



Ente per le Nuove tecnologie,  
l'Energia e l'Ambiente



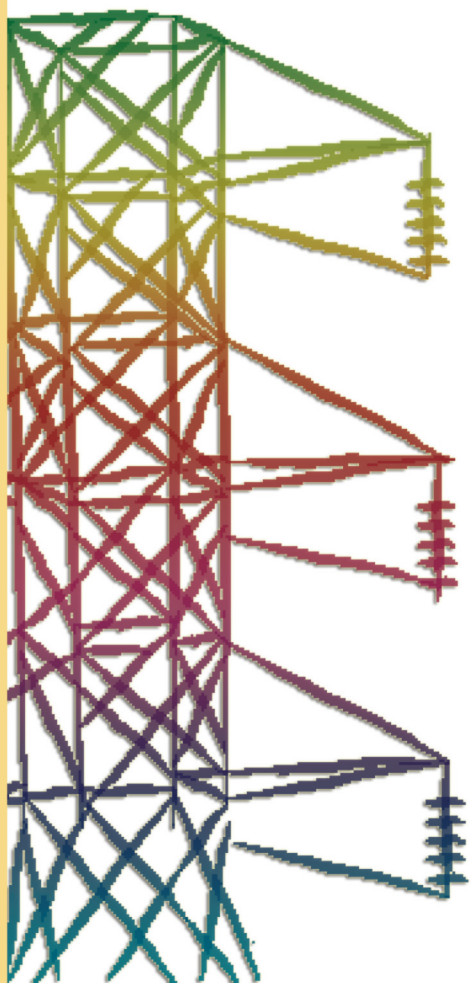
*Ministero dello Sviluppo Economico*

## **RICERCA SISTEMA ELETTRICO**

---

**Un approccio razionale alla definizione delle zone climatiche di un territorio per la regolamentazione dei consumi energetici derivanti dalla climatizzazione degli edifici: dai gradi-giorno invernali agli indici di severità climatica "all weather"**

**Luciano Terrinoni**





Ente per le Nuove tecnologie,  
l'Energia e l'Ambiente



*Ministero dello Sviluppo Economico*

## RICERCA SISTEMA ELETTRICO

Un approccio razionale alla definizione delle zone climatiche di un territorio per la regolamentazione dei consumi energetici derivanti dalla climatizzazione degli edifici: dai gradi-giorno invernali agli indici di severità climatica "all weather"

*Luciano Terrinoni*

UN APPROCCIO RAZIONALE ALLA DEFINIZIONE DELLE ZONE CLIMATICHE DI UN TERRITORIO  
PER LA REGOLAMENTAZIONE DEI CONSUMI ENERGETICI DERIVANTI DALLA  
CLIMATIZZAZIONE DEGLI EDIFICI: DAI GRADI-GIORNO INVERNALI AGLI INDICI DI SEVERITÀ  
CLIMATICA "ALL WEATHER"

Luciano Terrinoni (ENEA)

Maggio 2009

Report Ricerca Sistema Elettrico

Accordo di Programma Ministero dello Sviluppo Economico - ENEA

Area: Usi finali

Tema: Determinazione dei fabbisogni e dei consumi energetici dei sistemi edificio-impianto, in particolare nella stagione estiva e per uso terziario e abitativo e loro razionalizzazione.

Interazione condizionamento e illuminazione

Responsabile Tema: Marco Citterio, ENEA

UN APPROCCIO RAZIONALE ALLA DEFINIZIONE DELLE ZONE CLIMATICHE DI UN TERRITORIO PER LA REGOLAMENTAZIONE DEI CONSUMI ENERGETICI DERIVANTI DALLA CLIMATIZZAZIONE DEGLI EDIFICI: DAI GRADI GIORNO INVERNALI AGLI INDICI DI SEVERITÀ CLIMATICA "ALL WEATHER".

Luciano Terrinoni

Sommario

Il recepimento in Italia della Direttiva Europea 2002/91/CE, relativa al rendimento energetico in edilizia, attraverso l'emanazione del Dlgs.192/05 e del successivo Dlgs.311/06, prevede la certificazione energetica in edilizia. La certificazione si traduce, tra l'altro, nella valutazione di un parametro, il fabbisogno di energia primaria specifico della costruzione, e nella successiva assegnazione, in funzione del valore di tale parametro, della costruzione a una classe di efficienza energetica. Un edificio richiede energia per i molteplici servizi che devono essere assicurati: climatizzazione estiva e invernale, illuminazione artificiale, acqua calda sanitaria. Al momento sono stati fissati i limiti al fabbisogno solo per quanto riguarda la climatizzazione invernale. Il territorio nazionale è stato suddiviso, infatti, in zone climatiche invernali in conformità a un indice di severità climatica definito dai gradi-giorno invernali e sono stati individuati i valori limite del fabbisogno energetico su tale base.

La diffusione dei sistemi di condizionamento estivi, con il conseguente aumento dei consumi energetici, rende necessario procedere, anche in tal caso, alla definizione di zone climatiche estive contraddistinte da un indice di severità climatica estivo. La definizione di questo indice estivo presenta maggiori difficoltà rispetto al corrispondente indice invernale giacché le variabili climatiche di cui tenere conto sono più numerose e più complesse da valutare.

Il presente lavoro propone una definizione operativa di questo indice, utile per la classificazione del territorio nazionale in zone climatiche estive e per la determinazione dei valori limite del fabbisogno energetico per la climatizzazione estiva. La definizione proposta comprende anche il caso invernale e consente quindi una uniformità nella classificazione indipendentemente dal periodo climatico dell'anno.

Parole chiave: edilizia, rendimento energetico, certificazione, indice di severità climatica, gradi-giorno estivi

A RATIONAL APPROACH TO DEFINITION OF TERRITORIAL CLIMATIC ZONES FOR THE REGULATION OF THE ENERGETIC CONSUMPTIONS DERIVING FROM THE AIR CONDITIONING OF THE BUILDINGS: FROM THE HEATING DEGREES - DAY TO THE INDICES OF CLIMATIC SEVERITY "ALL WEATHER".

Summary

The application in Italy of the European Directive 2002/91/CE, about the energy performance of buildings, through the emanation of the Dlgs.192/05 and Dlgs.311/06, provide, in fact, for the energy certification in building.

The certification means, between the other, the calculation of a parameter, the building specific requirement of primary energy, and the successive allocation of the building, as function of the value of such parameter, to a certain class of energetic efficiency. A building demands energy for the multiple services that must be assured: summer and winter air conditioning, artificial lighting, sanitary warm water. At the moment just limits to the requirements needed for winter air conditioning have been fixed. The national territory has been subdivided, in fact, in winter climatic zones in compliance with an index of climatic severity (heating degree-day) and has been set limit values for the energetic requirements.

The spread of the systems of summer air conditioning, with the consequent increase of the energetic consumptions, renders necessary to proceed, also in such case, to the definition of summer climatic zones by a summer index of climatic severity. The definition of this summer index introduces greater difficulties respect the correspondent winter index since climatic variables, in this case, they are further numerous and more complex to estimate.

The present report proposes an operating definition of such index, useful for the classification of the national territory in summer climatic zones and for the determination of the limit values of the energetic requirements for the summer air conditioning. The proposed definition comprises also the winter case and permits, therefore, the needed uniformity in the classification, independently from the climatic period of the year.

Keywords: buildings, energy performance, certification, climatic index, cooling degree-day



## INDICE

	pagina
PREMESSA.....	7
IL PROBLEMA.....	9
LO STUDIO DEL SISTEMA .....	14
INDICE DI SEVERITÀ CLIMATICA.....	30
UNA PROPOSTA PRATICA PER L'INDICE.....	33
LA SOLUZIONE PRATICA PER L'INDICE.....	41
SCELTA E DETERMINAZIONE DELLA SUPERFICIE C.....	42
LA CLASSIFICAZIONE DI UN TERRITORIO.....	44
UN SALTO NELL'IPERSPAZIO.....	45
CONCLUSIONI.....	46



Pluralitas non est ponenda sine necessitate

(GUGLIELMO da OCCAM 1285-1349 )

## **Premessa**

Gli impianti di condizionamento invernale ed estivo di un edificio sono chiamati a contrastare e compensare, con la loro azione, le condizioni climatiche esterne in modo da garantire, all'interno dell'edificio stesso, condizioni climatiche idonee per lo svolgimento delle normali attività.

Nel periodo invernale gli impianti devono compensare essenzialmente le dispersioni di calore dalle superfici opache e trasparenti che formano l'involucro dell'edificio e assicurare il riscaldamento dell'aria di ricambio esterna; questi due fattori sono legati entrambi alla differenza di temperatura tra l'ambiente esterno e quello interno.

Considerando l'intero periodo temporale di riscaldamento, è possibile definire, sotto opportune ipotesi semplificatrici del processo di climatizzazione e del comportamento termico dell'edificio, un fattore integrale, i cosiddetti gradi-giorno invernali (GGI), al quale è proporzionale il fabbisogno energetico di un certo edificio sito in una certa località.

Il fattore integrale gradi-giorno invernali costituisce quindi un indice che, legando le caratteristiche climatiche del sito alle caratteristiche termiche dell'edificio, consente di stimare il consumo energetico per il condizionamento invernale.

### *Indice di severità climatica invernale*

Noto l'andamento temporale della temperatura esterna delle varie località di un territorio e fissate le condizioni di riferimento per la temperatura dell'ambiente interno, il fattore integrale gradi-giorno invernali è così definito:

$$GGI = \int_T (\mathcal{G}_i - \mathcal{G}_e) dt \quad \text{per } \mathcal{G}_i \geq \mathcal{G}_e$$

con:  $\mathcal{G}_i$  temperatura dell'aria interna

$\mathcal{G}_e$  temperatura dell'aria esterna

$t$  tempo corrente

T periodo di riscaldamento

### *Classificazione del territorio*

Un territorio esteso può essere classificato sulla base del valore variabile assunto da questo fattore e suddiviso in zone climatiche invernali, individuate da intervalli contigui di GGI.

Questo fattore integrale costituisce quindi un indice di severità climatica invernale del sito.



Sulla base del valore di tale indice è possibile, inoltre, fissare un valore limite del consumo energetico per il riscaldamento invernale, zona per zona, secondo le caratteristiche termiche dell'involucro dell'edificio o, in alternativa, definire le caratteristiche costruttive termiche dell'involucro dell'edificio per porre un limite al consumo energetico.

### *Indice di severità climatica estivo*

Negli ultimi anni si è diffuso l'uso di sistemi e impianti di aria condizionata per il periodo estivo, finora limitati al settore terziario, anche nell'edilizia abitativa.

Il consumo energetico, principalmente di energia elettrica, che ne deriva è quindi cresciuto notevolmente e si è evidenziata la necessità di sottoporlo a una regolamentazione.

Per la climatizzazione estiva sarebbe allora auspicabile la definizione di un fattore integrale che possa rappresentare l'indice di severità climatica estivo.

L'indice deve svolgere le stesse funzioni di quello invernale per quanto riguarda la classificazione e la suddivisione del territorio in zone climatiche estive e costituire contemporaneamente una base per la regolamentazione *ope legis* del consumo energetico dell'edificio o per la definizione delle caratteristiche costruttive termiche limiti dell'involucro edilizio.

Questo lavoro illustra un possibile approccio al problema e propone una soluzione ingegneristicamente valida e quindi praticabile.

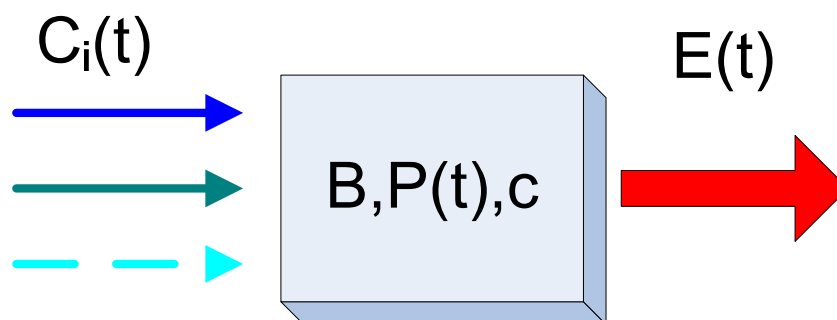
## Il problema

La definizione di un indice di severità climatica come fattore integrale del grado di cemento cui è sottoposto il sistema edificio-impianto di condizionamento per assicurare il soddisfacimento di un *set-point* delle condizioni climatiche interne non può che partire da uno schema funzionale generale del sistema edificio-impianto e dalla scrittura delle equazioni che reggono il processo e che rappresentano i principi base di conservazione dell'energia e della massa.

Prima di procedere in questo senso, è opportuno individuare le caratteristiche generali e le condizioni che tale indice deve soddisfare, per essere utile allo scopo dichiarato in premessa.

### *Il sistema edificio-impianto*

Il sistema edificio-impianto è rappresentabile come un sistema a più ingressi, costituiti da  $i$  variabili climatiche  $C_i(t)$ , e a una sola uscita costituita dall'energia  $E(t)$  necessaria per mantenere il *set-point*  $c$  delle condizioni climatiche interne del sistema:



Le caratteristiche costruttive, sia termiche sia di altra natura, dell'edificio sono rappresentate dalla funzione  $B$ , le condizioni climatiche interne di *set-point* sono descritte dalla  $c$ , entrambi indipendenti dalla variabile tempo  $t$ , mentre le caratteristiche dell'impianto termico sono individuate dalla funzione  $P(t)$  del tempo che ne rappresenta la potenza.

Sistemi dinamici (sistemi MISO, Multiple Input Single Output) di tal genere sono studiabili, normalmente, come sistemi lineari del primo ordine, modellabili cioè con equazioni differenziali ordinarie lineari a coefficienti costanti del primo ordine giacché la risposta del sistema reale ha costante di tempo sufficientemente grande (sistema "lento") e, contemporaneamente, le variabili d'ingresso hanno un basso contenuto di armoniche.

Esistono, e sono ben consolidate e collaudate, procedure d'identificazione e analisi di sistemi siffatti, insieme con applicazioni software *general-purpose* o dedicate per lo studio dell'evoluzione nel tempo delle variabili di sistema: si vuole, invece, qui identificare il sistema tramite le sole grandezze integrali delle variabili.

Consideriamo, a tal fine, il comportamento del sistema su una scala temporale grande: diciamo che sia  $T$  un periodo temporale di funzionamento del sistema tale che non si risenta più del transitorio imposto al sistema dalle condizioni iniziali delle variabili d'ingresso, e, parimenti, si siano instaurati e stabilizzati tutti i ritardi connaturati con il sistema dinamico.

Potremo scrivere la seguente relazione funzionale:

$$E_T = F(C, B, c, T)$$

con:  $T$  periodo di osservazione del sistema  
 $E_T$  energia totale richiesta nel periodo  
 $C$  funzione integrale in  $T$  delle caratteristiche climatiche esterne  $C_i$   
 $c$  *set-point* delle caratteristiche climatiche interne  
 $B$  funzione delle caratteristiche generali dell'edificio

La forma cercata per  $F$  implica che la funzione climatica integrale del sistema  $C$ , candidata cioè a definire l'indice di severità climatica in  $T$ , non deve contenere se non variabili climatiche e che, parallelamente, la funzione integrale  $B$  deve contenere solo variabili connesse con l'involucro dell'edificio.

La potenza dell'impianto di condizionamento  $P$  non compare esplicitamente nella funzione  $F$  poiché si presuppone che sia quella necessaria e sufficiente per mantenere le condizioni climatiche interne del *set-point*.

Possiamo definire la funzione  $C$  in relazione alle caratteristiche di *set-point*, senza perdere in generalità:

$$C = C - c$$

Si avrà dunque:

$$E_T = F(C, B, T)$$

È altresì evidente che la  $F$  dovrà scaturire dal bilancio di energia e di massa del sistema esteso al periodo  $T$ , mentre al momento nulla si può dire sulla forma della  $C$  e della  $B$ .

Possiamo però, fin da ora, stabilire alcune condizioni che devono essere soddisfatte da  $F$ ,  $C$ , e  $B$ .

Tali condizioni sono le seguenti:

- a. La  $F$  deve essere una funzione a un sol valore:

*Lo stesso edificio, avente un certo valore di  $B$ , situato in due siti differenti, ma con lo stesso valore di  $C$ , deve avere la stessa  $E_T$ .*

- b. La  $F$  si deve annullare per un valore  $C = C_0$  per ogni valore di  $B$  e  $T$ :

$$F(C_0, B, T) = 0 \quad \forall \{B, T\}$$

*Deve esistere un valore di  $C$  per il quale non è richiesta nessuna energia per mantenere le condizioni di set-point interno.*

- c. La  $F$  si deve annullare per il valore  $T = 0$  per ogni valore di  $C$  e  $B$ :

$$F(C, B, 0) = 0 \quad \forall \{C, B\}$$

*Condizione banale*

- d. La  $F$  deve essere una funzione non decrescente di  $C$ :

$$\frac{\delta F}{\delta C} \geq 0$$

*Al crescere della severità delle condizioni esterne, deve crescere l'energia necessaria o, al più, rimanere costante.*

- e. La variazione relativa di  $F$  deve essere uguale alla variazione relativa di  $C$  se  $B = \text{cost}$  e  $T = \text{cost}$

$$\frac{\delta F}{F} = \frac{\delta C}{C}$$

*L'energia necessaria per un assegnato edificio e un assegnato periodo, in corrispondenza di un sito con un certo valore di  $C$ , rispetto a quella necessaria per un altro sito con un diverso valore di  $C$ , deve variare nella stessa proporzione della variazione di  $C$ .*

- f. La variazione relativa di  $F$  deve essere uguale alla variazione relativa di  $B$  se  $C = \text{cost}$  e  $T = \text{cost}$  :

$$\frac{\delta F}{F} = \frac{\delta B}{B}$$

*L'energia necessaria per due edifici con differenti  $B$  situati però in uno stesso sito con lo stesso valore  $C$ , deve variare nella stessa proporzione della variazione di  $B$ .*

- g. La variazione relativa di  $F$  deve essere uguale alla variazione relativa di  $T$  se  $B = \text{cost}$  e  $C = \text{cost}$  :

$$\frac{\delta F}{F} = \frac{\delta T}{T}$$

*L'energia necessaria per uno stesso edificio in un certo sito deve variare nella stessa proporzione della variazione di  $T$ .*

Dalle condizioni  $e, f, g$  deriva:

$$\int \frac{\delta F}{F} = \int \frac{dC}{C} + f(B, T) + k_1,$$

$$\int \frac{\delta F}{F} = \int \frac{dB}{B} + g(C, T) + k_2,$$

$$\int \frac{\delta F}{F} = \int \frac{dT}{T} + h(C, B) + k_3,$$

dove  $f, g, h$  sono funzioni arbitrarie e  $k_1, k_2, k_3$  sono costanti arbitrarie.

Integrando:

$$\ln F = \ln C + \ln f(B, T) + \ln k_1,$$

$$\ln F = \ln B + \ln g(B, T) + \ln k_2,$$

$$\ln F = \ln T + \ln h(C, B) + \ln k_3$$

Sfruttando le condizioni di arbitrarietà si ottiene, in definitiva:

$$E_T = F(C, B, T) = kCBT$$

La funzione  $F$  deve quindi essere lineare sia in  $C$ , sia in  $B$ , sia in  $T$ .

Questo, naturalmente, non significa che  $C$  o  $B$  debbano essere funzioni lineari delle relative variabili climatiche o costruttive!

Fatta questa precisazione, si può scrivere l'indice di severità climatica come:

$$C = \frac{E_T}{kBT}$$

Quest'indice, ribadiamo, conterrà tutte le variabili climatiche che influenzano il comportamento energetico dell'edificio e lo si potrà quindi, a ben ragione, considerare un indice "all weather". Se, inoltre, lo si potrà definire, in maniera uniforme, indipendentemente dal periodo climatico (estate e inverno), tale definizione sarà ancora più adeguata.

Occorre adesso tornare allo studio del sistema di condizionamento per trovare le espressioni analitiche delle funzioni integrali  $C$  e  $B$ .

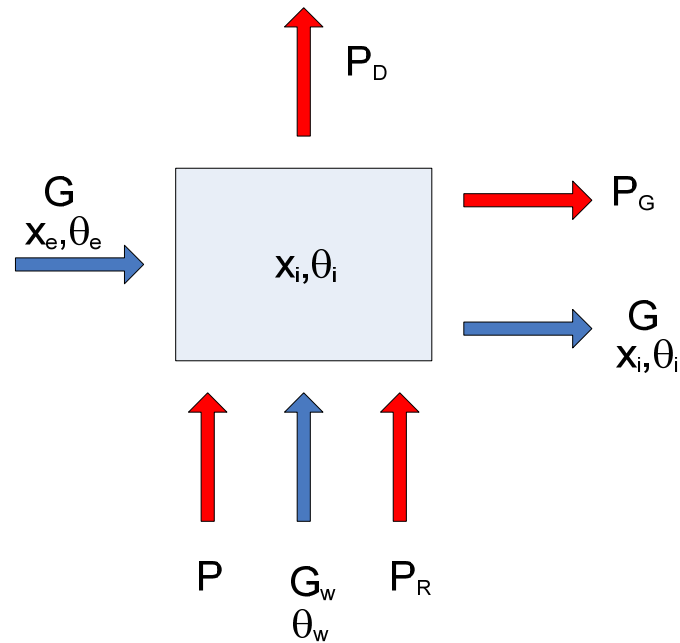
Imposteremo tale studio in modo da mettere in evidenza la struttura delle relazioni che regolano il sistema e i fattori che ne influenzano il comportamento: non rientrano nel nostro scopo né lo studio puntuale del sistema e dei suoi particolari componenti né la sua progettazione o verifica.

Saranno quindi considerate utili tutte quelle semplificazioni e assunzioni che contribuiscono a sottolineare e rendere immediatamente intelleggibile l'aspetto di dipendenza funzionale delle variabili in gioco.

## Lo studio del sistema con le grandezze integrali delle variabili

### CONDIZIONI INVERNALI

Consideriamo il seguente schema funzionale che descrive lo scambio di energia e di massa tra l'involucro edilizio e l'ambiente esterno nelle condizioni invernali:



con:  $\theta_e$  temperatura dell'aria esterna  
 $\theta_i$  temperatura dell'aria interna  
 $x_e$  titolo di miscela dell'aria esterna  
 $x_i$  titolo di miscela dell'aria interna  
 $G$  portata in massa dell'aria secca esterna di riciclo  
 $G_w$  portata in massa dell'acqua di reintegro  
 $\theta_w$  temperatura dell'acqua di reintegro

$P_D$  potenza dispersa dall'involucro  
 $P_R$  potenza radiante esterna (sole)  
 $P_G$  potenza all'aria di ricambio  
 $P$  potenza di condizionamento

Non si considerano gli apporti interni al sistema dovuti, per esempio, alla presenza di persone o di apparecchiature e la potenza di condizionamento  $P$  è al netto del rendimento d'impianto.

### Bilancio della massa:

Aria

Si considera che si ricambi una portata in massa costante di aria secca:

$$G_e = G = \text{cost}$$

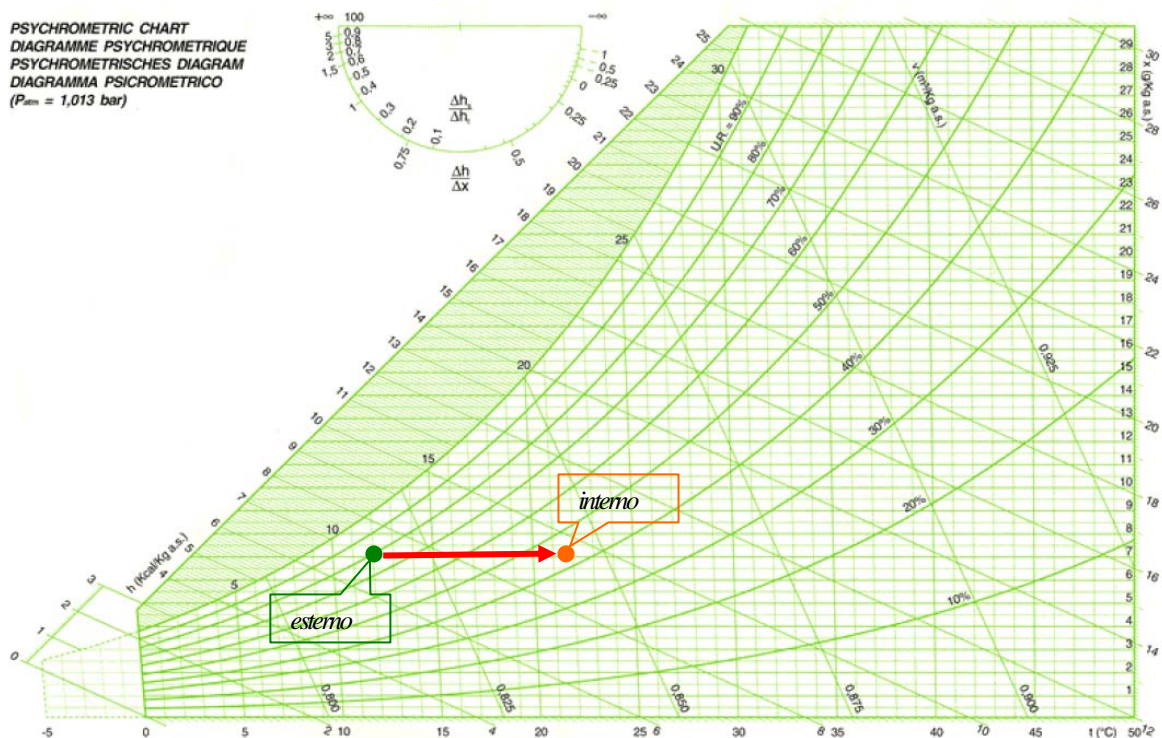
Acqua

$$Gx_e + G_w = Gx_i$$

$$G_w = G(x_i - x_e)$$

$$x_i \geq x_e$$

Si presuppone, infatti, la temperatura interna superiore a quella esterna; se non c'è apporto di acqua nel sistema ( $x = \text{cost}$ ), l'umidità relativa interna  $\phi$  diminuisce rispetto a quella esterna, come si può vedere dal diagramma di stato dell'aria umida. L'aria interna diventa quindi troppo secca ed è necessario far evaporare dell'acqua liquida per controllare l'umidità relativa interna e riportarla al valore di *set-point*.





### ***Bilancio dell'energia per unità di tempo:***

Ricordando che nelle ipotesi fatte, non si deve considerare nessun termine di accumulo dell'energia nel sistema, si ha:

$$P = P_D + P_G - P_R$$

Esplicitiamo ora i vari termini:

#### *Potenza dispersa dall'involucro $P_D$*

Considerando, per semplicità, che tutte le superfici  $S_n$  che compongono l'involucro disperdono energia verso il solo l'ambiente esterno<sup>1</sup>, a temperatura  $\theta_e$ , con un coefficiente di scambio termico globale  $U_n$ , si ha:

$$P_D = (U_1 S_1 + U_2 S_2 + \dots + U_n S_n)(\theta_i - \theta_e)$$

si può allora definire un coefficiente di scambio termico globale equivalente imponendo:

$$U_{eq} S = \sum_n U_n S_n \quad \text{con} \quad S = \sum_n S_n$$

e quindi:

$$P_D = U_{eq} S (\theta_i - \theta_e)$$

#### *Potenza all'aria di ricambio $P_G$*

$$P_G = G i_i - G i_e - G_w i_w$$

dove  $i$  sono le entalpie specifiche per unità di massa:

$$\begin{array}{ll} \text{aria umida}^2 & i = c_p \theta + x r_0 \\ \text{acqua} & i_w = c_{p,w} \theta_w \end{array}$$

con  $c_p$  calore specifico a pressione costante dell'aria secca  
 $c_{p,w}$  calore specifico a pressione costante dell'acqua  
 $r_0$  entalpia di vaporizzazione dell'acqua a 0°C

---

<sup>1</sup> Si può rinunciare, a costo di qualche complicazione formale, a questa condizione e, inoltre, definire anche le potenze disperse dai ponti termici.

<sup>2</sup> È lecito considerare, in questa sede, questa espressione semplificata per l'entalpia dell'aria umida

è quindi:

$$P_G = G(c_p \theta_i + x_i r_0) - G(c_p \theta_e + x_e r_0) - G_w c_{p,w} \theta_w$$

ricordando che:  $G_w = G(x_i - x_e)$ , si ha:

$$P_G = G \left[ c_p (\theta_i - \theta_e) + (x_i - x_e) (r_0 - c_{p,w} \theta_w) \right]$$

poiché  $r_0 \gg c_{p,w} \theta_w$ , si può trascurare questo termine, e ciò ci esime anche dal definire il valore di  $\theta_w$ , e ottenere

$$P_G = G \left[ c_p (\theta_i - \theta_e) + r_0 (x_i - x_e) \right]$$

È possibile sviluppare questa relazione facendo comparire, invece del titolo di miscela  $x$  il grado igrometrico  $\varphi$ , parametro più immediato per le condizioni di *set-point* interne, la pressione di saturazione del vapore d'acqua alla temperatura  $\theta_i$ , la pressione parziale del vapore alla temperatura  $\theta_e$ , e la pressione atmosferica utilizzando l'equazione di Clausius-Clapeyron e le relazioni termodinamiche delle trasformazioni dell'aria umida<sup>3</sup>.

Inoltre, se il ricambio di aria è valutato in termini di  $n$ , numero di volumi dell'edificio ricambiati nell'unità di tempo, come previsto da molte normative, si può anche scrivere:

$$G = \rho n V$$

con:  $\rho$  densità dell'aria secca

$V$  volume dell'edificio

e quindi

$$P_G = \rho n V \left[ c_p (\theta_i - \theta_e) + r_0 (x_i - x_e) \right]$$

*Potenza radiante esterna  $P_R$*

Possiamo ricondurre tale potenza essenzialmente a quella della radiazione solare incidente sulle superfici opache e su quelle trasparenti dell'involucro.

Si deve intendere, naturalmente, la radiazione solare globale, somma della radiazione diretta, della radiazione diffusa e di quella riflessa dall'ambiente circostante, funzione dell'una e dell'altra.

---

<sup>3</sup> Per non perdere in chiarezza di esposizione e compattezza nelle formule, si mantiene la formulazione con i soli titoli dell'aria umida.

La radiazione riflessa è quella di più difficile valutazione poiché dipende da ciò che circonda l'involucro edilizio; nella nostra schematizzazione non è stato considerato questo fattore nelle variabili di sistema e, d'altra parte, la potenza della radiazione riflessa è, in genere, tranne casi particolari di ambiente esterno molto riflettente, fortunatamente una piccola frazione di quella globale.

La radiazione globale su una superficie dell'involucro è funzione di molte variabili: dipende dal sito (latitudine e longitudine), dall'ora e dal periodo dell'anno, dalle caratteristiche meteorologiche del sito, dalle caratteristiche di risposta della superficie alle radiazioni, dalla giacitura della superficie considerata individuata dai coseni direttori della sua direzione normale.

Conviene scegliere, tra le molte possibili, una formulazione della stima della potenza radiante esterna che mantenga i parametri più importanti e che sia sufficientemente semplice.

A tal fine è opportuno dividere le superfici dell'involucro in due categorie: superfici opache e superfici trasparenti.

### *Superfici opache*

Siano:  $I_\beta$  la radiazione globale solare incidente sulla superficie  
 $\beta^\circ$  coseni direttori della normale alla superficie  
 $s^\circ$  area della superficie  
 $\alpha$  coefficiente di assorbimento efficace della superficie  
 $f^\circ$  fattore di schermatura della superficie

Il coefficiente  $\alpha$  risulta, naturalmente, dal bilancio tra la potenza assorbita e da quella riemessa dalla superficie, che aumenta la sua temperatura a causa della potenza assorbita.

È evidente che, mentre la potenza assorbita dipende solo dalle caratteristiche della superficie assorbente, la temperatura che raggiunge la superficie stessa, e quindi la potenza riemessa, è funzione anche delle caratteristiche di trasmittanza termica dell'involucro e dalla temperatura delle superfici esterne all'edificio e andrebbe determinata studiando l'equilibrio degli scambi termici di tale sistema.

Questa trattazione semplificata, che riconduce a un valore medio di  $\alpha$ , è ritenuta, però, accettabile ai fini di questo studio.

Puntualizzato quest'aspetto, si potrà scrivere per le superfici opache:

$$P_R^\circ = \alpha f^\circ s^\circ I_\beta$$

### Superfici trasparenti

Siano:  $I_\beta$  la radiazione globale solare incidente sulla superficie  
 $\beta^t$  coseni direttori della normale alla superficie  
 $s^t$  area della superficie  
 $g$  fattore di guadagno solare della superficie  
 $f^t$  fattore di schermatura della superficie

si potrà scrivere:

$$P_R^t = g f^t s^t I_\beta$$

La potenza radiante esterna, per una superficie orientata secondo i coseni direttori  $\beta$  e composta di parti opache e parti trasparenti, sarà quindi:

$$P_{R,\beta} = (\alpha f^o s^o + g f^t s^t)_\beta I_\beta$$

Si può definire una superficie irradiata equivalente come:

$$s_{R,\beta} = (\alpha f^o s^o + g f^t s^t)_\beta$$

che è una caratteristica dell'edificio.

Si ha quindi:

$$P_{R,\beta} = s_{R,\beta} I_\beta$$

In alternativa, se  $I_o$  è la potenza radiante su una superficie orizzontale, potremmo definire, per la giacitura  $\beta$ , una superficie orizzontale equivalente tale che:

$$P_{R,\beta} = (\alpha f^o s^o + g f^t s^t)_\beta I_\beta = \hat{s}_{R,\beta} I_o$$

con  $\hat{s}_{R,\beta} = (\alpha f^o s^o + g f^t s^t)_\beta \frac{I_\beta}{I_o}$

Questa superficie orizzontale equivalente non è, purtroppo, una caratteristica dell'edificio giacché varia al variare del rapporto  $\frac{I_\beta}{I_o}$ , che dipende dal sito.

Indichiamo, allora, con:

$$\Gamma_\beta = \frac{I_\beta}{I_o}$$

Si ha:

$$P_{R,\beta} = (\alpha f^o s^o + g f^t s^t)_\beta I_\beta = s_{R,\beta} \Gamma_\beta I_o$$

$$\text{con } s_{R,\beta} = (\alpha f^o s^o + g f^t s^t)_\beta$$

$$\text{e } \hat{s}_{R,\beta} = s_{R,\beta} \Gamma_\beta$$

*Potenza totale per l'edificio*

Poiché abbiamo ora esplicitato tutti i termini della equazione di bilancio dell'edificio:

$$P = P_D + P_G - P_R$$

possiamo scrivere, seguendo la prima definizione di superficie irradiata equivalente:

$$P = U_{eq} S (\theta_i - \theta_e) + \rho n V [c_p (\theta_i - \theta_e) + r_0 (x_i - x_e)] - \sum_{\beta} s_{R,\beta} I_\beta$$

oppure, sulla base della seconda definizione di superficie irradiata equivalente:

$$P = U_{eq} S (\theta_i - \theta_e) + \rho n V [c_p (\theta_i - \theta_e) + r_0 (x_i - x_e)] - \sum_{\beta} s_{R,\beta} \Gamma_\beta I_o$$

Poiché è:

$$P = \frac{dE}{dt}$$

integrando la potenza sull'intervallo temporale  $T$ :

$$1). \quad E_T = \int_T P dt = U_{eq} S \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V c_p \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V r_0 \int_T (x_i - x_e) dt - \sum_{\beta} s_{R,\beta} \int_T I_\beta dt$$

oppure:

$$2). \quad E_T = \int_T P dt = U_{eq} S \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V c_p \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V r_0 \int_T (x_i - x_e) dt - \sum_{\beta} s_{R,\beta} \int_T \Gamma_\beta I_o dt$$

in accordo al teorema della media, si può scrivere:

$$\int_T \Gamma_\beta I_0 dt = \bar{\Gamma}_\beta \int_T I_0 dt$$

dove  $\bar{\Gamma}_\beta$  è un opportuno valore valutato in un punto dell'intervallo T e, di conseguenza,

$$E_T = \int_T P dt = U_{eq} S \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V c_p \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V r_0 \int_T (x_i - x_e) dt - \left[ \int_T I_0 dt \right] \sum_\beta s_{R,\beta} \bar{\Gamma}_\beta$$

È possibile, nella pratica, semplificare ulteriormente questa espressione definendo un valore di  $\bar{\Gamma}_\beta$  equivalente e unico per tutte le giaciture:

$$\begin{aligned} \sum_\beta s_{R,\beta} \bar{\Gamma}_\beta &= S_R \hat{\Gamma} \\ \hat{\Gamma} &= \frac{\sum_\beta s_{R,\beta} \bar{\Gamma}_\beta}{S_R} \\ \text{con } S_R &= \sum_\beta s_{R,\beta} \end{aligned}$$

e quindi

$$E_T = \int_T P dt = U_{eq} S \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V c_p \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V r_0 \int_T (x_i - x_e) dt - S_R \hat{\Gamma} \int_T I_0 dt$$

Se definiamo una superficie orizzontale equivalente, ai fini della radiazione solare:

$$\hat{S}_R = S_R \hat{\Gamma}$$

si avrà:

$$E_T = \int_T P dt = U_{eq} S \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V c_p \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V r_0 \int_T (x_i - x_e) dt - \hat{S}_R \int_T I_0 dt$$

Quest'ultima espressione è, manifestamente, più semplice giacché richiede, per la sua valutazione, un minor numero d'informazioni (la sola funzione  $I_0$  contro le  $\beta$  funzioni  $I_\beta$ ): è, però meno rigorosa e ha bisogno di un'opportuna calibrazione di  $\hat{\Gamma}$  per giustificare le assunzioni semplificative operate.

Continueremo quindi l'elaborazione su questa falsariga.

Riprendiamo quindi la:

$$E_T = \int_T P dt = U_{eq} S \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V c_p \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V r_0 \int_T (x_i - x_e) dt - \hat{S}_R \int_T I_0 dt$$

Siccome deve essere, manifestamente,

$$E_T \geq 0$$

in particolare per

$$(\theta_i - \theta_e) = 0 \text{ e } (x_i - x_e) = 0$$

deve essere:

$$\int_T I_0 dt = 0 \text{ e, poiché è sempre } I_0 > 0,$$

deve essere definito un valore costante  $I_{0,ref}$  di riferimento tale che

$$\int_T I_0 dt - \int_T I_{0,ref} dt = 0$$

$$\text{e quindi } \int_T (I_0 - I_{0,ref}) dt = 0$$

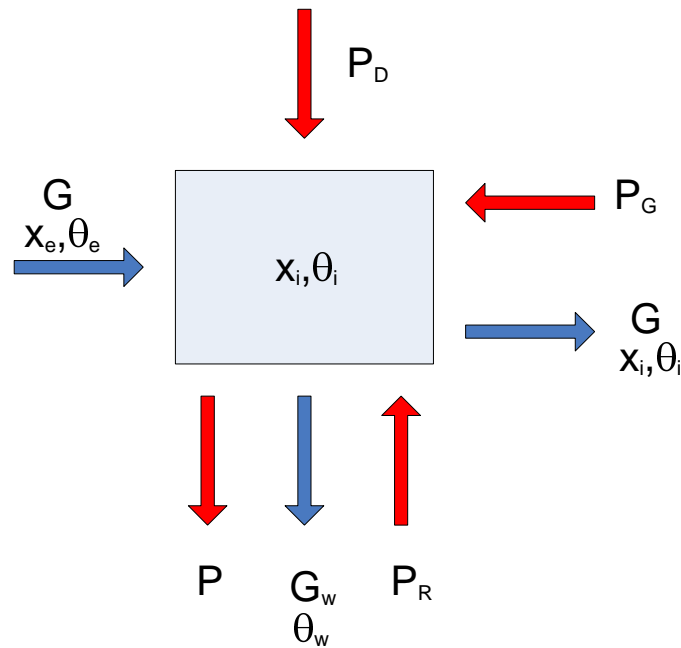
Si ottiene, in definitiva:

$$E_T = \int_T P dt = U_{eq} S \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V c_p \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V r_0 \int_T (x_i - x_e) dt - \hat{S}_R \int_T (I_0 - I_{0,ref}) dt$$

dove  $I_{0,ref}$  deve essere scelto, in pratica, in corrispondenza di un intorno di  $(\theta_i - \theta_e) = 0$  e  $(x_i - x_e) = 0$  in modo da rendere prossimo allo zero  $E_T$ .

## CONDIZIONI ESTIVE

Consideriamo ora il seguente schema funzionale che descrive lo scambio di energia e di massa tra l'involucro edilizio e l'ambiente esterno nelle condizioni estive:



con:  $\theta_e$  temperatura dell'aria esterna  
 $\theta_i$  temperatura dell'aria interna  
 $x_e$  titolo di miscela dell'aria esterna  
 $x_i$  titolo di miscela dell'aria interna  
 $G$  portata in massa dell'aria secca esterna di riciclo  
 $G_w$  portata in massa dell'acqua estratta  
 $\theta_w$  temperatura dell'acqua estratta

$P_D$  potenza dispersa dall'involucro  
 $P_R$  potenza radiante esterna (sole)  
 $P_G$  potenza all'aria di ricambio  
 $P$  potenza di condizionamento

Non si considerano, nuovamente, gli apporti interni al sistema dovuti, per esempio, alla presenza di persone o di apparecchiature e sono state cambiate, rispetto allo schema invernale, le direzioni dei flussi di massa e di potenza, mantenendone i significati. La potenza di condizionamento  $P$  è considerata, sempre, al netto dell'efficienza d'impianto.



### Bilancio della massa:

Aria

Si considera che si ricambi una portata in massa costante di aria secca:

$$G_e = G = \text{cost}$$

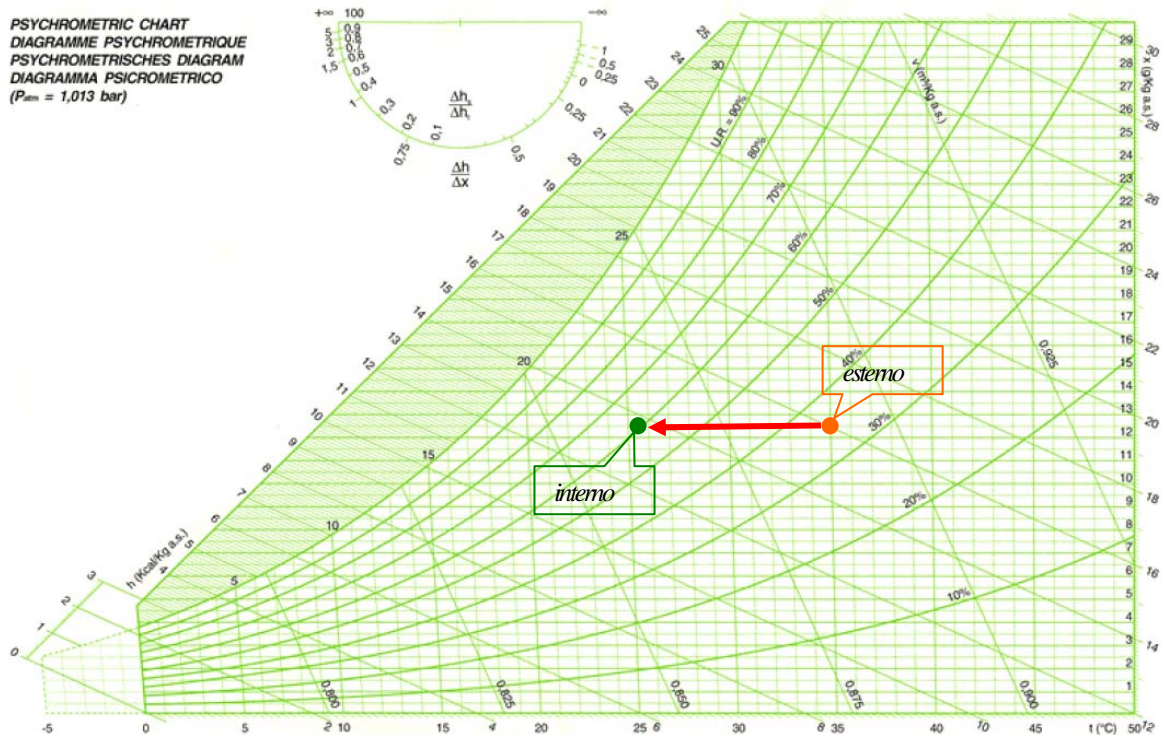
Acqua

$$Gx_e - G_w = Gx_i$$

$$G_w = G(x_e - x_i)$$

$$x_e \geq x_i$$

Si presuppone, infatti, la temperatura interna inferiore a quella esterna; se non c'è estrazione di acqua nel sistema ( $x = \text{cost}$ ), l'umidità relativa interna  $\varphi$  aumenta rispetto a quella esterna, come si può vedere dal diagramma di stato dell'aria umida. L'aria interna diventa quindi troppo umida ed è necessario far condensare del vapore d'acqua per controllare l'umidità relativa interna.



**Bilancio dell'energia per unità di tempo:**

Ricordando, ancora, che nelle ipotesi fatte, non si deve considerare nessun termine di accumulo dell'energia nel sistema, si ha:

$$P = P_D + P_G + P_R$$

Esplicitiamo ora i vari termini:

*Potenza dispersa dall'involucro  $P_D$*

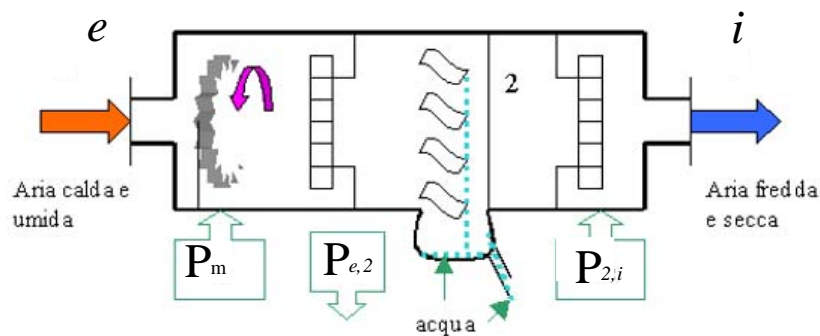
Nelle stesse ipotesi accettate per il caso invernale, si scrive:

$$P_D = U_{eq} S (\theta_e - \theta_i)$$

avendo considerato, ovviamente, la attuale direzione del flusso di potenza.

*Potenza all'aria di ricambio  $P_G$*

Nello schema seguente si assume che l'impianto assicura solo il trattamento dell'aria di ricambio e non si considera il caso in cui si utilizzi anche aria di riciclo dall'ambiente condizionato: questo presuppone quindi di aver messo l'accento su uno solo, tra i tanti possibili, sistemi di condizionamento.



In base al principio di conservazione dell'energia, applicato a tutto il sistema di condizionamento, la potenza che deve essere fornita all'impianto è:

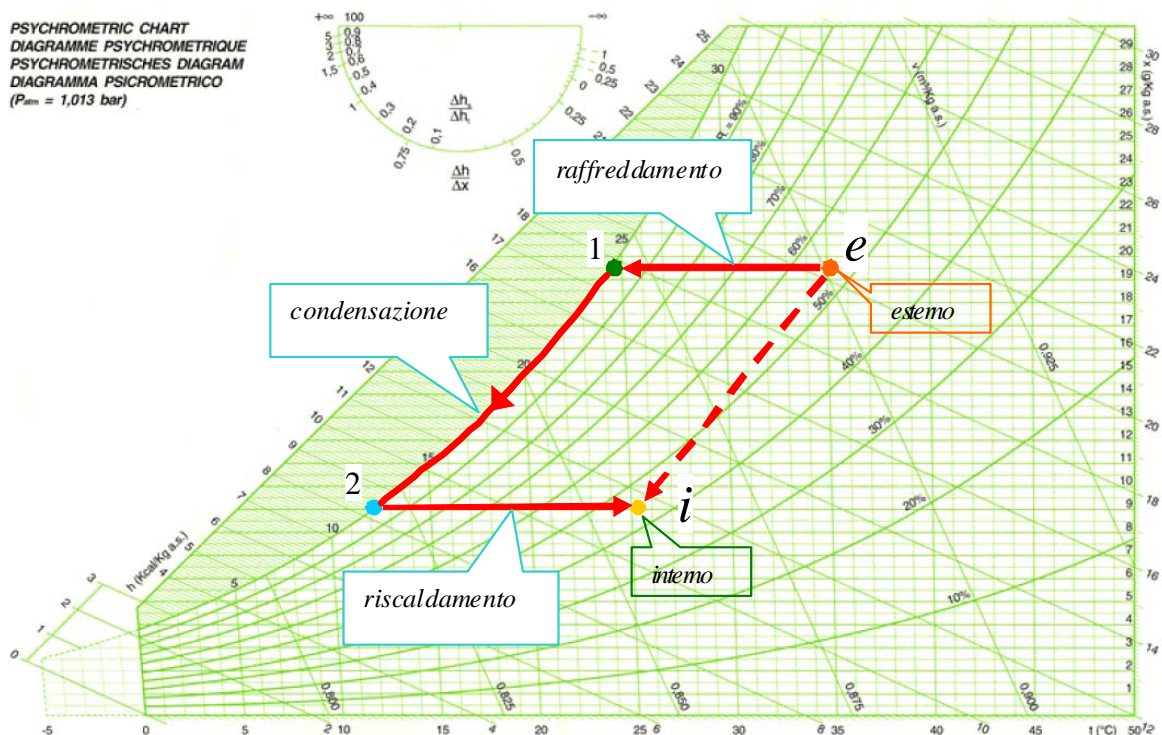
$$P_G = |G_i - G_e + G_w i_w|$$

Si è trascurata, manifestamente, la potenza  $P_m$  necessaria per la movimentazione dell'aria.

Occorre però considerare come, in effetti, l'impianto di condizionamento estivo agisce per controllare il valore dell'umidità relativa interna, diminuendola tramite la condensazione di una parte del vapore acqueo dell'aria umida.

Per diminuire il titolo di miscela da  $x_e$  a  $x_i$  occorre raffreddare, fino alla temperatura di saturazione corrispondente a  $x_i$ , tutta l'aria di ricambio. Poiché questa la temperatura di saturazione è sicuramente inferiore a quella desiderata per l'ambiente, deve essere prevista una fase successiva di riscaldamento a titolo costante dell'aria trattata.

Nel diagramma di stato dell'aria umida avremo:



Trascurando sempre il contributo della potenza per la movimentazione dell'aria si ha:

*fase di raffreddamento e condensazione*

La potenza necessaria è:

$$P_{e,2} = G(i_2 - i_e) + G_w c_{p,w} \theta_2 < 0$$

Si considera, infatti, positiva la potenza entrante nel sistema.

*fase di riscaldamento*

La potenza necessaria è:

$$P_{2,i} = G(i_i - i_2) > 0$$

L'impianto di condizionamento dovrà fornire la potenza  $P_{e,2}$ , negativa rispetto al sistema ma positiva rispetto all'impianto e quindi a carico di questo e, inoltre, l'impianto dovrà fornire la potenza  $P_{2,e}$ , a meno che l'impianto non sia architettato in modo da recuperare la potenza negativa rispetto al sistema utilizzandola in fase di riscaldamento.

In assenza di un dispositivo che operi in tal senso, la potenza che deve essere fornita all'impianto sarà:

$$P'_G = P_{2,i} + |P_{e,2}|$$

Se, in via ipotetica, l'impianto potesse agire recuperando per il riscaldamento la potenza estratta dall'aria umida in condensazione, sarebbe:

$$P_G = |P_{2,i} + P_{e,2}|$$

inferiore, manifestamente, alla precedente.

Inoltre si avrebbe:

$$P_G = |P_{2,i} + P_{e,2}| = |G(i_i - i_2) + G(i_2 - i_e) + G_w c_{p,w} \theta_2| = |G(i_i - i_e) + G_w c_{p,w} \theta_2|$$

Quest'ultima espressione della potenza è manifestamente quella che risulta considerando la trasformazione che unisce direttamente il punto del diagramma di stato dell'aria umida corrispondente alle condizioni dell'aria esterna con il punto corrispondente alle condizioni dell'aria esterna e considerando, naturalmente, l'entalpia dell'acqua allontanata dal sistema.

L'espressione coincide, naturalmente, con quella trovata applicando il principio di conservazione dell'energia a tutto il sistema di condizionamento.

Considereremo nel seguito:

$$P_G = |Gi_i - Gi_e + G_w i_w|$$

in quanto più semplice e in grado di descrivere il comportamento indipendentemente dalla particolare realizzazione di impianto e, in definitiva, utile per gli scopi dello studio .

Esplicitiamo i vari termini.

$$i_i = c_p \theta_i + r_0 x_i$$

$$i_e = c_p \theta_e + r_0 x_e$$

$$i_w = c_{p,w} \theta_w$$

$$G_w = G(x_e - x_i)$$

$$x_e \geq x_i$$

Si ottiene, poiché è  $r_0 \gg c_{p,w} \theta_w$ :

$$P_G = G \left[ c_p (\theta_e - \theta_i) + r_0 (x_e - x_i) \right]$$

Espressione formalmente analoga a quella trovata per il riscaldamento invernale.

Se il ricambio di aria è ancora valutato in termini di  $n$ , numero di volumi dell'edificio ricambiati nell'unità di tempo, come previsto dalle normative, si può anche scrivere:

$$G = \rho n V$$

con:  $\rho$  densità dell'aria secca

$V$  volume dell'edificio

E quindi:

$$P_G = \rho n V \left[ c_p (\theta_e - \theta_i) + r_0 (x_e - x_i) \right]$$

*Potenza radiante esterna  $P_R$*

Vale integralmente quanto visto nel caso di riscaldamento invernale e quindi, per una superficie orientata secondo la direzione  $\beta$  e formata da una parte opaca e una trasparente, si ha:

$$P_{R,\beta} = (\alpha f^o s^o + g f^t s^t)_\beta I_\beta = s_{R,\beta} \Gamma_\beta J_o$$

$$\text{con } s_{R,\beta} = (\alpha f^o s^o + g f^t s^t)_\beta$$

$$\text{e } \hat{s}_{R,\beta} = s_{R,\beta} \Gamma_\beta$$

### *Potenza totale per l'edificio*

La potenza necessaria per il condizionamento è:

$$P = P_D + P_G + P_R$$

Sostituendo le espressioni trovate per i vari termini:

$$P = U_{eq} S (\theta_e - \theta_i) + \rho n V [c_p (\theta_e - \theta_i) + r_0 (x_e - x_i)] + \sum_{\beta} s_{R,\beta} \Gamma_{\beta} I_0$$

Integrando sul periodo di funzionamento dell'impianto di condizionamento e operando le semplificazioni viste per il caso invernale per quanto riguarda la potenza radiante solare, si ottiene:

$$E_T = \int_T P dt = U_{eq} S \int_T (\theta_e - \theta_i) dt + \rho n V c_p \int_T (\theta_e - \theta_i) dt + \rho n V r_0 \int_T (x_e - x_i) dt + \hat{S}_R \int_T (I_0 - I_{0,ref}) dt$$

## Indice di severità climatica

Riprendiamo ora le espressioni ricavate per l'energia necessaria per il condizionamento, sia invernale sia estivo, ottenute tramite lo studio, riportato nei paragrafi precedenti, del sistema di condizionamento basato sulle grandezze integrali delle variabili coinvolte.

*Riscaldamento invernale:*

L'energia necessaria nel periodo di funzionamento dell'impianto è:

$$E_T = \int_T P dt = U_{eq} S \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V c_p \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n V r_0 \int_T (x_i - x_e) dt - \hat{S}_R \int_T (I_0 - I_{0,ref}) dt$$

*Condizionamento estivo:*

L'energia necessaria nel periodo di funzionamento dell'impianto è:

$$E_T = \int_T P dt = U_{eq} S \int_T (\theta_e - \theta_i) dt + \rho n V c_p \int_T (\theta_e - \theta_i) dt + \rho n V r_0 \int_T (x_e - x_i) dt + \hat{S}_R \int_T (I_0 - I_{0,ref}) dt$$

Si nota una chiara simmetria tra i due casi, oltre all'ovvio cambiamento di segno del termine dovuto alla radiazione solare.

Raccogliendo i termini dove compaiono le temperature:

$$\frac{E_T}{V} = \left[ U_{eq} \frac{S}{V} + \rho n c_p \right] \int_T (\theta_i - \theta_e) dt + \rho n r_0 \int_T (x_i - x_e) dt - \frac{\hat{S}_R}{V} \int_T (I_0 - I_{0,ref}) dt$$

e

$$\frac{E_T}{V} = \left[ U_{eq} \frac{S}{V} + \rho n c_p \right] \int_T (\theta_e - \theta_i) dt + \rho n r_0 \int_T (x_e - x_i) dt + \frac{\hat{S}_R}{V} \int_T (I_0 - I_{0,ref}) dt$$

Introduciamo il valore medio degli integrali:

$$\Theta = \frac{1}{T} \int_T (\theta_i - \theta_e) dt \quad \text{per } \theta_i \geq \theta_e \quad \text{oppure} \quad \Theta = \frac{1}{T} \int_T (\theta_e - \theta_i) dt \quad \text{per } \theta_e \geq \theta_i$$

con l'evidente identificazione:

$$GGI = \Theta T = \int_T (\theta_i - \theta_e) dt \quad \text{per } \theta_i \geq \theta_e$$

È anche,

$$X = \frac{1}{T} \int_T (x_i - x_e) dt \quad \text{per } x_i \geq x_e \quad \text{oppure} \quad X = \frac{1}{T} \int_T (x_e - x_i) dt \quad \text{per } x_e \geq x_i$$

e

$$Y = \frac{1}{T} \int_T (I_0 - I_{0,ref}) dt \quad \text{per } I_0 \geq I_{0,ref}$$

Si scrive allora, per il periodo invernale:

$$\frac{E_T}{VT} = \left[ U_{eq} \frac{S}{V} + \rho n c_p \right] \Theta + \rho n r_0 X - \frac{\hat{S}_R}{V} Y$$

e, analogamente, per il periodo estivo:

$$\frac{E_T}{VT} = \left[ U_{eq} \frac{S}{V} + \rho n c_p \right] \Theta + \rho n r_0 X + \frac{\hat{S}_R}{V} Y$$

*Confronto tra le relazioni trovate e la forma della funzione F*

Possiamo ora confrontare queste relazioni con la forma funzionale

$$E_T = F(C, B, T)$$

dove, ricordiamo:

$C$  è una funzione integrale in  $T$  delle sole caratteristiche climatiche esterne  $C_i$

$B$  è una funzione delle sole caratteristiche generali dell'edificio

Le condizioni imposte alla  $F$  conducevano alla seguente espressione:

$$C = \frac{E_T}{kBT}$$

È evidente la differente struttura delle relazioni trovate: in esse non esiste, infatti, la separazione tra le caratteristiche che si riferiscono all'edificio e quelle riguardanti le caratteristiche climatiche del sito, separazione richiesta per una definizione corretta dell'indice di severità climatica  $C$ .



Solo nel caso in cui, in maniera circolare, due dei parametri  $\Theta$ ,  $X$ , o  $\Upsilon$  fossero nulli o comunque trascurabili si avrebbe, rispettivamente:

$$\frac{E_T}{VT \left[ U_{eq} \frac{S}{V} + \rho n c_p \right]} = \Theta$$

$$\frac{E_T}{VT \rho n r_0} = X$$

$$\frac{E_T}{\hat{S}_R T} = \pm \Upsilon$$

Con l'identificazione, per esempio:

$$C \equiv \Theta \quad \text{e} \quad B \equiv \frac{1}{V} \left[ U_{eq} \frac{S}{V} + \rho n c_p \right] \quad (\rho n c_p \text{ è una costante})$$

Quest'ultimo caso, giustappunto, è alla base dell'attuale classificazione del territorio nazionale in zone climatiche invernali, individuate dai GGI, e della limitazione dei fabbisogni energetici per il riscaldamento invernale degli edifici secondo il rapporto costruttivo  $\frac{S}{V}$ .

Notiamo che l'attuale sistema di classificazione cade in difetto per quelle località dove l'apporto della radiazione solare non è trascurabile e per le quali il fabbisogno energetico non è più semplicemente proporzionale ai GGI.

Aggiungiamo, inoltre, per completezza e rigore, l'osservazione che il fabbisogno energetico, dipendente dalle caratteristiche dell'edificio e dall'indice di severità climatica GGI, è il fabbisogno energetico specifico per unità di volume  $\frac{E_T}{V}$  e non quello per unità di superficie

in pianta dell'edificio  $\frac{E_T}{S_{pianta}}$ , come introdotto dalle recenti normative. Il fattore di scala del

sistema di condizionamento, cioè, non è  $S_{pianta}$  ma è  $V$ , almeno che non si consideri la terza dimensione dell'edificio come una costante.

Evidenziata l'impossibilità teorica di definire un indice di severità climatica "canonico", che risponda cioè pienamente a tutte le condizioni  $a, b, c, d, e, f$  prima viste, ma in particolare a quelle maggiormente stringenti per l'uso che se ne intende fare ( $e$  e  $f$ ), vediamo ora sotto quali condizioni si può definire comunque, dal punto di vista pratico, un indice di severità climatica utile per la classificazione del territorio in zone climatiche che abbia un corrispettivo nell'energia necessaria per la climatizzazione.

## Una proposta di definizione pratica per l'indice di severità climatica

La non rispondenza della struttura funzionale della relazione che lega il fabbisogno energetico dell'edificio alle caratteristiche costruttive e a quelle climatiche in modo tale da definire un unico indice di severità climatica  $C$  che risponda a una corretta definizione, non ci esime, però, dall'affrontare il problema da un punto di vista ingegneristico pratico.

In altre parole si dovrà vedere se è possibile, con opportune ipotesi semplificative, definire un indice di severità climatica tale che sia:

$$C \cong \frac{E_T}{VT} = \left[ U_{eq} \frac{S}{V} + \rho n c_p \right] \Theta + \rho n r_0 X \pm \frac{\hat{S}_R}{V} \Upsilon$$

e che soddisfi, in media, le condizioni necessarie prima viste.

La relazione scritta definisce sia il caso estivo sia quello invernale.

Riscriviamo la relazione in forma più compatta:

$$\frac{E_T}{VT} = \mathcal{K} = \mathcal{A}\Theta + \mathcal{B}X \pm \mathcal{C}\Upsilon$$

con evidente posizione dei simboli.

### *Il clima a due dimensioni*

Per semplicità e chiarezza di esposizione, formuliamo l'ipotesi che il termine in  $X$  sia trascurabile rispetto agli altri: fisicamente questo significa che trascuriamo il contributo al dispendio energetico per il mantenimento delle condizioni di *set-point* imposte per l'umidità dell'aria nell'edificio.

$$\frac{E_T}{VT} = \mathcal{K} = \mathcal{A}\Theta \pm \mathcal{C}\Upsilon$$

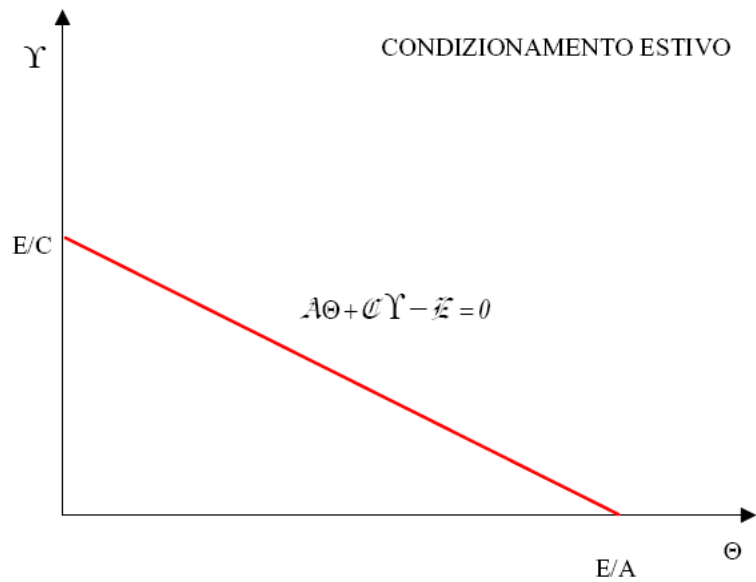
### *La curva di funzionamento dell'edificio*

La relazione precedente è interpretabile come l'equazione di una retta nel piano bidimensionale delle variabili  $\{\Theta, \Upsilon\}$ , quando si consideri  $\mathcal{K} = \text{costante}$ .

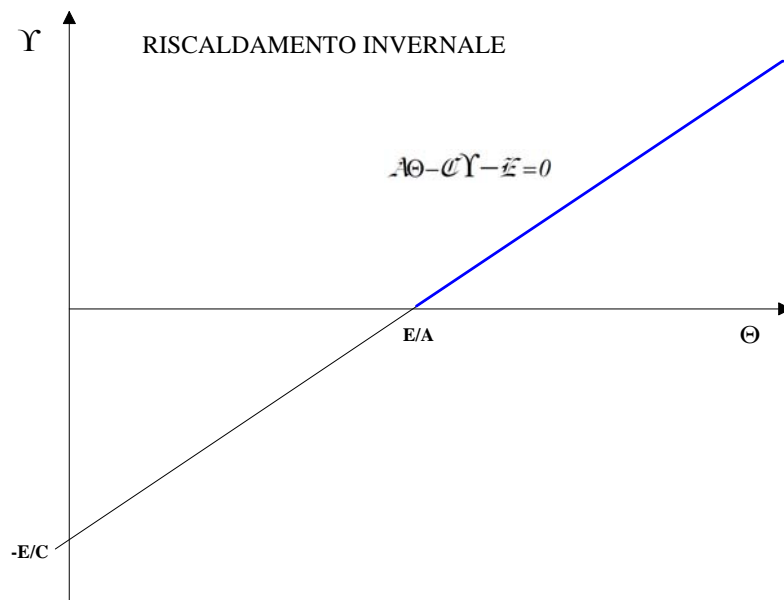
Il coefficiente angolare di questa retta è  $k = -\frac{A}{C}$

Secondo il segno considerato si ha:

$$A\Theta + C\Upsilon - \dot{E} = 0$$



$$A\Theta - C\Upsilon - \dot{E} = 0$$



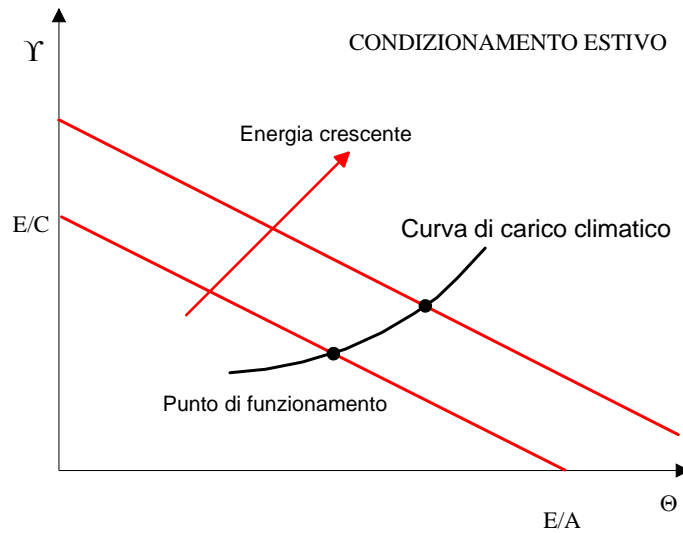
Le due rette individuano le curve di funzionamento, estiva e invernale, dell'edificio: le rette rappresentano, infatti, l'energia per unità di volume  $V$  e di tempo  $T$  che è richiesta per mantenere le condizioni di *set-point* interno in corrispondenza delle condizioni di carico

climatico definito dalla coppia di variabili  $\{\Theta, \Upsilon\}$ : tutte le coppie sulla retta originano, ovviamente, la stessa energia specifica.

*La curva di carico climatico*

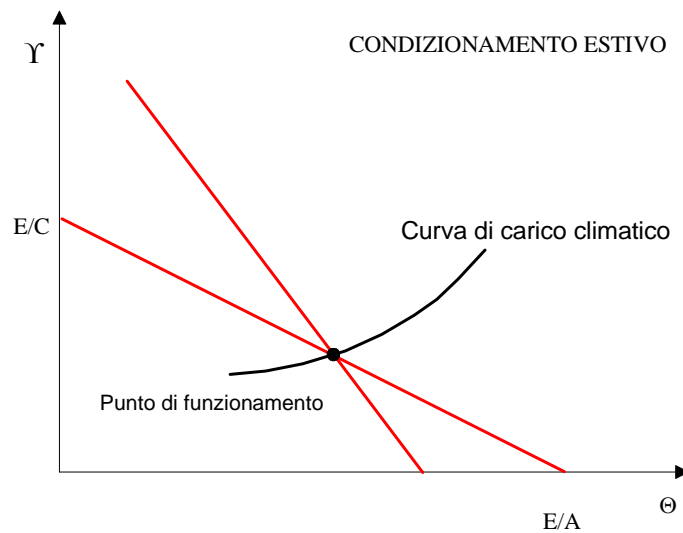
Possiamo definire una curva di carico climatico come luogo delle variabili  $\{\Theta, \Upsilon\}$  dipendenti dai siti: il punto di funzionamento del sistema edificio- impianto sarà dato dall'intersezione della curva di funzionamento dell'edificio con la curva di carico climatico.

Nel caso estivo si avrà, per esempio:



La figura esprime come uno stesso edificio, posto in località con differenti variabili integrali climatiche, risponde, in termini di energia necessaria, al carico climatico.

Se consideriamo, invece, due differenti edifici nello stesso sito, si avrà la seguente situazione:



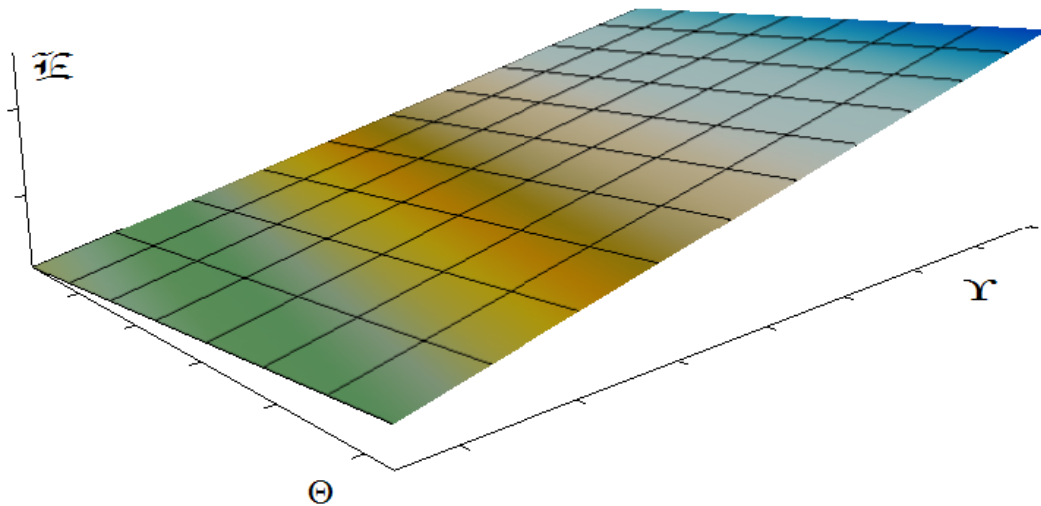
### Il piano di funzionamento dell'edificio

La relazione:

$$\tilde{E} = A\Theta \pm C\Upsilon$$

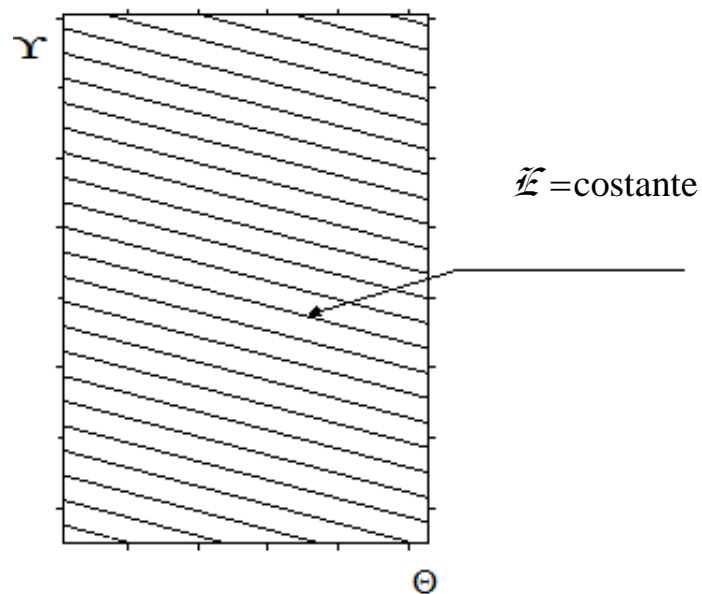
è interpretabile anche come l'equazione di un piano, passante per l'origine delle coordinate, nello spazio tridimensionale delle variabili  $\{\tilde{E}, \Theta, \Upsilon\}$ .

Nella figura seguente è riportato il piano per il caso estivo:



Le curve di livello a  $\tilde{E} = \text{costante}$  sono, naturalmente, delle rette e coincidono, sul piano  $\{\Theta, \Upsilon\}$ , con le rette di funzionamento dell'edificio.

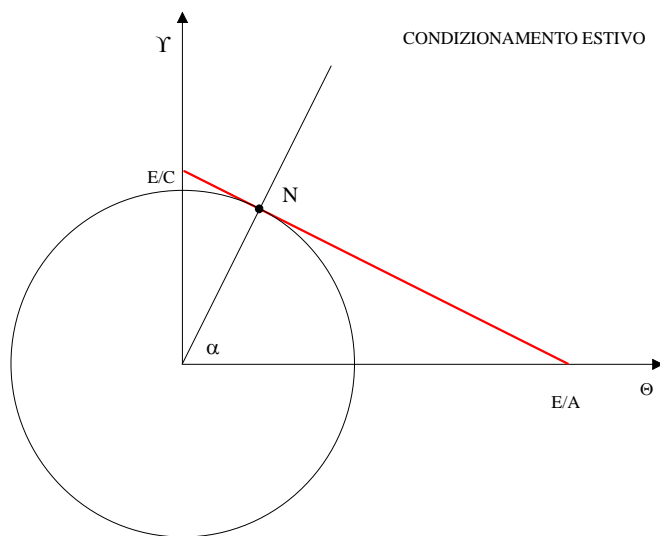
Nel caso estivo avremo, infatti:



*La curva di funzionamento normalizzata dell'edificio*

Possiamo scrivere ora l'equazione della retta di funzionamento dell'edificio in forma normale.

Se, infatti, N è il punto d'incontro della retta uscente dall'origine e normale alla retta di funzionamento dell'edificio:



è:

$$A\Theta \pm C Y - \mathcal{E} = 0$$

$$\frac{A}{\sqrt{A^2 + C^2}} \Theta \pm \frac{C}{\sqrt{A^2 + C^2}} Y - \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{A^2 + C^2}} = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{A}{\sqrt{A^2 + C^2}}; \quad \text{sen} \alpha = \frac{C}{\sqrt{A^2 + C^2}}; \quad d = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{A^2 + C^2}}$$

dove  $d$  è la distanza di N dall'origine delle coordinate e  $\alpha$  è l'angolo formato dalla normale alla retta di funzionamento dell'edificio con l'asse della variabile integrale  $\Theta$ . Tale distanza  $d$  rappresenta l'energia per unità di volume V e di tempo T normalizzata, a meno di un fattore 2, con la media quadratica delle caratteristiche dell'edificio.

La circonferenza con centro nell'origine e passante per N, ha raggio pari a  $d$  e tutte le rette di funzionamento di edifici aventi lo stesso valore di  $\sqrt{A^2 + C^2}$ , ma differente valore del rapporto  $\frac{C}{A}$ , cioè differente valore di  $\alpha$ , dovranno essere tangenti a questa circonferenza.

Si è pervenuti così a scrivere l'indice di severità climatica secondo la seguente definizione:

$$C = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{A^2 + C^2}} = \frac{A}{\sqrt{A^2 + C^2}} \Theta \pm \frac{C}{\sqrt{A^2 + C^2}} \Upsilon$$

L'indice C dipende dal rapporto  $\frac{C}{A}$  (cioè da  $\alpha$ ) oltre che, naturalmente, dalle variabili climatiche integrali.

Il rapporto  $\frac{C}{A}$ , ricordiamo, è:

$$\frac{C}{A} = \frac{\frac{\hat{S}_R}{V}}{\left[ U_{eq} \frac{S}{V} + \rho n c_p \right]}$$

Per ogni valore di  $\frac{C}{A}$  si genera un piano di funzionamento normalizzato rappresentato dall'espressione di C prima vista. Tali piani formano una stella passante per l'origine delle coordinate.

Le curve di livello ( $C=costante$ ) di questo piano indicano un livello energetico  $\mathcal{E}$  e sono rappresentate, nel piano  $\{\Theta, \Upsilon\}$ , dalle rette di funzionamento dell'edificio tangenti alla circonferenza prima vista.

Per arrivare alla definizione pratica di un indice di severità climatica, occorre attenuare la sua dipendenza dal rapporto  $\frac{C}{A}$  in modo tale da poter considerare un'unica superficie di funzionamento.

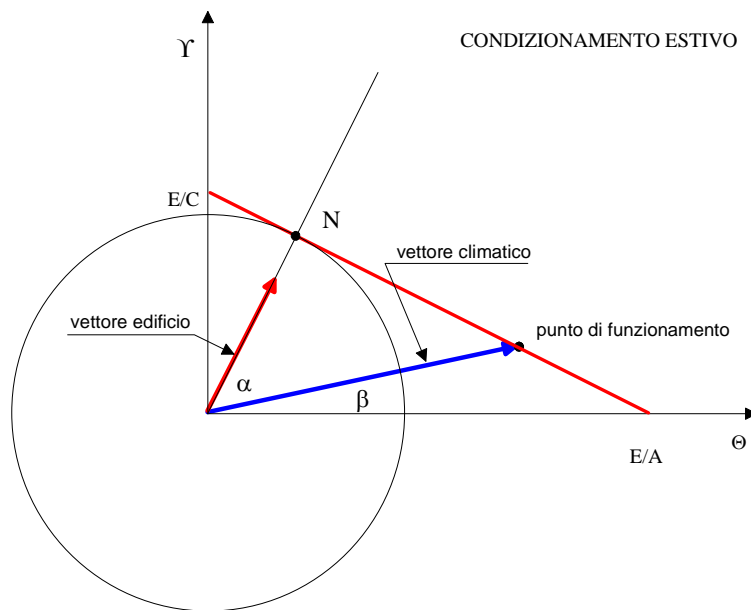
Prima di arrivare allo scopo, diamo un'altra interpretazione di C, utile per inquadrare da un altro punto di vista questo problema e di meglio valutare la soluzione proposta.

*La rappresentazione vettoriale dell'indice di severità climatica*

Riprendiamo la relazione:

$$\mathcal{I} = \mathcal{A}\Theta \pm \mathcal{C}\Upsilon$$

e la sua rappresentazione sul piano cartesiano,



La figura riguarda il caso estivo, ma le considerazioni del seguito si applicano, manifestamente, anche al caso invernale.

*I vettori del sistema*

Detti  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$  i versori degli assi coordinati, si definisce un vettore  $\vec{V}_B$  delle caratteristiche edificio

$$\vec{V}_B = \mathcal{A}\vec{i} \pm \mathcal{C}\vec{j}$$

e, analogamente, un vettore delle caratteristiche climatiche

$$\vec{V}_C = \Theta\vec{i} + \Upsilon\vec{j}$$



Si ha allora:

$$\mathcal{E} = \vec{V}_B \cdot \vec{V}_C$$

L'energia necessaria per l'edificio è quindi determinata, con elegante e compatta forma matematica, dal prodotto scalare dei due vettori rappresentativi uno dell'edificio, l'altro della situazione climatica.

Possiamo scrivere il prodotto scalare come:

$$\mathcal{E} = \vec{V}_B \cdot \vec{V}_C = |\vec{V}_B| |\vec{V}_C| \cos(\alpha - \beta) = \sqrt{A^2 + C^2} \sqrt{\Theta^2 + Y^2} \cos(\alpha - \beta)$$

$$\frac{\mathcal{E}}{\sqrt{A^2 + C^2}} = \sqrt{\Theta^2 + Y^2} \cos(\alpha - \beta)$$

Se la differenza di fase  $(\alpha - \beta)$  tra i due vettori fosse, cosa che purtroppo non è, una costante, avremmo definito un indice climatico perfetto

$$C = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{A^2 + C^2}} = k \sqrt{\Theta^2 + Y^2}$$

rispondente, tra l'altro, alla completa separazione delle variabili!

La possibilità di definire un indice pratico riposa quindi, nel verificarsi, nella pratica, che occorran limitate variazioni della differenza di fase dei due vettori  $\vec{V}_B$  e  $\vec{V}_C$  e che comportino, di conseguenza, limitate variazioni di  $C$ .

La relazione ci consente, comunque di osservare che, poiché è:

$$0 \leq \cos(\alpha - \beta) \leq 1$$

deve essere anche

$$0 \leq C \leq \left\| \sqrt{\Theta^2 + Y^2} \right\|_{\max}$$

L'indice di severità climatica può quindi essere normalizzato tra il valore di zero e uno:

$$0 \leq \frac{C}{\left\| \sqrt{\Theta^2 + Y^2} \right\|_{\max}} \leq 1$$

## La soluzione pratica per l'indice di severità climatica

Per quanto detto in precedenza, possiamo ora affermare che se si fissano i due valori, minimo e massimo, che s'incontrano nella pratica per  $\frac{C}{A}$ , si otterranno due piani C che limitano la stella dei piani possibili e quindi dei possibili valori di C.

Si hanno, allora, tre possibilità di soluzione del problema della definizione di un indice pratico:

- *si definisce una espressione per C che rappresenti la media tra questi due piani*

Con questa ipotesi il piano C rappresenterà bene gli edifici che corrispondono al valore medio di  $\frac{C}{A}$ , ma si faranno errori crescenti per gli edifici maggiormente lontani da tale valore, che si accresceranno, viepiù, per i valori estremi delle variabili integrali  $\{\Theta, Y\}$ .

- *si definisce, con un metodo di geostatistica (kriging universale con variogramma specificato, per esempio) una superficie pseudo piana tra i due piani limite.*

In questo modo si riducono ulteriormente gli errori ma si rinuncia a una definizione analitica della superficie C. La tal cosa non presenta difficoltà pratica giacché si può ricorrere a una rappresentazione delle curve di livello di C nel piano  $\{\Theta, Y\}$ .

- *si definisce, con un metodo di minimizzazione degli scarti (minimi quadrati in una analisi multivariata, per esempio) una superficie analitica pseudo piana, contenuta tra i due piani limite.*

Gli errori introdotti rispetto all'indice di severità climatica reale sarebbero, in tal modo, del pari minimizzati.

Sembra opportuno procedere su quest'ultima strada.

### Scelta e determinazione della superficie pseudo piana di $C$

Il piano è una superficie algebrica di primo grado: le coordinate compaiono tutte alla prima potenza e non ci sono termini misti nelle variabili.

Appare naturale pensare, per la superficie  $C$ , a una superficie algebrica di grado immediatamente superiore (secondo) la cui espressione completa è, quindi, la seguente:

$$C = \frac{\tilde{z}}{\sqrt{A^2 + C^2}} = \frac{A}{\sqrt{A^2 + C^2}} \Theta \pm \frac{C}{\sqrt{A^2 + C^2}} \Upsilon \cong a\Theta^2 + b\Upsilon^2 + c\Theta\Upsilon + d\Theta + e\Upsilon + f$$

Il termine noto è da mantenere giacché potrebbe essere generato dai calcoli di minimizzazione degli scarti.

Si tratta, a questo punto, di determinare, in corrispondenza di un numero opportunamente grande,  $n$ , di coppie delle variabili climatiche  $\{\Theta, \Upsilon\}$ ,  $n$  valori di:

$$C = \frac{\tilde{z}}{\sqrt{A^2 + C^2}} = \frac{A}{\sqrt{A^2 + C^2}} \Theta \pm \frac{C}{\sqrt{A^2 + C^2}} \Upsilon,$$

facendo variare opportunamente i parametri  $A$  e  $C$ .

I valori così determinati dovranno essere approssimati con la superficie algebrica di secondo grado prima vista tramite, per esempio, il metodo dei minimi quadrati o della massima verosimiglianza statistica.

Tale metodo permetterà di calcolare i coefficienti  $a, b, c, d, e, f$ , sia per le condizioni estive che per quelle invernali.

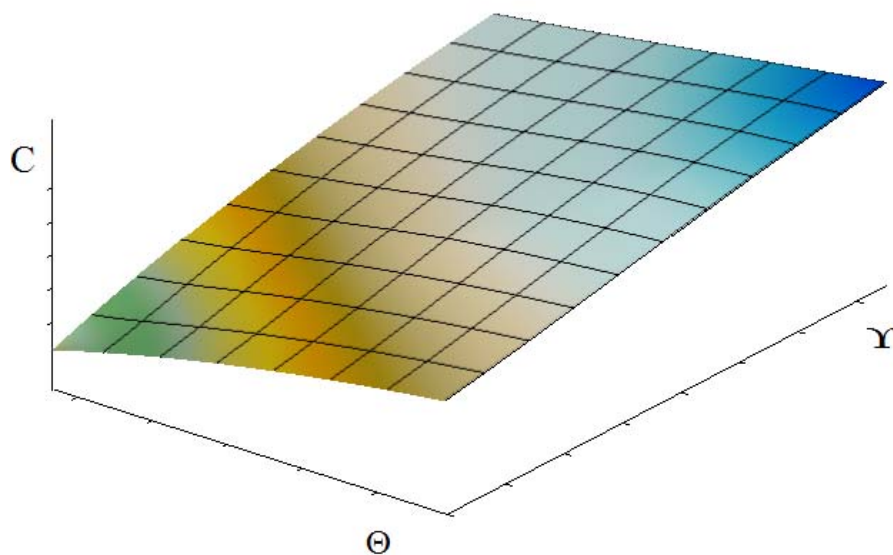
I risultati ottenuti da questo procedimento portano a una superficie che è praticamente piana per i valori considerati medi per il rapporto  $\frac{C}{A}$  e per i valori centrali del range delle variabili climatiche integrali  $\{\Theta, \Upsilon\}$ , superficie che si deforma verso i valori estremi degli stessi, assumendo ivi curvatura non nulla.

La situazione risultante è rappresentata dalle figure seguenti per la condizione estiva: si nota la curvatura assunta dalle curve di livello nelle zone di estremo.

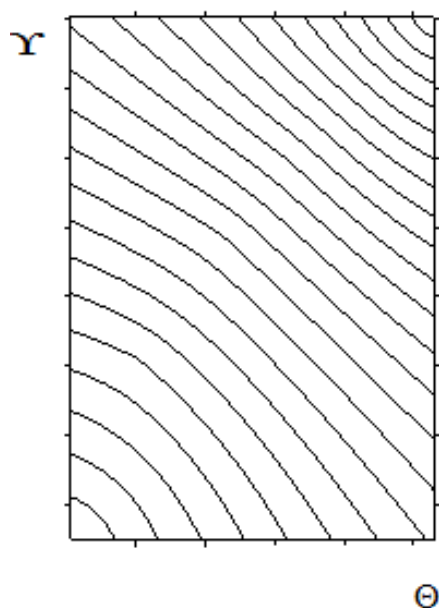
Il valore di  $f$  non nullo testimonia dell'errore di zero della procedura.

*Superficie algebrica di secondo grado approssimante C*

$$C \cong a\Theta^2 + b\Upsilon^2 + c\Theta\Upsilon + d\Theta + e\Upsilon + f$$



*Curve di livello della superficie algebrica approssimante C*



## La classificazione di un territorio sulla base degli indici di severità climatica

Una volta determinato l'indice di severità climatica, sia estivo sia invernale, in funzione delle variabili climatiche integrali, appare opportuno raggrupparne i valori in classi contigue, in maniera analoga a quanto attualmente fatto nelle normative vigenti per i GGI.

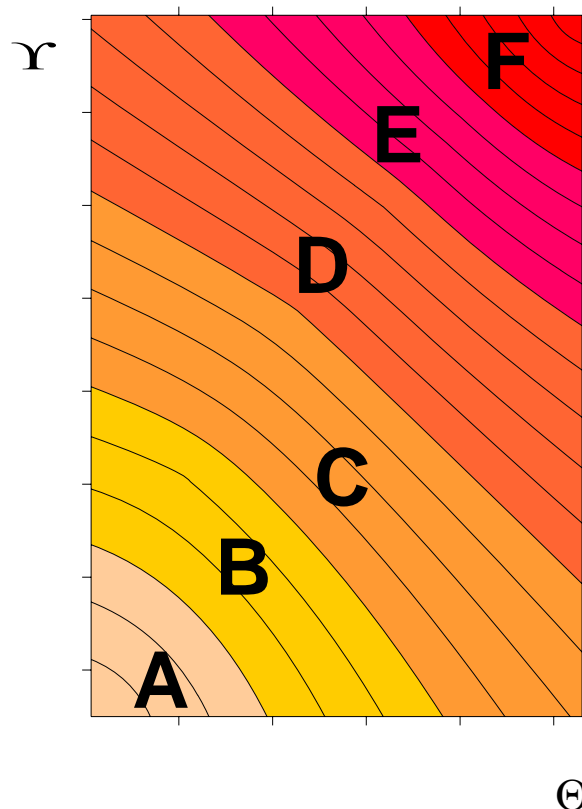
L'attribuzione di ciascun sito a una classe climatica, che raccoglie un campo di variazione dell'indice, consente di stabilire limiti alle necessità energetiche dell'edificio o di stabilire vincoli alle caratteristiche costruttive dello stesso diversi secondo l'appartenenza zonale.

Il numero di classi deve, manifestamente, tenere conto della deviazione del valore dell'indice teoricamente determinato da quello risultante dalla approssimazione derivante dalla superficie algebrica considerata a parità di variabili climatiche integrali.

Il numero di classi deve risultare dal compromesso tra questo fatto e il mantenimento di significatività, ai fini energetici, dell'indice stesso.

Alla fine del procedimento si potrà avere una situazione di classificazione come illustrato dalla figura seguente.

*Classificazione del territorio in zone climatiche*



Le lettere individuano, manifestamente, le classi climatiche

## Un salto nell'iperspazio

Quanto detto finora trascurava il contributo all'indice della variabile climatica integrale  $X$  connessa al grado di umidità dell'aria esterna.

Nel riscaldamento invernale tale variabile è, in effetti, sempre trascurabile ai fini della valutazione dell'energia richiesta dal sistema; in alcuni siti, però, assume notevole importanza la variabile  $Y$  legata al contributo dell'insolazione.

Nel caso di condizionamento estivo, almeno in certi siti, la variabile  $X$  può diventare importante e occorre quindi sviluppare un indice di severità climatico completo.

Seguendo la stessa procedura vista nel caso di solo due variabili climatiche, a partire dalla relazione:

$$\frac{E_T}{VT} = \mathcal{Z} = \mathcal{A}\Theta + \mathcal{B}X \pm \mathcal{C}Y$$

si ottiene:

$$C = \frac{\mathcal{Z}}{\sqrt{\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2 + \mathcal{C}^2}} = \frac{\mathcal{A}}{\sqrt{\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2 + \mathcal{C}^2}}\Theta + \frac{\mathcal{B}}{\sqrt{\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2 + \mathcal{C}^2}}X \pm \frac{\mathcal{C}}{\sqrt{\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2 + \mathcal{C}^2}}Y$$

Il piano rappresentato da questa relazione è, manifestamente, un iperpiano nello spazio a quattro dimensioni  $\{\mathcal{Z}, \Theta, X, Y\}$ .

La retta di funzionamento dell'impianto si trasforma in un *piano di funzionamento* sempre tangente a una sfera di raggio  $\frac{\mathcal{Z}}{\sqrt{\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2 + \mathcal{C}^2}}$  e la curva caratteristica delle condizioni climatiche diventa una superficie caratteristica.

Pur perdendo il riferimento dello spazio euclideo, *mutatis mutandis*, possiamo definire un'ipersuperficie algebrica di secondo grado con la quale approssimare, esattamente con gli stessi criteri del caso precedente dello spazio  $\{\mathcal{Z}, \Theta, Y\}$ , l'indice di severità climatica:

$$C \cong a\Theta^2 + bX^2 + cY^2 + d\Theta Y + e\Theta X + fYX + g\Theta + hX + iY + l$$

con la complicazione di dover determinare ora dieci coefficienti numerici contro i sei precedenti.

## *Conclusioni*

Nel lavoro sono state evidenziate le proprietà che dovrebbero essere possedute da un indice di severità climatica che, tenendo conto sia delle variabili climatiche macroscopiche (temperatura e umidità dell'aria, insolazione) di un sito sia delle caratteristiche costruttive di un edificio, fosse utile per la classificazione del territorio ai fini della regolamentazione dei consumi energetici per la climatizzazione dei volumi interni dell'edificio stesso.

A fronte di un'impossibilità teorica di costruzione di un indice siffatto, si è individuata e proposta una possibile soluzione al problema definendo un corrispondente indice pratico utile allo scopo.

È stata quindi sviluppata la struttura di questo indice pratico di severità climatica, individuandone altresì i limiti e i modi per ottenerlo, ed è stato possibile uniformare il trattamento del periodo estivo rispetto a quello invernale.