \quad (6.19)$$

$$u(0) = u_{\frac{1}{2}} \quad (6.20)$$

$$T(0) = 2T_{\frac{1}{2}} - T_1 \quad (6.21)$$

$$U_{\text{tot}}(0) = 2U_{\text{tot}\frac{1}{2}} - U_{\text{tot}1} \quad (6.22)$$

dove con l'indice 0 si intende la quantità riferita alla cella di calcolo, che presenta, come già detto, una disposizione sfalsata delle variabili;

3. si procede poi al calcolo delle stesse grandezze in un posto diverso, per usarle nell'integrazione della quantità di moto lungo  $i$

$$p_1 = \frac{1}{2} \left[ p_{iniz} + p_{\frac{3}{2}} + \rho_{\frac{3}{2}} a_{\frac{3}{2}} \left( u_{iniz} - u_{\frac{3}{2}} \right) \right] \quad (6.23)$$

$$\rho_1 = \frac{1}{a^2} \left( p_{\frac{3}{2}} - p_{iniz} \right) + \rho_{iniz} \quad \text{se } u_{\frac{3}{2}} < 0 \quad (6.24)$$

$$\rho_1 = \frac{1}{a^2} \left( p_{\frac{3}{2}} - p_{iniz} \right) + \rho_{\frac{3}{2}} \quad \text{se } u_{\frac{3}{2}} \geq 0 \quad (6.25)$$

$$u_1 = \frac{\left( p_{\frac{3}{2}} - p_{iniz} \right)}{\left( \rho_{\frac{3}{2}} a_{\frac{3}{2}} \right)} + u_{\frac{3}{2}} \quad (6.26)$$

dove i valori con il pedice *iniz* sono i valori iniziali del campo nei punti 0 e  $\frac{1}{2}$ ; in questo modo è come se si prolungasse all'infinito il dominio verso sinistra e si imponesse che dalla condizione iniziale non possa provenire alcuna onda entrante verso il dominio.

4. i valori delle celle ghost (pedice 0) e i valori al centro della prima cella di calcolo (pedice 1) sono usati, rispettivamente, per il calcolo del Right Hand Side dell'equazione di conservazione della massa e dell'energia, e per il calcolo del Right Hand Side dell'equazione di conservazione della quantità di moto in direzione  $i$ , ad ogni passo del Runge-Kutta.

## 7 Confronto delle Varie BC

Per confrontare i vari metodi, è stato realizzato un caso test monodimensionale, al contorno destro sono imposte condizioni di uscita non riflessiva (NSCBC), mentre al contorno sinistro la condizione di uscita non riflessiva è stata fatta variare tra NSCBC, estrapolazione, “FaRo” e “FaRo NEW”; all’interno del campo è imposta, come condizione iniziale, una compressione-espansione-espansione-compressione (CEEC, figure 7.1a e 7.1b).

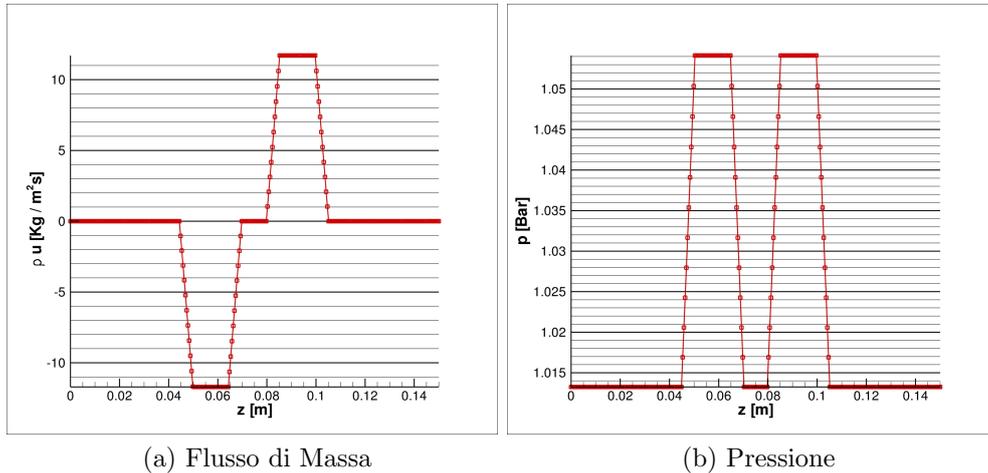
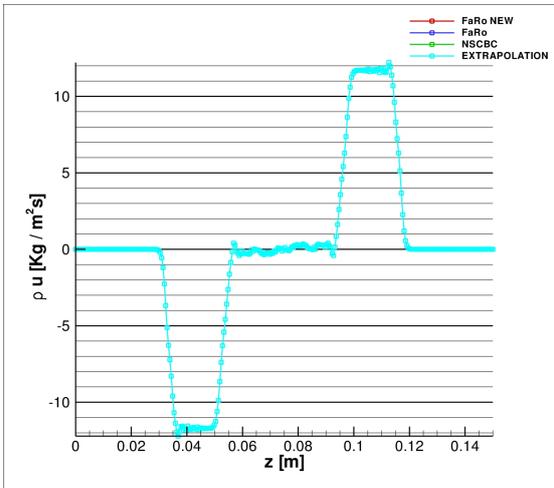


Figura 7.1: Condizioni Iniziali per il Caso Test

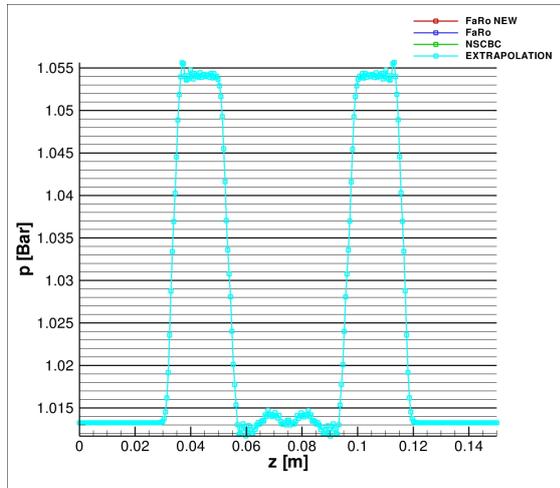
E' evidente che la condizione NSCBC fornisce i migliori risultati, al contrario dell'extrapolazione, che non consente di simulare in maniera corretta un'uscita non riflessiva: non appena l'onda arriva al contorno di sinistra (figura 7.2d a pagina 28), infatti, la pressione ottenuta con l'extrapolazione è notevolmente sottostimata rispetto agli altri casi; ciò genera un'onda riflessa che propaga all'interno del campo, di intensità pari a quella dell'onda incidente. La condizione “FaRo”, pur non eguagliando la condizione NSCBC permette comunque di ottenere risultati soddisfacenti; ciò è ancora più evidente per la condizione “FaRo NEW”, che presenta un andamento più regolare e vicino alla condizione NSCBC, se si escludono i picchi che vengono generati negli istanti in cui l'onda arriva sul contorno (figura 7.2f a pagina 28) e in cui l'onda esce per intero dal campo (figura 7.4b a pagina 30).

La condizione “FaRo NEW”, presenta anche il vantaggio di avere una scrittura estremamente semplice, che ne facilita l'implementazione e anche successive modifiche volte a migliorarne il comportamento. Non ultimo, il contorno fisico non viene spostato, come invece accade per la condizione NSCBC, dove, a causa dello sfalsamento delle variabili, il contorno fisico viene spostato dal punto  $\frac{1}{2}$  al punto 1 (figura 5.1 a pagina 22), dove viene ri-collocata la velocità e sono calcolate le intensità delle onde (variabili  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ): ciò si traduce in una riscrittura

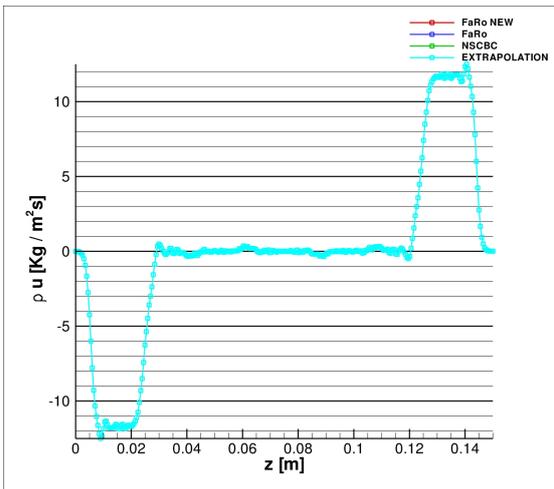
delle equazioni in prossimità dei contorni (lo schema infatti non è più al secondo ordine), che rendono più difficoltosa e meno comprensibile l'implementazione.



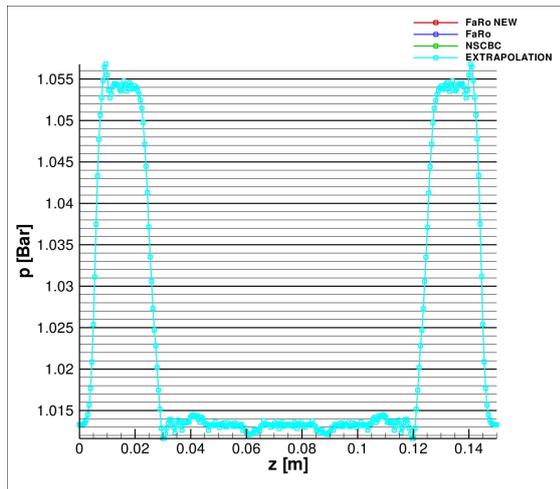
(a) Flusso di Massa a  $t=0.00003895s$



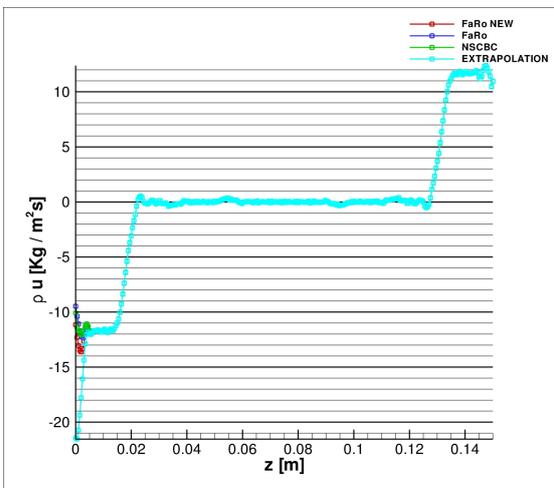
(b) Pressione a  $t=0.00003895s$



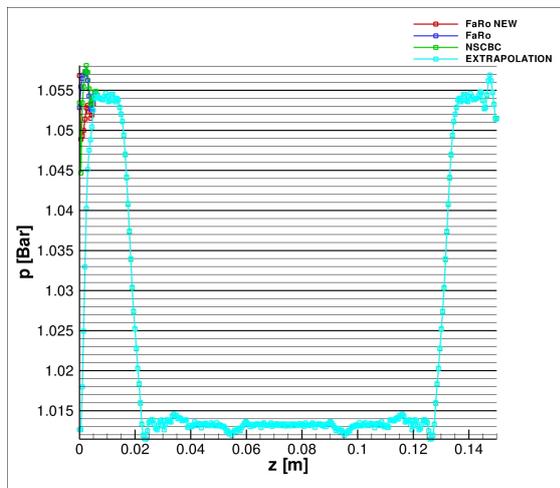
(c) Flusso di Massa a  $t=0.00011678s$



(d) Pressione a  $t=0.00011678s$

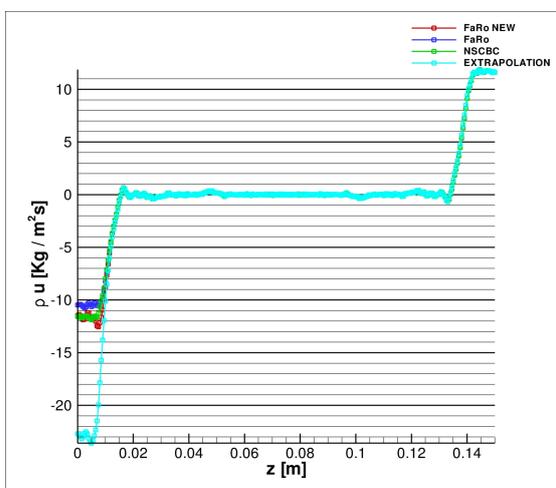


(e) Flusso di Massa a  $t=0.00013622s$

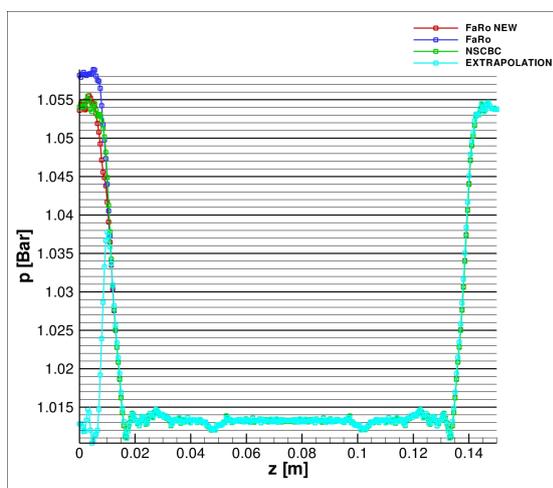


(f) Pressione a  $t=0.00013622s$

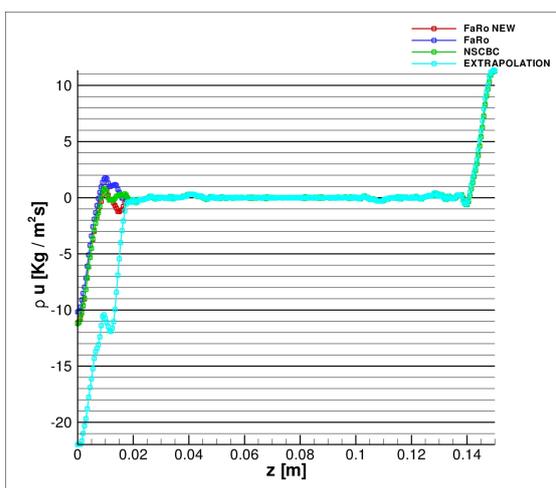
Figura 7.2: Evoluzione temporale della condizione iniziale da  $t=0.00003895s$  a  $t=0.00011678s$



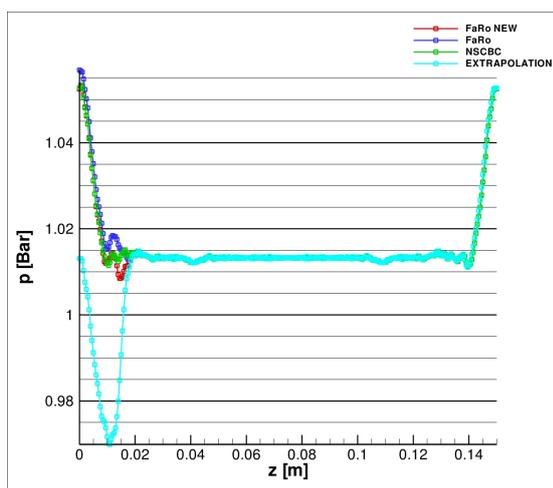
(a) Flusso di Massa a  $t=0.00015526s$



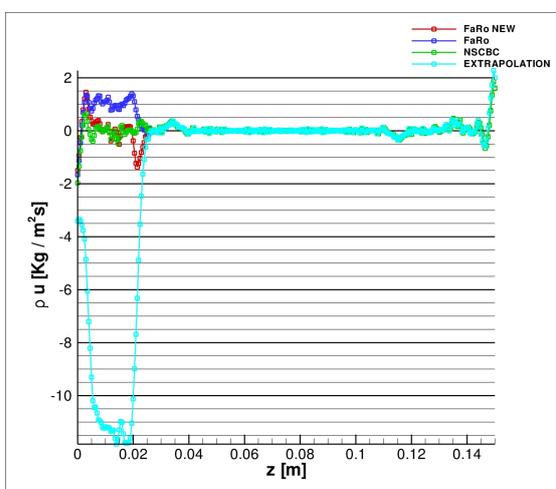
(b) Pressione a  $t=0.00015526s$



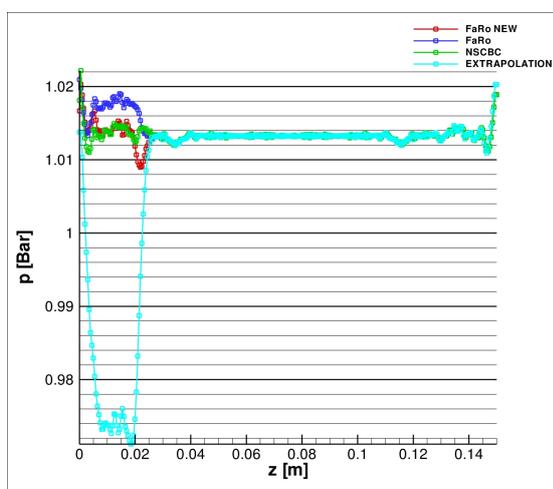
(c) Flusso di Massa a  $t=0.00017433s$



(d) Pressione a  $t=0.00017433s$

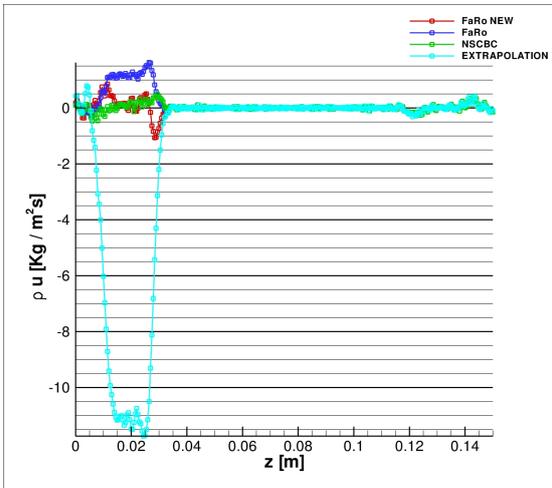


(e) Flusso di Massa a  $t=0.00019376s$

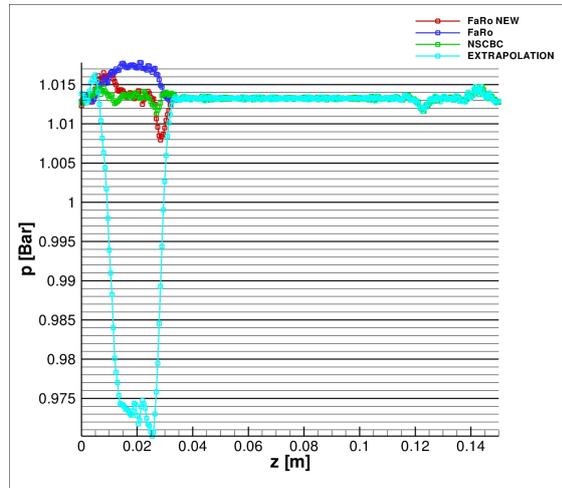


(f) Pressione a  $t=0.00019376s$

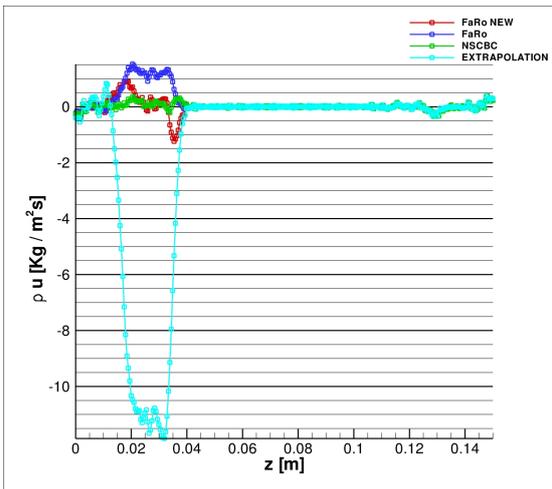
Figura 7.3: Evoluzione temporale della condizione iniziale da  $t=0.00015526s$  a  $t=0.00019376s$



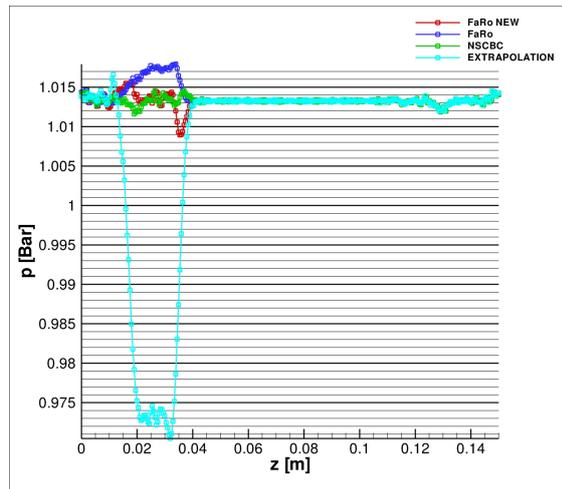
(a) Flusso di Massa a  $t=0.00021343s$



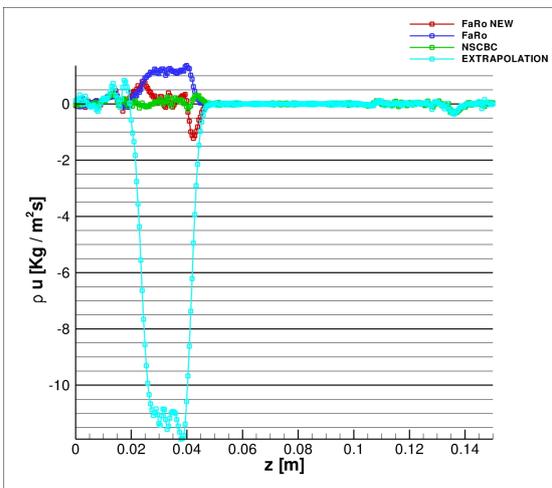
(b) Pressione a  $t=0.00021343s$



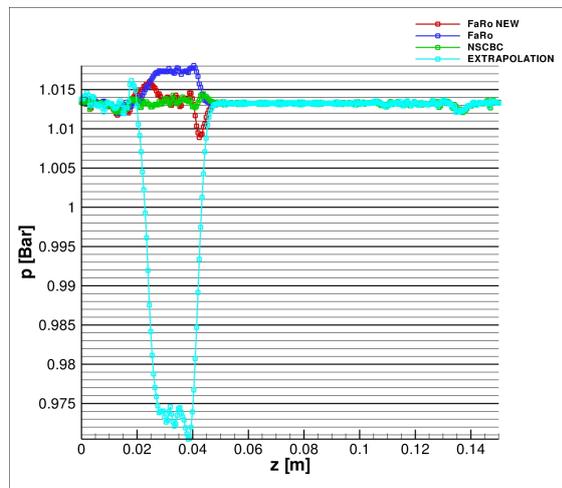
(c) Flusso di Massa a  $t=0.00023311s$



(d) Pressione a  $t=0.00023311s$



(e) Flusso di Massa a  $t=0.00025277s$



(f) Pressione a  $t=0.00025277s$

Figura 7.4: Evoluzione temporale della condizione iniziale da  $t=0.00021343s$  a  $t=0.00025277s$

## 8 Esperimento di Sommerfeld e Qiu

Per validare la tecnica di mesh refinement introdotta nel codice HeaRT, si è scelto di simulare l'esperimento di Sommerfeld e Qiu, già utilizzato dall'Ing. Filippo Donato per la validazione del modello multifase sviluppato nel corso del Dottorato di Ricerca presso il Dipartimento di Energetica dell'Università di Roma "Sapienza" [9]: la configurazione del caso test è riportata in figura 8.1. In questo esperimento, all'interno del condotto cilindrico è presente il flusso bifase (la fase dispersa è composta da piccole particelle di vetro, di diametro compreso tra  $20\mu\text{m}$  e  $80\mu\text{m}$ ), mentre nel condotto anulare è presente la sola fase gas con swirl: entrambi i flussi sono iniettati nella camera di prova, a valle della quale è presente un vaso di espansione.

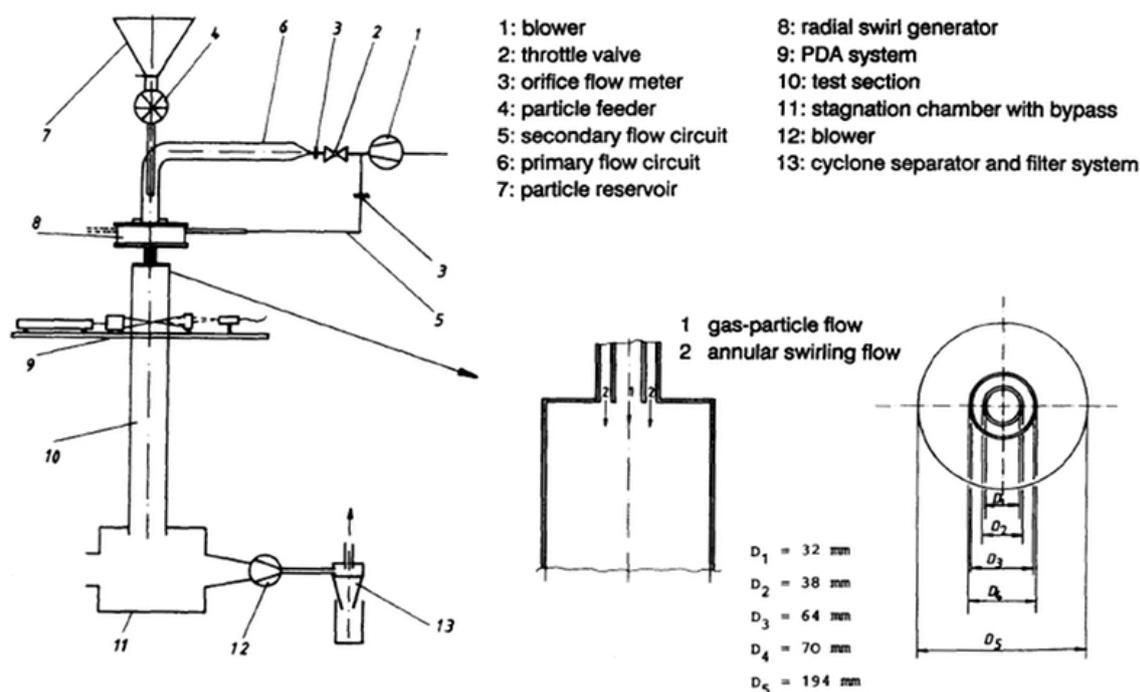


Figura 8.1: Configurazione dell'esperimento di Sommerfeld e Qiu

Sono disponibili misure di velocità sia della fase gas, che della fase dispersa, effettuate per 8 diversi piani radiali, a partire da 3 mm di distanza dal piano di iniezione, fino a 315 mm di distanza; nella tabella 8.1 nella pagina successiva sono riassunte le caratteristiche del test in esame, mentre in figura 8.2 nella pagina seguente è rappresentata la griglia di calcolo utilizzata dall'Ing. Filippo Donato.

All'ingresso dei due condotti vengono assegnate quantità di moto, temperatura e frazione di massa delle due specie gassose (azoto e ossigeno), all'uscita dalla camera di espansione viene

Tabella 8.1: Caratteristiche del Test

<i>Flusso di Aria</i>	
Portata in Massa del Getto Primario $M_{f1}$ [g/s]	9.9
Portata in Massa del Getto Secondario $M_{f2}$ [g/s]	38.3
Numero di Reynolds all'Ingresso (con $D_3 = 64$ mm)	52400
Numero di Swirl	0.47
<i>Fase Dispersa</i>	
Portata in Massa delle Particelle $M_p$ [g/s]	0.34
<i>Proprietà della Particella</i>	
Diametro Medio [ $\mu$ m]	45
Densità [ $Kg/m^3$ ]	2500

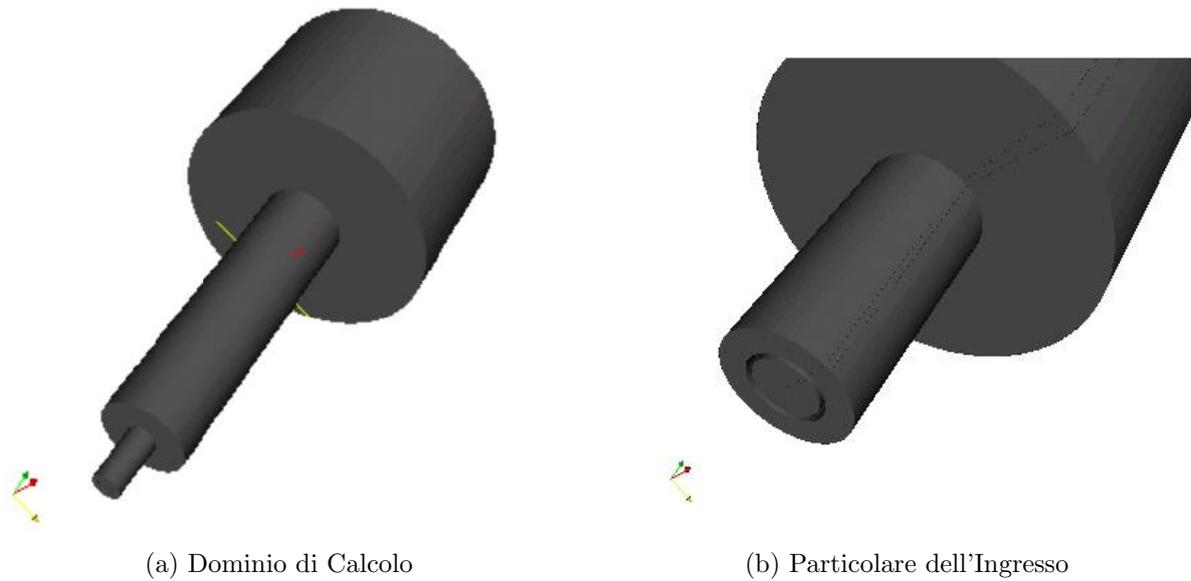


Figura 8.2: Configurazione della Griglia di Calcolo[9]

imposta, per la fase gas, una condizione del tipo NSCBC, mentre per la fase dispersa viene imposta velocità nulla nella cella ghost; le pareti sono viscoso e adiabatiche (per la fase gas), mentre per la fase dispersa è stato riservato, a parete, lo stesso trattamento imposto all'outlet: l'assenza dell'energia non correlata all'interno del modello, infatti, non permette di simulare l'urto delle particelle con la parete.

La simulazione precedentemente effettuata ha mostrato alcune criticità, in particolare nel confronto con i dati sperimentali: la figura 8.3 mostra la velocità lungo l'asse  $r$  e le sue componenti fluttuanti, a distanze via via crescenti dall'ingresso della camera di prova.

All'ingresso della camera di prova, sia la velocità, che le componenti fluttuanti sono lontane dai dati sperimentali, a causa della bassa risoluzione della griglia di calcolo in prossimità degli spigoli del dominio, che non permette di simulare correttamente l'apertura del getto. A distanze più elevate dall'ingresso della camera di combustione, la velocità e le sue componenti fluttuanti sono in accordo con i dati sperimentali.

La tecnica multirisoluzione rappresenta una soluzione al problema derivante dalle griglie di calcolo strutturate multiblocco utilizzate all'interno di HeaRT: un infittimento locale, infatti, permette di migliorare la qualità della soluzione nei punti critici, non peggiorando in maniera sostanziale i tempi di calcolo.

È stata perciò generata una nuova griglia di calcolo, che presenta 3 livelli nell'area in prossimità dell'imbocco della camera di prova, come mostrato in figura 8.4b a pagina 35.

È in corso la simulazione del caso test di Sommerfeld e Qiu: i pochi dati raccolti fino ad ora non consentono un confronto con i dati sperimentali: vengono comunque riportati in figura 8.5 a pagina 35 i campi istantanei di velocità assiale e trasversale, dai quali si evince la corretta sovrapposizione delle griglie; nella figura 8.6 a pagina 36 sono riportate le linee di flusso all'ingresso della camera di prova e un particolare del getto in uscita dal condotto coassiale.

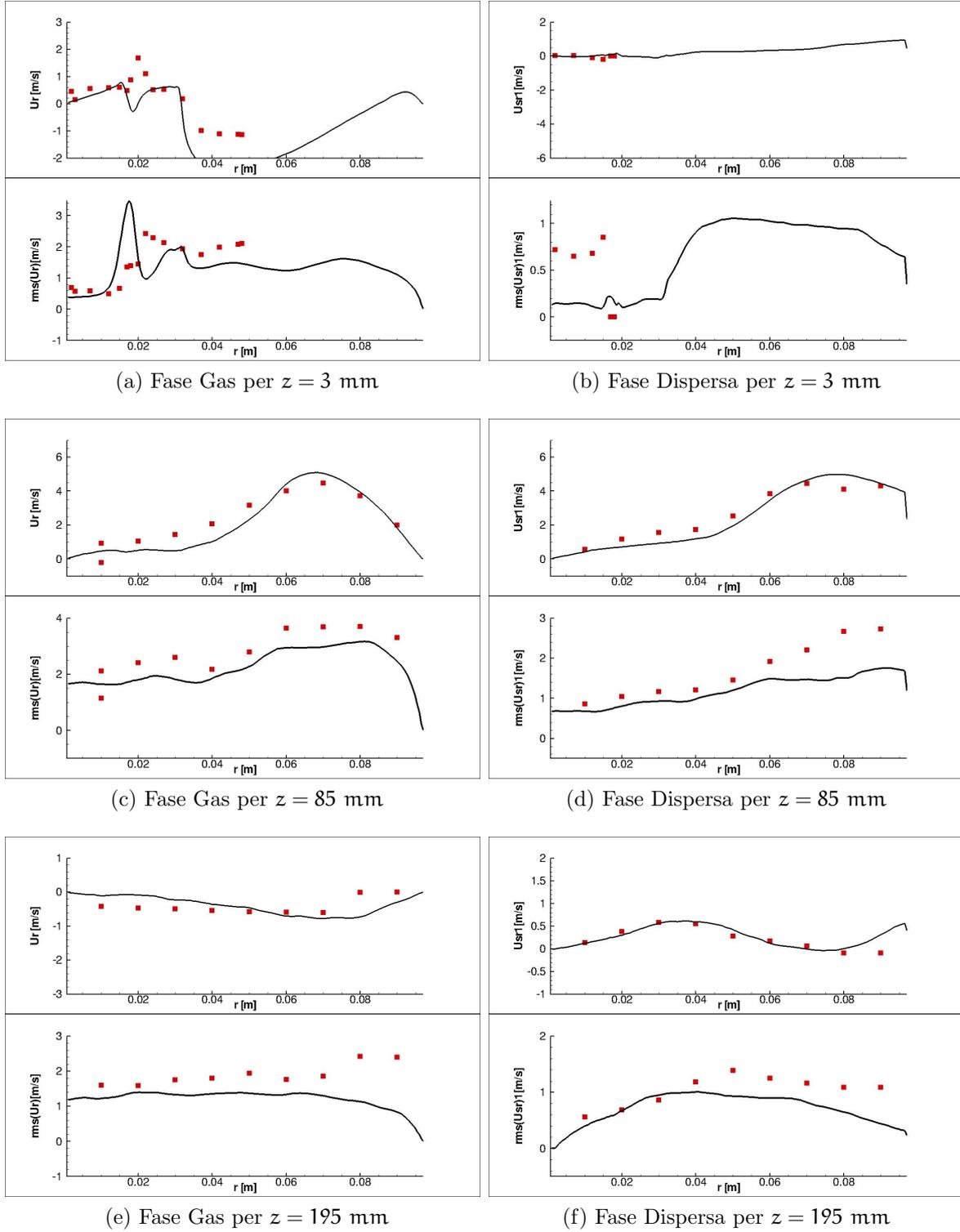


Figura 8.3: Componenti di Velocità e RMS lungo  $r$ [9]

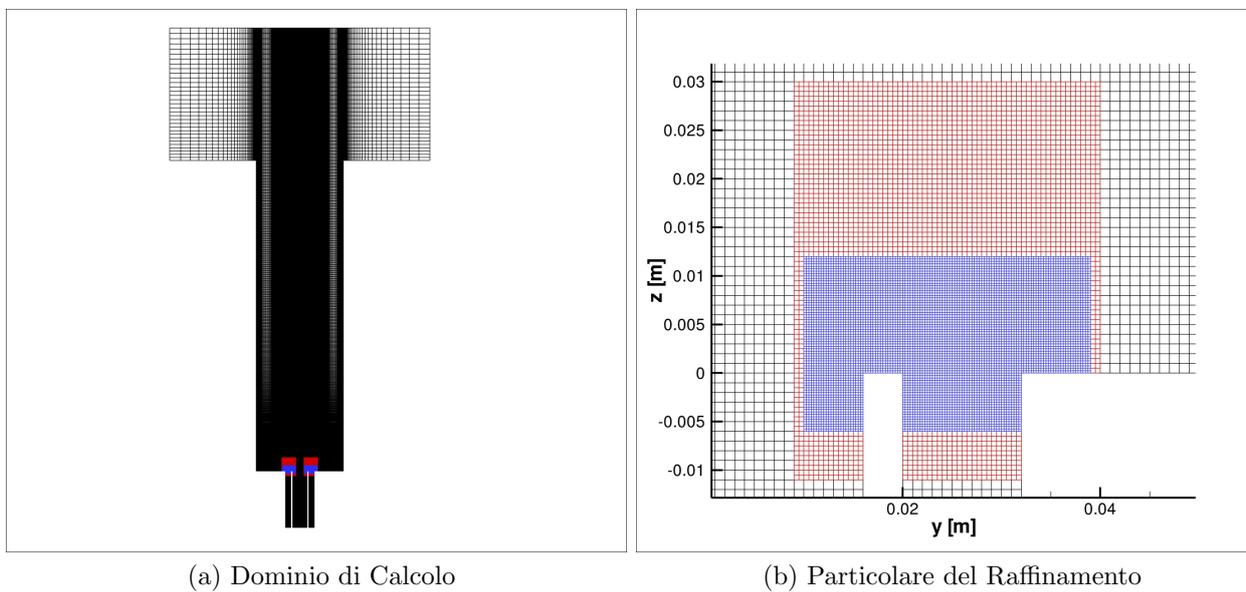


Figura 8.4: Configurazione della Nuova Griglia di Calcolo

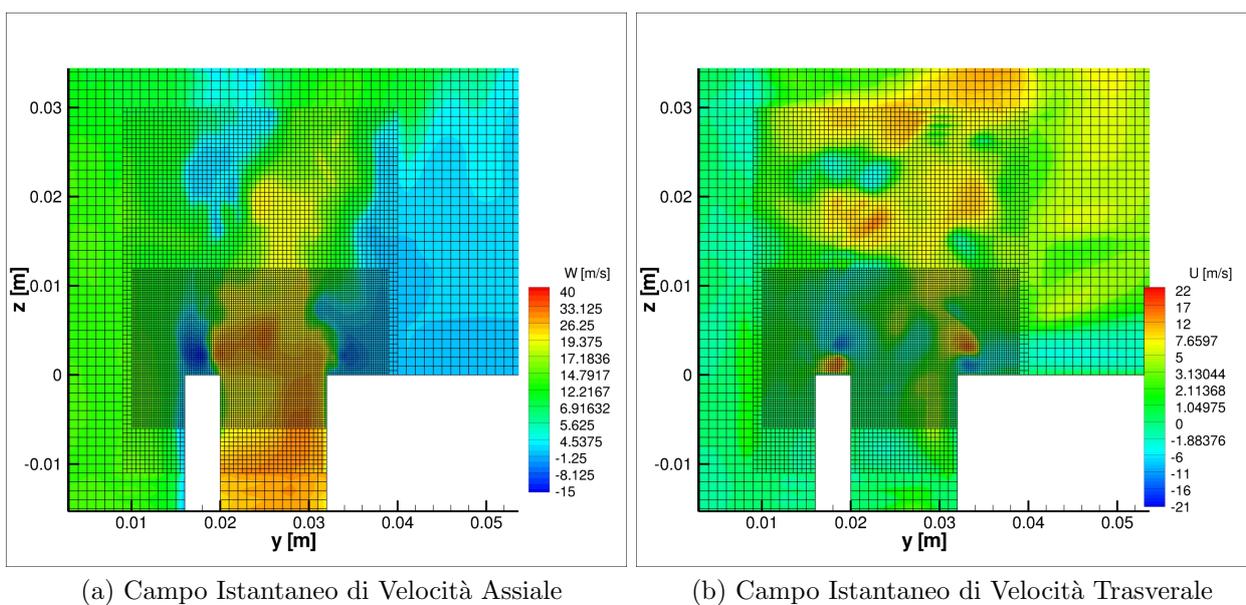
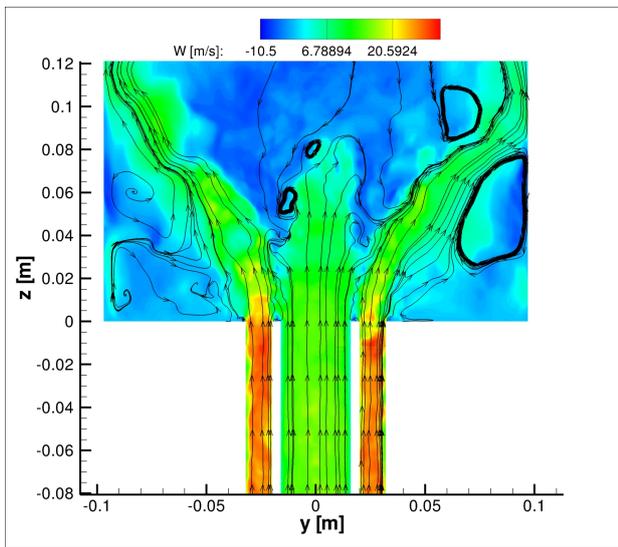
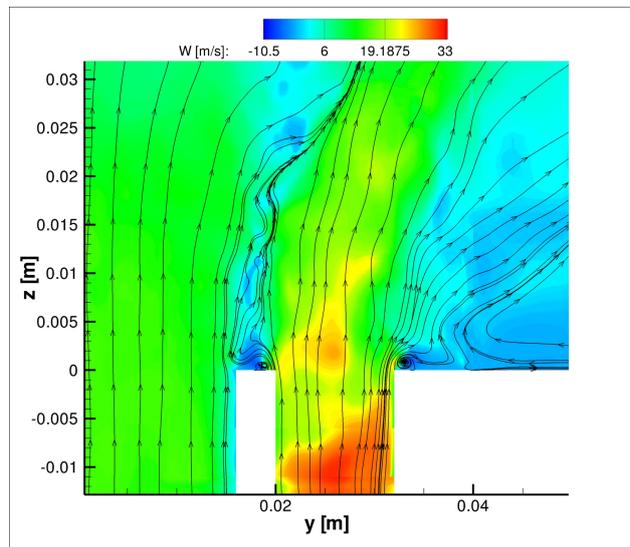


Figura 8.5: Campi di Velocità



(a) Ingresso della Camera di Prova



(b) Particolare dell'uscita del condotto coassiale

Figura 8.6: Linee di Flusso

## 9 Conclusioni

Nell'ambito di simulazioni numeriche con approccio LES su domini di grandi dimensioni, l'uso di un unico livello di griglia, anche non uniforme, presenta notevoli difficoltà sia dal punto di vista prettamente numerico (scarsa qualità della soluzione se si utilizza una griglia troppo lasca, tempi di simulazione non accettabili se si utilizza una griglia molto fitta), sia dal punto di vista "fisico": sarebbe necessario infatti un modello di sottogriglia estremamente complesso per tener conto in maniera corretta di tutte le scale di moto non risolte.

L'introduzione del multi-livello consente di superare entrambi i problemi, in quanto permette di raffinare solo una piccola parte del dominio, non aumentando troppo le risorse di calcolo richieste e conseguentemente i tempi di simulazione; inoltre la presenza di livelli via via più fitti ha un effetto molto positivo sulla soluzione calcolata sulla griglia lasca, che viene "influenzata" dagli effetti microscopici di cui tengono conto i livelli a risoluzione maggiore: in questa ottica risultano fondamentali le comunicazioni tra i vari livelli di griglia, che permettono di ottenere soluzioni coerenti tra i vari livelli. L'operatore di prolungamento trasporta le condizioni al contorno dal livello  $l$  al livello  $l+1$ , l'operatore di restrizione sostituisce in maniera conservativa e nelle zone di sovrapposizione la soluzione calcolata al livello  $l$  con la soluzione calcolata al livello  $l+1$ .

L'analisi delle condizioni al contorno non riflessive ha permesso sia di comprendere meglio il funzionamento del codice HeaRT sui contorni (zone critiche nel caso di una formulazione a variabili sfalsate), sia di formulare alcune ipotesi per un miglior trasferimento delle condizioni al contorno tra i vari livelli di griglia, che verranno successivamente implementati e testati.

Il caso test di Sommerfeld e Qiu, in fase di simulazione, sta ottenendo risultati promettenti: i passi successivi consisteranno nell'immissione della fase dispersa (e perciò il controllo del corretto accoppiamento del modello multifase con il solutore multilivello) e il confronto con i dati sperimentali.

## Bibliografia

- [1] M. Sommerfeld and H.H. Qiu. Characterization of particle-laden, confined swirling flows by phase-doppler anemometry and numerical calculation. *Int. J. Multiphase Flow*, 19(6):1093–1127, 1993.
- [2] A. Brandt. Multi-level adaptive solutions to boundary-value problems. *Mathematics of Computation*, 31(138):333–390, 1977.
- [3] M. Terracol, P. Sagaut, and C. Basdevant. A multilevel algorithm for large-eddy simulation of turbulent compressible flows. *Journal of Computational Physics*, 167:439–475, 2001.
- [4] M. Terracol, P. Sagaut, and C. Basdevant. A time self-adaptive multilevel algorithm for large-eddy simulation. *Journal of Computational Physics*, 184:339–365, 2003.
- [5] B. J. Boersma, M. N. Kooper, F. T. M. Nieuwstadt, and P. Wesseling. Local grid refinement in large-eddy simulations. *Journal of Engineering Mathematics*, 32:161–175, 1997.
- [6] P. P. Sullivan, J. C. McWilliams, and C. Moeng. A grid nesting method for large-eddy simulations of planetary boundary-layer flows. *Boundary Layer Meteorology*, 80:167–202, 1996.
- [7] C. A. Rendlemann, V. E. Beckner, and M. Lijewski. Parallelization of an adaptive mesh refinement method for low mach number combustion, 2001.
- [8] M. Berger and P. Colella. Local adaptive mesh refinement for shock hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 82:64–84, 1989.
- [9] F. Donato. *Numerical Modeling of Two-Phase Reactive Flows*. PhD thesis, University of Rome “Sapienza”, Department of Electric Engineering, 2009.
- [10] S. M. Mitran. A comparison of adaptive mesh refinement approaches for large eddy simulation, 2001.
- [11] M. Manhart. A zonal grid algorithm for dns of turbulent boundary layers. *Computers & Fluids*, 33:435–461, 2004.
- [12] C. Safta, J. Ray, and N. N. Najm. A high-order amr algorithm for chemically reacting flows. July 2011. ICDERS 2011, Irvine, USA.
- [13] C. Shen, J. Qiu, and A. Christlieb. Adaptive mesh refinement based on high order finite difference weno scheme for multiscale simulations. *Journal of Computational Physics*, 230:3780–3802, 2011.

- [14] R.B. Bird W.E. Stewart and E.N. Lightfoot. *Transport phenomena*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1960.
- [15] M. Sommerfeld and H.H. Qiu. Detailed measurements in a swirling particulate twophase flow by a phase-doppler anemometer. *Int Journal Heat and Fluid Flow*, 12:20–28, 1991.
- [16] K. Hishida K. Takemoto and M. Maeda. Turbulent characteristics of gas-solid two-phase confined jet. *Japanese Journal of Multiphase Flow*, 1(1):56–69, 1987.
- [17] J. Borée T. Ishima and I. Flour. The effect of mass loading and inter-particle collisions on the development of polydispersed two-phase flow downstream a confined bluff body. *Journal of Fluid Mechanics*, 443:129–165, 2001.

**Prof. Bernardo Favini**  
**Univ. Di Roma "Sapienza"**

**Curriculum vitae**

**1954** nato a Roma il 14 novembre.

**1980** laureato in Ingegneria Meccanica con 110/110 e lode, Facoltà di Ingegneria , Università di Roma *la Sapienza*.

**1983** ricercatore in Fluidodinamica, ING-IND/06, presso il Dipartimento di Meccanica e Aeronautica della Facoltà di Ingegneria, Università di Roma *la Sapienza*.

**1992** professore associato in Fluidodinamica, ING-IND/06, presso il Dipartimento di Meccanica e Aeronautica della Facoltà di Ingegneria, Università di Roma *la Sapienza*.

**1998-2001** responsabile settore Applicazioni per il Consorzio Interuniversitario per le Applicazioni del Super Calcolo per l'Università e la Ricerca, CASPUR.

**1998-2005** Membro del Collegio dei Docenti del Dottorato in Ingegneria Aerospaziale, Università di Roma *la Sapienza*.

**2006** Membro del Collegio dei Docenti del Dottorato in Tecnologia e Scienza Aerospaziale, Università di Roma *la Sapienza*.

**2012** Membro del Collegio dei Docenti del Dottorato in Matematica, Università di Roma *la Sapienza*.

**Attività didattica**

Docente di diversi corsi del raggruppamento di Fluidodinamica, in particolare: Gasdinamica, Fluidodinamica, Ipersonica, Magnetofluidodinamica, Gas Rarefatti, Aerotermochimica, Modellistica per la Propulsione a Solido, Metodi Numerici per le Equazioni alle Derivate Parziali Non-Lineari.

Docente del Master in Calcolo Scientifico, Università di Roma *la Sapienza*, in: Fluidodinamica Numerica e Fluidodinamica Ambientale.

Docente del Master in Sistemi di Trasporto Spaziale, Università di Roma *la Sapienza*, in: Gasdinamica Numerica.

**Attività Scientifica**

Ricerche svolte nell'ambito della Fluidodinamica con particolare interesse per: Metodi numerici per flussi comprimibili stazionari e non-stazionari in presenza di urti, Flussi ipersonici attorno a corpi di rientro, Flussi turbolenti reattivi, Gasdinamica dei motori a propellente solido.

13 pubblicazioni su riviste internazionali e 49 a congressi internazionali.

Responsabile di finanziamenti Murst, Convenzioni ENEA e AVIO, e partecipante a gruppi di ricerca di Convenzioni ASI, AVIO e ESA-Esrin, ESA-ESTEC.

# Giacomo Rossi

## Curriculum Vitæ

9, Via Girolamo Cocconi  
00171 Roma, Italy

+393408816643

+39062593332

✉ rossigiacomo82@gmail.com

Roma, January 29, 1982



## Education

November  
2009

**PhD Student in Aerospace and Aeronautical Technology**, *Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Sapienza University, Faculty of Civil and Industrial Engineering, Via Eudossiana 18, Rome, Italy*

2006-2009

**Master of Science in Space Engineering**, *University "Sapienza", Faculty of Aeronautical and Spatial Engineering, Rome, Italy*

Mark 106/110

Thesis Entitled

*Soffocamento Supersonico nel Transitorio degli Endoreattori a Propellente Solido (Supersonic Choking during Solid Rocket Motors Ignition Transient)*

2000-2005

**Bachelor of Science in Aerospace Engineering**, *University "Sapienza", Faculty of Engineering, Rome, Italy*

Mark 97/110

Thesis Entitled

*La Deportanza nelle Autovetture da Competizione (Downforce in Race Cars)*

1995-2000

**Secondary High School Focusing on Sciences**, *Liceo Scientifico Statale "Tullio Levi Civita", class with physics and computer science profile, Rome, Italy*

Mark 100/100

## Professional Experiences

2010

**Project Worker**, *Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale, 18, Via Eudossiana, Rome, Italy, University "Sapienza", Faculty of Aeronautical and Spatial Engineering, Job: Analysis of Gasdynamic Fields in Solid Rocket Motors Combustion Chambers*

1998-1999

**Project Worker**, *Cartest s.r.l., 912, Via Tiburtina, Rome, Italy., Job: Archive Setting and Electronic Database Management*

## Principal Subjects

✓ Aerospace Propulsion, Thermal Control, Fluid Dynamics

✓ Computational Fluid Dynamics

## Languages

Italian **Native Speaker**

English **Very Good**

---

## Computer Skills

Operating Systems	GNU/Linux, Microsoft Windows XP, Microsoft Windows Vista, Microsoft Windows Seven
Office Suites	OpenOffice, Microsoft Office XP, Microsoft Office 2007
Grafical Editing	Inkscape, The Gimp, Photoshop
Scientific Visualization Tools	Paraview, Tecplot
Languages	Fortran 90, Fortran 95, $\LaTeX$ , Matlab

---

## Publications

### Conference

**B. Favini, E. Cavallini, G. Rossi, M. Di Giacinto, A. Di Mascio and F. Serraglia,** *On the NDP Onset in Pre-Ignition Transient of High Performance SRMs: VEGA Z9A Experience*, 5th International Conference on Recent Advances in Space Technologies, June 2011, Istanbul, Turkey

### Technical Reports

**A. Di Mascio, R. Broglia, R. Muscari, G. Rossi, S. Zaghi, B. Favini,** *Aerothermal Fluxes of Vega Launcher*, Technical Report VG-ESA-SOW-004-IPT, February 2011, Rome, Italy

*Roma, September 27, 2012*

Giacomo Rossi