



Ricerca di Sistema elettrico

# Implementation of the GPT Methodology in the non-linear neutron/nuclide Field in the ERANOS Code

*A. Gandini, L. Cretara, V. Peluso, A. Naviglio*



Implementation of the GPT Methodology in the non-linear neutron/nuclide Field in the ERANOS Code

A. Gandini, L. Cretara, V. Peluso, A. Naviglio - CIRTEN UNIROMA1

Settembre 2014

Report Ricerca di Sistema Elettrico

Accordo di Programma Ministero dello Sviluppo Economico - ENEA

Piano Annuale di Realizzazione 2013

Area: Produzione di energia elettrica e protezione dell'ambiente

Progetto: Sviluppo competenze scientifiche nel campo della sicurezza nucleare e collaborazione ai programmi internazionali per il nucleare di IV Generazione

Obiettivo: Sviluppo competenze scientifiche nel campo della sicurezza nucleare

Responsabile del Progetto: Mariano Tarantino, ENEA

Il presente documento descrive le attività di ricerca svolte all'interno dell'Accordo di collaborazione "Sviluppo competenze scientifiche nel campo della sicurezza e collaborazione ai programmi internazionali per il nucleare di IV generazione"

Responsabile scientifico ENEA: Mariano Tarantino

Responsabile scientifico CIRTEN: Giuseppe Forasassi

**Titolo**Implementation of the GPT methodology in the non-linear neutron/nuclide field  
in the ERANOS codeEnte emittente **Università di Roma "La Sapienza"**

# PAGINA DI GUARDIA

**Descrittori**Tipologia del documento: **Rapporto Tecnico**Collocazione contrattuale: **Accordo di programma ENEA-MSE su sicurezza nucleare e reattori di IV generazione**Argomenti trattati: **Fisica dei reattori nucleari  
Neutronica  
Metodi deterministici****Sommario**

Dopo un precedente lavoro di validazione della metodologia di calcolo perturbativo GPT implementata nel codice ERANOS attraverso il confronto con i risultati ottenuti con metodi diretti, è stata iniziata un'attività avente come scopo di validare, ed eventualmente integrare: inizialmente una procedura di calcolo già esistente (basato sul modulo Meccyco) per calcoli perturbativi lineari nel campo dei nuclidi e, successivamente, di implementare delle procedure di calcolo sia interne che esterne al codice ERANOS per calcoli perturbativi nel campo non lineare neutroni/nuclidi. Il lavoro finora svolto ha consentito di integrare la procedura di calcolo lineare con il modulo Meccyco, che risultava limitata a studi di evoluzione dei nuclidi a singolo step, costruendone un'altra, denominata GMeccyco (Generalized Meccyco), che consente analisi dell'evoluzione, sempre lineari, multistep. Questa procedura è stata poi integrata con altre nuove che consentono di analizzare funzionali definiti nel campo lineare neutroni/nuclidi. La procedura risultante, denominata GPT-BU, implica la definizione di una variabile intensiva di controllo al fine assicurare che nel calcolo delle perturbazioni sia rispettato il vincolo della potenza nominale imposta. I risultati delle prove effettuate con il codice ERANOS utilizzando la procedura GMeccyco hanno dimostrato la validità della metodologia HGPT-BU proposta in questo studio. La differenza risultante tra i calcoli perturbativi ottenuti con questa metodologia ed i valori ottenuti mediante calcoli diretti risulta infatti molto contenuta, dell'ordine del 2.5%.

**Note**

Rapporto emesso da Università di Roma "La Sapienza".

**Autori:**

A. Gandini, L. Cretara, V. Peluso, A. Naviglio (Università di Roma "La Sapienza")

Copia n.

In carico a:

2			NOME			
			FIRMA			
1			NOME			
			FIRMA			
0	EMISSIONE	24/09/2014	NOME	Giancarlo Bianchini	NA	Mariano Tarantino
			FIRMA			
REV.	DESCRIZIONE	DATA		CONVALIDA	VISTO	APPROVAZIONE



**CIRTEN**

**Consorzio Interuniversitario per la Ricerca Tecnologica Nucleare**

**UNIVERSITY OF ROME “LA SAPIENZA”**

# **Implementation of the GPT methodology in the non-linear neutron/nuclide field in the ERANOS code**

**(Implementazione del codice ERANOS nel campo non-lineare  
neutroni/nuclidi)**

**Autori**

**A. Gandini**

**L. Cretara**

**V. Peluso**

**A. Naviglio**

**CERSE-UNIRM RL 1196/2013**

**Roma, Settembre 2014**

Lavoro svolto in esecuzione dell'Attività LP2. A2\_c  
AdP MSE-ENEA sulla Ricerca di Sistema Elettrico - Piano Annuale di Realizzazione 2013  
Progetto B.3.1 “Sviluppo competenze scientifiche nel campo della sicurezza nucleare e collaborazione  
ai programmi internazionali per il nucleare di IV generazione

# Indice

Sommario .....	3
1 Introduzione.....	4
2 Teoria generale .....	6
3 Schematizzazione di calcolo a step temporali .....	8
3.1 Processo d'integrazione.....	13
3.1.1 Specifici casi d'interesse .....	14
4 Il codice di calcolo ERANOS.....	17
5 Il modulo MECCYCO.....	21
6 Test di calcolo GPT-BU con ERANOS .....	22
6.1 Test 1 .....	22
6.2 Test 2.....	24
7 Conclusioni.....	26
APPENDICE 1: IL CODICE MECCYCO.....	28
APPENDICE 2. GMECCYCO: ESEMPI DI CALCOLO PER ALCUNI PARAMETRI.....	30
APPENDICE 3. SOLUZIONI ANALITICHE.....	33
REFERENZE .....	35



## Sommario

Dopo un precedente lavoro di validazione della metodologia di calcolo perturbativo GPT implementata nel codice ERANOS attraverso il confronto con i risultati ottenuti con metodi diretti, è stata iniziata un'attività avente come scopo di validare, ed eventualmente integrare: inizialmente una procedura di calcolo già esistente (basato sul modulo Meccyco) per calcoli perturbativi lineari nel campo dei nuclidi e, successivamente, di implementare delle procedure di calcolo sia interne che esterne al codice ERANOS per calcoli perturbativi nel campo nonlineare neutroni/nuclidi.

Il lavoro finora svolto ha consentito di integrare la procedura di calcolo lineare con il modulo Meccyco, che risultava limitata a studi di evoluzione dei nuclidi a singolo step, costruendone un'altra, denominata GMeccyco (Generalized Meccyco), che consente analisi dell'evoluzione, sempre lineari, multistep. Questa procedura è stata poi integrata con altre nuove che consentono di analizzare funzionali definiti nel campo lineare neutroni/nuclidi. La procedura risultante, denominata GPT-BU, implica la definizione di una variabile intensiva di controllo al fine assicurare che nel calcolo delle perturbazioni sia rispettato il vincolo della potenza nominale imposta.

I risultati delle prove effettuate con il codice ERANOS utilizzando la procedura GMeccyco hanno dimostrato la validità della metodologia HGPT-BU proposta in questo studio. La differenza risultante tra i calcoli perturbativi ottenuti con questa metodologia ed i valori ottenuti mediante calcoli diretti risulta infatti molto contenuta, dell'ordine del 2.5%.

# 1 Introduzione

La metodologia per il calcolo perturbativo di funzionali della densità neutronica e di quella dei nuclidi che evolvono durante l'evoluzione (burn-up) del nocciolo è stata sviluppata sulla base della teoria delle perturbazioni generalizzate su base euristica (HGPT) [1,2]. Essa verrà pertanto definita HGPT-BU e può essere applicata a studi relativi all'evoluzione temporale del campo nonlineare neutroni/nuclidi in sistemi critici, o sottocritici. I funzionali di interesse possono riguardare:

- Isotopi del combustibile. In questo caso il metodo potrebbe essere utilizzato per l'analisi della vita del nocciolo durante il burn-up ed essere quindi ricercati valori ottimali di parametri di progetto oppure strategie ottimali di caricamento del combustibile.
- La fluenza ad un tempo e punto stabiliti. In questo caso il metodo potrebbe essere usato per analizzare il danneggiamento sui materiali con la vita del reattore.
- La radiotossicità delle scorie a lungo termine.
- Il controllo residuale (riserva di reattività) a fine ciclo. L'analisi di questa quantità può essere di particolare interesse in studi volti ad estendere il ciclo di vita del reattore.

Le densità dei nuclidi sono date dal vettore  $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_f \\ \mathbf{c}_p \end{pmatrix}$ , dove  $\mathbf{c}_f$  corrisponde ai prodotti di fissione e

$\mathbf{c}_p$  agli isotopi pesanti. Le densità rappresentate dal vettore  $\mathbf{c}$  sono date da valori medi nelle macrozone in cui è stato suddiviso il nocciolo. La densità dei neutroni<sup>1</sup>, dipendente dallo spazio e dal tempo, è data nella forma multigruppo dal vettore  $\mathbf{n}$ . Alle densità  $\mathbf{n}(\mathbf{r}, t)$  e  $\mathbf{c}(\mathbf{r}, t)$ , definite nell'intervallo  $(t_0, t_F)$ , viene associata una variabile intensiva di controllo,  $\rho(t)$ , tale da mantenere la potenza totale assegnata  $W(t)$ .  $\rho(t)$  può rappresentare, per esempio, il grado complessivo di penetrazione delle barre di controllo nel nocciolo (non il loro movimento relativo, che può essere generalmente descritta da parametri  $p_j$ ), oppure la densità media di un veleno neutronico nel refrigerante. In un sistema sottocritico (ADS),  $\rho(t)$  può rappresentare l'intensità della sorgente (attraverso la regolazione della corrente dell'acceleratore). Le equazioni non lineari cui debbono soddisfare le variabili  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{c}$  e  $\rho$  possono quindi essere scritte formalmente, nel caso più generale, come

---

<sup>1</sup> Per maggiore semplicità nella derivazione della metodologia, viene qui considerata la densità dei neutroni ( $\mathbf{n}$ ) piuttosto che il flusso  $\phi$  ( $\equiv V\mathbf{n}$ ,  $V$  essendo la matrice diagonale delle velocità). Gli operatori che reggono la densità  $\mathbf{n}$  saranno quindi quelli considerati per il flusso moltiplicati per la matrice  $V$ . Essi verranno nel seguito scritti in corsivo anziché in grassetto.

$$\begin{cases} \mathbf{m}_{(n)}(\mathbf{n}, \mathbf{c}, \rho | \mathbf{p}) = -\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} + B(\mathbf{c}, \rho | \mathbf{p})\mathbf{n} = \mathbf{0} & \text{(reattore critico)} \\ \mathbf{m}_{(n)}(\mathbf{n}, \mathbf{c}, \rho | \mathbf{p}) = -\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} + B(\mathbf{c}, | \mathbf{p})\mathbf{n} + \rho \mathbf{s}_n(\mathbf{p}) = \mathbf{0} & \text{(reattore sottocrit.)} \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\mathbf{m}_{(c)}(\mathbf{n}, \mathbf{c} | \mathbf{p}) = -\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + E(\mathbf{n}, \mathbf{c} | \mathbf{p})\mathbf{c} + \mathbf{s}_c(\mathbf{p}) = \mathbf{0} \quad (1.2)$$

$$m_{(\rho)}(\mathbf{n}, \mathbf{c} | \mathbf{p}) = \langle \mathbf{c}, S \mathbf{n} \rangle - W = 0, \quad (1.3)$$

dove  $B$  rappresenta l'operatore in diffusione o trasporto [dipendente da  $\mathbf{c}(\mathbf{r}, t)$  e, generalmente, dalla variabile intensiva  $\rho(t)$ ],  $E$  la matrice di evoluzione dei nuclidi (dipendente da  $\mathbf{n}$ ), il vettore  $\mathbf{p}$  i parametri del sistema.  $\kappa$  è un coefficiente eguale all'unità nel caso in cui il controllo della potenza agisca sull'operatore  $B$  ed eguale a zero nel caso tale controllo agisca sulla sorgente neutronica.  $\mathbf{s}_n$  ed  $\mathbf{s}_c$  sono termini di sorgente, mentre  $S$  è la matrice<sup>2</sup>

$$S = \gamma \begin{vmatrix} \sigma_{f1}^1 & \sigma_{f2}^1 & \dots & \sigma_{fG}^1 \\ \sigma_{f1}^2 & \sigma_{f2}^2 & \dots & \sigma_{fG}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{f1}^M & \sigma_{f2}^M & \dots & \sigma_{fG}^M \end{vmatrix} V \quad (1.4)$$

dove  $\gamma$  rappresenta la quantità di energia per fissione e  $\sigma_{fg}^m$  la sezione d'urto microscopica di fissione dell'isotopo  $m$  nel gruppo  $g$ .  $V$  è la matrice diagonale delle velocità dei neutroni. Le quantità  $\gamma$ ,  $V$ ,  $W$  e  $\sigma_{fg}^m$  sono genericamente rappresentate come parametri di sistema ( $p_j$ ).

Nel seguito prenderemo in considerazione il caso generale di sistemi critici moltiplicanti, così come quelli sottocritici (alimentati da acceleratore). Se i sistemi considerati sono critici, la sorgente neutroni  $\mathbf{s}_n$  svanisce, salvo un termine di tipo delta per rappresentare la densità iniziale.

La sorgente  $\mathbf{s}_c$  nel secondo membro dell'equazione (1.2) contiene un termine di tipo delta per rappresentare le condizioni iniziali. Per  $t > t_0$  tale termine sarebbe diverso da zero solo in caso

<sup>2</sup> Per generalità il numero di righe della matrice  $S$  è posto eguale al numero dei nuclidi considerati nell'evoluzione del nocciolo. Poiché gli elementi di  $S$  corrispondono a sezioni d'urto microscopiche di fissione, nel caso vengano considerati nel processo di evoluzione anche elementi non fissili, quali i prodotti di fissione, le righe corrispondenti ad essi saranno formate da zeri.



di studi di evoluzione del nocciolo. In tal caso esso sarebbe generalmente dato da una somma di funzioni delta definite in momenti specifici per tenere conto di caricamenti di combustibile e di operazioni di shuffling.

## 2 Teoria generale

In problemi quasi-statici, quali quelli che qui interessano, la derivata  $\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t}$  risulta trascurabile.

La sua notazione viene comunque mantenuta per consentire la determinazione dell'operatore corretto che regge la funzione importanza. Una forma del tutto generale di una risposta Q (lineare, o linearizzata) può essere scritta nella forma

$$Q = \int_{t_0}^{t_F} dt \left( \langle \mathbf{h}_n^{+T} \mathbf{n} \rangle_{\text{syst}} + \langle \mathbf{h}_c^{+T} \mathbf{c} \rangle_{\text{syst}} + h_\rho^+ \rho \right) \quad (2.1)$$

con  $\mathbf{h}_n^+, \mathbf{h}_c^+, h_\rho^+$  quantità date. Le parentesi angolari  $\langle \cdot \rangle_{\text{syst}}$  stanno ad indicare integrazione nello spazio.

Dal procedimento di linearizzazione si possono ottenere le equazioni lineari che reggono le funzioni derivate e le funzioni importanza (o aggiunte).

Il sistema di equazioni delle funzioni derivate (rispetto al generico parametro  $p_j$ ) risulta:

$$\begin{pmatrix} \left( -\frac{\partial}{\partial t} + B \right) & \Omega_n & \omega_\rho \langle \cdot \rangle_{\text{syst}} \\ \Omega_c & \left( -\frac{\partial}{\partial t} + E \right) & 0 \\ \langle \mathbf{c}^T S \cdot \rangle_{\text{syst}} & \langle \mathbf{n}^T S^T \rangle_{\text{syst}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{d\mathbf{n}}{dp_j} \\ \frac{d\mathbf{c}}{dp_j} \\ \frac{d\tilde{\rho}}{dp_j} \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial p_j} \begin{pmatrix} \mathbf{m}_{(n)} \\ \mathbf{m}_{(c)} \\ \mathbf{m}_{(\rho)} \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.2)$$

dove  $\Omega_n$  e  $\Omega_c$  sono gli operatori di accoppiamento  $\frac{\partial(B\mathbf{n})}{\partial \mathbf{c}}$  e  $\frac{\partial(E\mathbf{c})}{\partial \mathbf{n}}$ , rispettivamente,  $\omega_\rho$  è

dato dall'espressione

$$\omega_\rho = \kappa \frac{\partial B(\rho)}{\partial \rho} \mathbf{n} + (1 - \kappa) \mathbf{s}_n \quad (\kappa=1 \text{ per sistemi critici, } =0 \text{ per sistemi sottocritici}) \quad (2.3)$$

mentre  $\tilde{\rho}$  rappresenta la variabile di controllo ( $\rho$ ) fittiziamente complementata della coordinata spaziale [per cui  $\langle \tilde{\rho} \rangle_{\text{syst}} = \rho$ ], al fine di consentire di ottenere gli operatori corretti che reggono le funzioni importanza [1]. Quest'ultime sono governate dall'equazione

$$\begin{pmatrix} \left( \frac{\partial}{\partial t} + B^* \right) & \Omega_c^* & S^T \mathbf{c} \langle \cdot \rangle_{\text{syst}} \\ \Omega_{n,i}^* & \left( \frac{\partial}{\partial t} + E_i^T \right) & S_i \mathbf{n}_i \langle \cdot \rangle_{\text{syst}} \\ \langle \omega_\rho^*(\cdot) \rangle_{\text{syst}} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{n}^* \\ \mathbf{c}^* \\ \tilde{\rho}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{h}_n^+ \\ \mathbf{h}_c^+ \\ \mathbf{h}_\rho^+ \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.4)$$

dove  $\omega_\rho^*$ ,  $\Omega_n^*$  e  $\Omega_c^*$  sono gli aggiunti degli operatori  $\omega_\rho$ ,  $\Omega_n$  e  $\Omega_c$ , rispettivamente.

Ponendo

$$\rho^* = \langle \tilde{\rho}^* \rangle_{\text{syst}}, \quad (2.5)$$

l'equazione corrispondente alla prima riga, relativa all'importanza dei neutroni, risulta:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + B^* \right) \mathbf{n}^* + \Omega_c^* \mathbf{c}^* + S^T \mathbf{c} \rho^* + \mathbf{h}_n^+ = 0. \quad (2.6)$$

mentre l'equazione corrispondente alla seconda riga, relativa all'importanza dei nuclidi:

$$-\frac{\partial \mathbf{c}^*}{\partial t} = E^T \mathbf{c}^* + \Omega_n^* \mathbf{n}^* + S \mathbf{n} \rho^* + \mathbf{h}_c^+ \quad (2.7)$$

L'equazione corrispondente alla terza riga, relativa all'importanza associata alla potenza, risulta, ricordando la (2.3),

$$\langle \mathbf{n}^{*T} \frac{\partial B(\rho)}{\partial \rho} \mathbf{n} \rangle_{\text{syst}} + (1 - \kappa) \langle \mathbf{n}^{*T} \mathbf{s}_n \rangle_{\text{syst}} + \mathbf{h}_\rho^+ = 0. \quad (2.8)$$

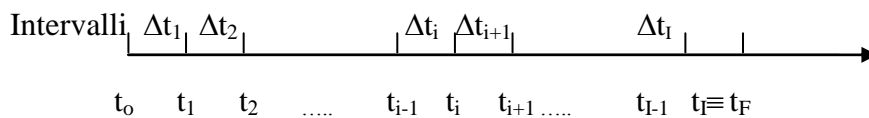
Nel caso in cui sia  $\mathbf{h}_\rho^+ = 0$  questa equazione indica come la funzione importanza dei neutroni risulti ortogonale alla distribuzione nello spazio delle fasi della densità neutronica, in altre parole, si può dire che la funzione importanza dei neutroni risulta vuota del modo fondamentale.

Va rilevato come il ruolo di questa funzione sia marginale rispetto a quello della  $\rho^*$ . Infatti, mentre quest'ultima rende conto degli effetti di una perturbazione sul livello della potenza durante l'evoluzione e quindi della necessaria modulazione del flusso per mantenerne il livello imposto attraverso il parametro di controllo, con la funzione  $\mathbf{n}^*$  si tiene conto solo degli effetti di eventuali alterazioni della distribuzione spaziale ed energetica della densità neutronica sulle quantità (micro\_reaction\_rates medie in ciascuna macrozona) che compaiono nella matrice di evoluzione. È istruttivo osservare come nel caso dell'approssimazione ad un solo gruppo e geometria zero-dimensionale (come nel calcolo di cella) il valore di  $\mathbf{n}^*$  sia eguale a zero.

### 3 Schematizzazione di calcolo a step temporali

Nei calcoli di burn-up a step temporali la densità neutronica viene normalmente calcolata all'inizio di ogni step per poter definire la matrice di evoluzione che regge la densità dei nuclidi e che rimane costante durante lo step medesimo. In tale intervallo l'equazione di evoluzione dei nuclidi viene quindi assunta lineare.

Consideriamo ora l'intervallo di tempo considerato suddiviso in intervalli  $\Delta t_i$  come mostrato di seguito:



Come già detto, con il metodo quasi-statico la densità di neutroni viene ricalcolata a tempi  $t_i$  specifici ( $i = 0, 1, 2, \dots, I$ ). A tali tempi  $t_i$  essa viene normalizzata alla potenza assegnata.

L'espressione del tutto generale di una risposta  $Q$  (lineare, o linearizzata) può essere scritta nella forma (discretizzata nel tempo)

$$Q = \sum_{i=0}^I \left( \langle \mathbf{h}_{n,i}^{+T} \mathbf{n}_i \rangle_{\text{syst}} + \langle \mathbf{h}_{c,i}^{+T} \mathbf{c}_i \rangle_{\text{syst}} + h_{p,i}^+ \rho_i \right) \quad (3.1)$$

con  $\mathbf{h}_{ni}^+$ ,  $\mathbf{h}_{ci}^+$ ,  $h_{pi}^+$  quantità assegnate.

Seguendo la metodologia HGPT, per la funzione importanza può essere ottenuto uno schema di calcolo ricorrente, procedendo all'indietro a partire da  $t_F (\equiv t_1)$ , .

Dal procedimento di linearizzazione, e ricordando la regola di complementazione delle coordinate, si possono ottenere le equazioni lineari che reggono le funzioni derivate e l'importanza.

Nel generico intervallo temporale  $\Delta t_i$  le funzioni derivate sono caratterizzate da sorgenti definite al limite inferiore  $t_{i-1}$ . L'integrazione per il calcolo di  $\mathbf{c}_j$  verrà quindi effettuata tra  $t_{i-1}$  e  $t_i$ . Si potrà allora scrivere l'equazione, tenendo conto che la normalizzazione avviene ad ogni tempo discreto<sup>3</sup>  $t_i$ ,

$$\left| \begin{array}{ccc} \left( -\frac{\partial}{\partial t} + B_{i-1} \right) & \Omega_{n,i-1} \int_{t_{i-2}+\varepsilon}^{t_{i-1}+\varepsilon} \delta(t-t_{i-1}) \frac{\langle \cdot \rangle_z}{V_z} dt & \omega_{\rho,i-1} \int_{t_{i-2}+\varepsilon}^{t_{i-1}+\varepsilon} \delta(t-t_{i-1}) \langle \cdot \rangle_{\text{sys}} dt \\ \Omega_{c,i-1} \int_{t_{i-2}+\varepsilon}^{t_{i-1}+\varepsilon} \delta(t-t_{i-1}) \frac{\langle \cdot \rangle_z}{V_z} dt & \left( -\frac{\partial}{\partial t} + E_{i-1} \right) & 0 \\ \langle \mathbf{c}_{i-1}^T S_{i-1} \int_{t_{i-2}+\varepsilon}^{t_{i-1}+\varepsilon} \delta(t-t_{i-1}) (\cdot) dt \rangle_{\text{sys}} & \langle \mathbf{n}_{i-1}^T S_{i-1}^T \int_{t_{i-2}+\varepsilon}^{t_{i-1}+\varepsilon} \delta(t-t_{i-1}) (\cdot) dt \rangle_{\text{sys}} & 0 \end{array} \right|$$

$$\times \left| \begin{array}{c} \frac{d\mathbf{n}}{dt} \\ \frac{d\mathbf{p}_j}{dt} \\ \frac{d\mathbf{c}}{dt} \\ \frac{d\tilde{\rho}}{dt} \\ \frac{d\mathbf{p}_j}{dt} \end{array} \right| + \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \left| \begin{array}{c} \mathbf{m}_{(n)} \\ \mathbf{m}_{(c)} \\ \mathbf{m}_{(\rho)} \end{array} \right|_{(i-1)} = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

dove  $z$  è indice di macrozona,  $\omega_{\rho,i}$  è dato dall'espressione

$$\omega_{\rho,i} = \kappa \left( \frac{\partial B(\rho)}{\partial \rho} \right)_i \mathbf{n}_i + (1 - \kappa) \mathbf{s}_{n,i} \quad (\kappa=1 \text{ per sistemi critici, } =0 \text{ per sistemi sottocritici}) \quad (3.3)$$

$\Omega_n$  e  $\Omega_c$  sono gli operatori di accoppiamento  $\frac{\partial(B\mathbf{n})}{\partial \mathbf{c}}$  e  $\frac{\partial(\mathbf{E}\mathbf{c})}{\partial \mathbf{n}}$ , rispettivamente e dove  $\varepsilon$  è una quantità aggiunta ai limiti inferiore e superiore degli integrali ed assunta di entità trascurabile rispetto a  $\Delta t_i$ .

<sup>3</sup> Quindi la normalizzazione del flusso per rispettare il vincolo sulla potenza non è imposto durante l'intervallo  $(t_{i-1}^+, t_i^-)$ .

Nel generico intervallo temporale  $\Delta t_i$  le funzioni importanza sono invece caratterizzate da sorgenti definite al limite superiore  $t_i$ . L'integrazione entro tale intervallo della funzione  $\mathbf{c}^*$  verrà quindi effettuata tra  $t_i$  e  $t_{i-1}$ . Si potrà allora scrivere l'equazione

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{B}_i^* \right) \Omega_{c,i}^* \delta(t - t_i) \int_{t_{i-1} + \varepsilon}^{t_i + \varepsilon} \frac{\langle \cdot \rangle_z}{V_z} dt \quad \delta(t - t_i) \int_{t_{i-1} + \varepsilon}^{t_i + \varepsilon} S_i^T \mathbf{c}_i \langle \cdot \rangle_{\text{sys}t} dt \quad \left. \begin{array}{l} \mathbf{n}^* \\ \mathbf{c}^* \\ \tilde{\rho}^* \end{array} \right| \\
 & \Omega_{n,i}^* \delta(t - t_i) \int_{t_{i-1} + \varepsilon}^{t_i + \varepsilon} \frac{\langle \cdot \rangle_z}{V_z} dt \quad \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{E}_i^T \right) \delta(t - t_i) \int_{t_{i-1} + \varepsilon}^{t_i + \varepsilon} S_i \mathbf{n}_i \langle \cdot \rangle_{\text{sys}t} dt \\
 & \delta(t - t_i) \langle \omega_{\rho,i}^T \int_{t_{i-1} + \varepsilon}^{t_i + \varepsilon} (\cdot) dt \rangle_{\text{sys}t} \quad 0 \quad 0
 \end{aligned}$$

$$+ \delta(t - t_i) \begin{array}{l} \mathbf{h}_{n,i}^+ \\ \mathbf{h}_{c,i}^+ \\ \mathbf{h}_{\rho,i}^+ \end{array} = \mathbf{0} \quad (3.4)$$

dove  $\Omega_n^*$  e  $\Omega_c^*$  sono gli aggiunti degli operatori di accoppiamento  $\Omega_n$  e  $\Omega_c$ , rispettivamente.

*Equazione dell'importanza neutronica:*

$$-\frac{\partial \mathbf{n}^*}{\partial t} = \mathbf{B}_i^* \mathbf{n}^* + \Omega_{c,i}^* \delta(t - t_i) \int_{t_{i-1} + \varepsilon}^{t_i + \varepsilon} \mathbf{c}_z^* dt + \delta(t - t_i) \int_{t_{i-1} + \varepsilon}^{t_i + \varepsilon} S_{i-1}^T \mathbf{c}_{i-1} \langle \tilde{\rho}^* \rangle_{\text{sys}t} dt + \delta(t - t_i) \mathbf{h}_{n,i}^+ \quad (3.5)$$

dove si è posto  $\mathbf{c}_z^* = \frac{\langle \mathbf{c}^* \rangle_z}{V_z}$ .

Integrando tra  $(t_{i-1} + \varepsilon)$  e  $(t_i + \varepsilon)$  si ha:

$$\mathbf{n}^*(t_{i-1} + \varepsilon) = \mathbf{n}^*(t_i + \varepsilon) + \mathbf{B}_i^* \int_{t_{i-1} + \varepsilon}^{t_i + \varepsilon} \mathbf{n}^* dt + \Omega_{c,i}^* \int_{t_{i-1} + \varepsilon}^{t_i + \varepsilon} \mathbf{c}_z^* dt + \int_{t_{i-1} + \varepsilon}^{t_i + \varepsilon} S_i^T \mathbf{c}_i \langle \tilde{\rho}^* \rangle_{\text{sys}t} dt + \mathbf{h}_{n,i}^+ \quad (3.6)$$

Distinguiamo due casi:

Sistema critico. In questo caso la funzione  $\mathbf{n}^*(t_i)$  è uguale a zero, essendo le sorgenti

aggiunte nello step considerato poste ad un tempo precedente  $(t_i)$ . Inoltre anche  $\mathbf{n}^*(t_{i-1} + \varepsilon)$

risulta eguale a zero. Infatti, il numero di cicli di fissione nello step  $[t_{i-1} + \varepsilon), t_i]$  è dell'ordine di  $\Delta t_i / l_{\text{prompt}}$  e quindi, essendo  $\Delta t_i$  di vari ordini di grandezza maggiore di  $l_{\text{prompt}}$ , un neutrone immesso al tempo  $(t_{i-1} + \varepsilon)$  tenderebbe a produrre rapidamente entro l'intervallo  $\Delta t_i$  un aumento del flusso con una distribuzione via via più vicina al modo fondamentale. Poiché la potenza del sistema è imposta, il parametro di controllo correggerà tale aumento vanificandolo e pertanto l'importanza di tale neutrone risulterà nulla. Ciò è consistente anche con il fatto che, come vedremo, l'importanza neutronica è vuota del modo fondamentale e pertanto il contributo da parte di una perturbazione del flusso di modo fondamentale è nullo.

Sistema sottocritico. Un neutrone immesso a  $(t_{i-1} + \varepsilon)$  darebbe inizio ad un rapido transitorio<sup>4</sup> che via via tenderebbe a scomparire. La sua importanza quindi sarebbe anche in questo caso nulla.

Definiamo quindi:

$$\rho_i^* = \langle \tilde{\rho}^* \rangle_{\text{sys}}, \quad \Psi_i^* = \int_{t_{i-1} + \varepsilon}^{t_i + \varepsilon} \mathbf{n}^* dt. \quad (3.7)$$

Potremo quindi scrivere,

$$B_i^* \Psi_i^* + \Omega_{c,i}^* \int_{t_{i-1}}^{t_i} \mathbf{c}_z^* dt + S_i^T \mathbf{c}_i \int_{t_{i-1}}^{t_i} \rho_i^* dt + \mathbf{h}_{n,i}^+ = 0. \quad (3.8)$$

dove si è posto  $\varepsilon=0$ , con ciò introducendo un errore trascurabile.

*Equazione relativa all'importanza dei nuclidi nel tratto  $(t_{i-1}^+, t_i)$ ,*

$$-\frac{\partial \mathbf{c}_z^*}{\partial t} = E_i^T \mathbf{c}_z^* + \Omega_{n,i}^* \delta(t - t_i) \Psi_{z,i}^* + \delta(t - t_i) S_i \mathbf{n}_i \int_{t_{i-1}}^{t_i} \rho_i^* dt + \delta(t - t_i) \mathbf{h}_{c,z,i}^+ \quad (3.9)$$

*Condizione sull'importanza neutronica*

Prendiamo in considerazione l'equazione corrispondente alla terza riga della (3.4).

Integrando tra  $t_{i-1}^+$  e  $t_i^+$  si ha, ricordando la (3.3),

<sup>4</sup> Nello schematizzazione considerata tutti i neutroni sono assunti pronti, quindi la densità neutronica decade con andamento  $\text{Exp}[(\Delta K_{\text{sub}} / l_{\text{prompt}})t]$ , dove  $\Delta K_{\text{sub}} = (k_{\text{eff}} - 1) / k_{\text{eff}}$

$$\langle \boldsymbol{\psi}_i^{*T} \left[ \kappa \left( \frac{\partial B(\rho)}{\partial \rho} \right)_i \mathbf{n}_i + (1 - \kappa) \mathbf{s}_{n,i} \right] \rangle_{\text{sys}} + \mathbf{h}_{\rho,i}^+ = 0 \quad (3.10)$$

Questa relazione rappresenta una condizione di ortogonalità per  $\boldsymbol{\psi}_i^*$  rispetto al modo fondamentale  $\mathbf{n}_i$ , nel caso di sistemi critici in cui  $\mathbf{h}_{\rho,i}^+$  è eguale zero. Nel caso di sistemi sottocritici, la funzione  $\boldsymbol{\psi}_i^*$  risulta ortogonale alla sorgente  $\mathbf{s}_{n,i}$ .

*Soluzione per  $\rho^*$*

L'equazione relativa a  $\rho^*$  si ottiene moltiplicando a sinistra per  $\mathbf{n}_i$  ed integrando la (3.8) nello spazio delle fasi. Si avrà, se il funzionale in esame non riguarda i valori di  $\rho$  a  $t_F$ ,

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i} \rho_i^* dt = - \frac{\langle \mathbf{n}_i^T \boldsymbol{\Omega}_{c,i}^* \int_{t_{i-1}}^{t_i} \mathbf{c}^* dt \rangle_{\text{sys}} + \langle \mathbf{n}_i^T \mathbf{h}_{n,i}^+ \rangle_{\text{sys}}}{W_i} \quad (3.11)$$

L'insieme delle equazioni (3.8), (3.9) e (3.11) consentono di procedere, sia per i reattori critici che per i reattori sottocritici, con un calcolo ricorrente con iterazioni interne per convergere ai valori corretti.

Per ovviare alle iterazioni interne si dovranno introdurre delle approssimazioni, analogamente a quanto viene fatto nel calcolo diretto in cui si assume il valore del flusso costante durante ogni step per il calcolo dell'evoluzione dei nuclidi, e, analogamente, si assumono le concentrazioni di questi ultimi costanti allorché si ricalcola, e rinormalizza, la distribuzione del flusso neutronico a tempi discreti  $t_i$ . Per il calcolo della funzione  $\boldsymbol{\psi}^*$  retta dall'equazione (3.8) si assumeranno quindi i valori delle importanze  $\mathbf{c}^*$  e  $\rho^*$  date dai valori che esse assumono all'estremo superiore  $t_i$  dello step. Si avrà quindi

$$B_i^* \boldsymbol{\psi}_i^* + \boldsymbol{\Omega}_{c,i}^* \mathbf{c}_{z,i}^* \Delta t_i + S_i^T \mathbf{c}_{z,i}^* \rho_i^* \Delta t_i + \mathbf{h}_{n,i}^+ = 0 \quad (3.12)$$

$$\rho_i^* = - \frac{\langle \mathbf{n}_i^T \boldsymbol{\Omega}_{c,i}^* \mathbf{c}_i^* \rangle_{\text{sys}} + \frac{\langle \mathbf{n}_i^T \mathbf{h}_{n,i}^+ \rangle_{\text{sys}}}{\Delta t_i}}{W_i} \quad (3.13)$$

Analogamente potremo scrivere



$$-\frac{\partial \mathbf{c}_z^*}{\partial t} = E_i^T \mathbf{c}_z^* + \Omega_{n,i}^* \delta(t - t_i) \boldsymbol{\Psi}_{z,i}^* + \delta(t - t_i) S_i \mathbf{n}_i \rho_i^* \Delta t_i + \delta(t - t_i) \mathbf{h}_{c,z,i}^+ \quad (3.14)$$

Come vedremo nel seguito, definito il funzionale di riferimento da studiare, e definite quindi le condizioni ‘iniziali’ a  $t_F$  delle funzioni importanza, le equazioni (3.12), (3.13) e (3.14) consentono di stabilire un processo ricorrente per la loro integrazione fino a  $t_0$ .

E’ naturalmente possibile utilizzare i valori calcolati della  $\mathbf{c}^*$  mediante la (3.14) per procedere, attraverso uno o più ricalcoli della  $\rho^*$  e della  $\mathbf{c}^*$  definita dalla (3.11) e dalla (3.14), rispettivamente, in un processo iterativo interno fino al raggiungimento di una precisione prefissata.

### *Espressione perturbativa*

L'espressione perturbazione (limitandoci a considerare gli effetti diretti, che cioè non influenzano i parametri che definiscono i termini di sorgente  $\mathbf{h}_{n,i}^+$ ,  $\mathbf{h}_{c,i}^+$  and  $\mathbf{h}_{p,i}^+$ , può essere scritta

$$\delta Q = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \delta p_j \left( \langle \boldsymbol{\Psi}_i^{*T} \frac{\partial \mathbf{m}_n(t_{i-1})}{\partial p_j} \rangle_{\text{syst}} + \langle \int_{\Delta_i} \mathbf{c}^{*T} \frac{\partial \mathbf{m}_c}{\partial p_j} dt \rangle_{\text{syst}} + \langle \rho_i^* \frac{\partial m_p(t_{i-1})}{\partial p_j} \rangle_{\text{syst}} \right) \quad (3.15)$$

### **3.1 Processo d'integrazione**

Durante l'integrazione per step temporali discreti, il calcolo delle funzioni reali, e quindi delle funzioni derivate, procedono normalmente partendo dai valori iniziali noti all'inizio di ciascun step. Per il calcolo aggiunto si dovrà invece procedere all'inverso, partendo dai valori noti alla fine di ciascun step.

Il calcolo va inteso per sottozona nelle quali, per il calcolo di evoluzione, si procede assumendo valori medi sia del flusso che della densità dei nuclidi. L'integrazione spaziale sul sistema va inteso quindi come somma dei contributi in ciascuna sottozona.

La metodologia che si intende sviluppare con il codice ERANOS per integrare le modalità di calcolo GPT-BU lineare previste dal modulo Meccyco (v. Appendice 1) dovrà interessare sia i reattori critici che quelli sottocritici (ADS).

### 3.1.1 Specifici casi d'interesse

Una volta che la metodologia generale ricorrente è stata definita, il problema consiste nell'individuare le condizioni 'finali' al tempo  $t_F$ , dal quale iniziare il processo di calcolo. Queste condizioni finali sono specifiche per ogni singolo problema, e possono essere definite partendo dall'espressione della risposta in studio, Eq. (3.1).

Di seguito illustriamo come possiamo definire queste condizioni di partenza per una serie di risposte di interesse.

Caso 1. Sono considerate risposte in cui la sorgente aggiunta è del tipo  $\delta(t - t_I) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{h}_c^+ \\ 0 \end{bmatrix}$ , dove

$\mathbf{h}_c^+$  è una data funzione delle coordinate spaziali, tutti gli altri termini sorgente essendo eguali a zero. Una risposta di questo tipo può corrispondere, per esempio, all'accumulo di un materiale, o più materiali, al tempo  $t_F (\equiv t_I)$ .

All'interno della macroregione  $z$ , nell'intervallo  $\Delta t_I$ , la funzione  $\mathbf{c}_z^*$  soddisfa l'equazione<sup>5</sup>,

$$-\frac{\partial \mathbf{c}_z^*}{\partial t} = E_I^T \mathbf{c}_z^* + \delta(t - t_I) S \mathbf{n}_I \rho_I^* \Delta t_I + \delta(t - t_I) \mathbf{h}_{c,z,I}^+ \quad (3.16)$$

dove, dall'Eq. (3.11),

$$\rho_I^* = -\frac{\langle \mathbf{n}_I^T \Omega_{c,I}^* \mathbf{c}^* \rangle_{\text{sys}}}{W_I} \equiv -\frac{\langle \mathbf{n}_I^T \Omega_{c,I}^* \mathbf{h}_c^+ \rangle_{\text{sys}}}{W_I} \quad (3.17)$$

L'espressione perturbativa per una variazione della densità  $c_m$  di un nuclide  $m$  al tempo  $t_0$  sarà data dall'espressione

$$\delta Q = c_m^*(t_0) \delta c_m(t_0). \quad (3.18)$$

Nota la funzione  $\mathbf{c}^*$  a  $t_I$ , si potrà procedere con il calcolo ricorrente verso  $t_0$ .

---

<sup>5</sup> L'indice  $z$  viene per semplicità indicato solo per designare la densità media dei nuclidi nella macroregione  $z$ .

Caso 2. Sono considerate risposte in cui la sorgente aggiunta è del tipo  $\delta(t - t_1) \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{n,I}^+ \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{bmatrix}$ , dove

$\mathbf{h}_{n,I}^+$  è una data funzione delle coordinate per  $i=I$ , tutti gli altri termini sorgente essendo eguali a zero. Una risposta di questo tipo può corrispondere, per esempio, ad un tasso di reazione al tempo  $t_F (\equiv t_I)$ .

Nell'intervallo  $\Delta t_I$ , essendo  $\mathbf{c}^* = 0$  per  $t=t_I$ , la funzione  $\boldsymbol{\psi}_I^*$  soddisfa l'equazione,

$$B_I^* \boldsymbol{\psi}_I^* + S_I^T \mathbf{c}_I \rho_I^* \Delta t_I + \mathbf{h}_{n,I}^+ = 0 \quad (3.19)$$

Si avrà pertanto (Eq. 3.11)

$$\rho_I^* = - \frac{\langle \mathbf{n}_I^T \mathbf{h}_{n,I}^+ \rangle_{\text{sys}} / \Delta t_I}{W_I} \quad (3.20)$$

e quindi, calcolata  $\boldsymbol{\psi}_I^*$ , potrà essere risolta l'equazione per  $\mathbf{c}^*$  e quindi procedere con il calcolo ricorrente.

Caso 3. Sono considerate risposte in cui la sorgente aggiunta è del tipo  $\sum_{i=1}^I \delta(t - t_i) \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{n,i}^+ \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta t_i$ ,

dove  $\mathbf{h}_{n,i}^+$  è una data funzione delle coordinate, tutti gli altri termini sorgente essendo eguali a zero. Una risposta di questo tipo può corrispondere, per esempio, alla fluenza in un dato punto, o zona.

Nell'intervallo  $\Delta t_i$ , essendo  $\mathbf{c}^* = 0$  per  $t \geq t_i$ , la funzione  $\boldsymbol{\psi}_I^*$  soddisfa l'equazione,

$$B_I^* \boldsymbol{\psi}_I^* + S_i^T \mathbf{c}_i \rho_i^* + \Delta t_i \mathbf{h}_{n,i}^+ = 0 \quad (3.21)$$

Si avrà pertanto

$$\rho_i^* = \frac{\langle \mathbf{n}_I^T \Delta t_i \mathbf{h}_{n,i}^+ \rangle_{\text{sys}}}{W_I} \quad (3.22)$$

e quindi, calcolata  $\boldsymbol{\psi}_I^*$ , potrà essere risolta l'equazione per  $\mathbf{c}^*$  e quindi procedere con il calcolo ricorrente.

Caso 4. Sono considerate risposte in cui la sorgente aggiunta è del tipo  $\delta(t - t_I) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix}$ . Una risposta di questo tipo corrisponde al controllo residuo al tempo finale  $t_I$ .

Dalla (3.10) in questo caso si ha

$$\langle \boldsymbol{\psi}_I^{*T} \left[ \kappa \left( \frac{\partial B(\rho)}{\partial \rho} \right)_I \mathbf{n}_I + (1 - \kappa) \mathbf{s}_{n,I} \right] \rangle_{\text{sys}} + 1 = 0 \quad (3.23)$$

Per sistemi critici ( $\kappa=1$ ) risulta

$$\langle \boldsymbol{\psi}_I^{*T} \left( \frac{\partial B(\rho)}{\partial \rho} \right)_I \mathbf{n}_I \rangle_{\text{sys}} = -1 \quad (3.24)$$

Questa equazione ha la forma di una espressione perturbativa in relazione al funzionale in studio,  $\rho(t_I)$ , per variazione unitaria dello stesso  $\rho$  a  $t_I$ . La funzione  $\boldsymbol{\psi}_I^*$  assegna un valore negativo (unitario) agli effetti di questa perturbazione sulla densità neutronica per tener conto dell'automatico reset imposto dal vincolo sulla potenza. Il meccanismo di reset essendo arbitrario, la funzione  $\boldsymbol{\psi}_I^*$  può essere generalmente assimilata al flusso aggiunto standard ( $\boldsymbol{\phi}_I^*$ ) normalizzato secondo la (3.24) stessa e governato dall'equazione

$$B_I^* \boldsymbol{\phi}_I^* = 0. \quad (3.25)$$

Nota la funzione  $\boldsymbol{\psi}_I^*$ , ed essendo  $\rho^*(t_I)=0$  [come si può verificare dalla (3.13) per  $i=I$ , essendo  $\mathbf{c}_I^* = \mathbf{0}$  e  $\mathbf{h}_{n,I}^+ = \mathbf{0}$ ], si può passare all'integrazione dell'equazione relativa a  $\mathbf{c}^*$  nello step  $\Delta t_I$  e procedere quindi con il calcolo ricorrente.

Per sistemi sottocritici ( $\kappa=0$ ) dalla (3.10) risulta

$$\langle \boldsymbol{\psi}_I^{*T} \mathbf{s}_{n,I} \rangle_{\text{sys}} + 1 = 0 \quad (3.26)$$

L'espressione integrale al primo membro rappresenta l'importanza associata alla sorgente neutronica  $\mathbf{s}_{n,I}$  in rapporto al funzionale in studio [ $\rho(t_I)$ ], a sua volta collegato linearmente alla

potenza a  $t_f$ . La funzione aggiunta associata alla densità neutronica in sistemi sottocritici in presenza di sorgente esterna è definita dall'equazione [3]

$$B_I^* \hat{\phi}_I^* + S_I^T \mathbf{c} = 0. \quad (3.27)$$

e risulta come funzione importanza associata alla potenza  $\langle \mathbf{c}_I S \mathbf{n}_I \rangle_{\text{syst}}$ .

Anche in questo caso la funzione  $\psi_I^*$  può essere generalmente assunta come proporzionale al flusso aggiunto standard retto dalla (3.27), cioè  $\alpha \hat{\phi}_I^*$  con  $\alpha$  un coefficiente da determinare sulla base della (3.26). Possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} \alpha \langle \hat{\phi}_I^{*T} \mathbf{s}_{n,I} \rangle_{\text{syst}} + 1 &\equiv -\alpha \langle \hat{\phi}_I^{*T} B_I \mathbf{n} \rangle_{\text{syst}} + 1 \equiv -\alpha \langle \mathbf{n}_I^T B_I^* \hat{\phi}_I^* \rangle_{\text{syst}} + 1 \\ &= \alpha \langle \mathbf{n}_I^T S_I^T \mathbf{c} \rangle + 1 = \alpha W_I + 1 = 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

da cui si ottiene  $\alpha = -\frac{1}{W_I}$  e quindi

$$\psi_I^* = -\frac{1}{W_I} \hat{\phi}_I^* . \quad (3.29)$$

Noto  $\psi_I^*$ , si può passare all'integrazione dell'equazione relativa a  $\mathbf{c}^*$  nello step  $\Delta t_f$  e procedere quindi con il calcolo ricorrente

## 4 Il codice di calcolo ERANOS

I calcoli neutronici sono stati effettuati con il codice deterministico ERANOS-2.1 [3]. Questo codice è costituito da librerie di dati, programmi di calcolo specifici e procedure di calcolo che consentono un'elevata flessibilità e modularità. Un calcolo tipico di ERANOS viene eseguito utilizzando diversi moduli, collegati tra loro in procedure che utilizzano un linguaggio specifico. Le sequenze di calcolo consigliate sono fornite a seconda degli obiettivi, da veloci studi di fattibilità a calcoli di riferimento. In un codice deterministico come ERANOS, i parametri neutronici del nocciolo (p. es., il fattore di moltiplicazione o il flusso neutronico fine in ciascun punto di mesh del sistema) vengono calcolati secondo due fasi:

- 1) calcolo di cella/reticolo eseguito con il codice ECCO e
- 2) calcolo del nocciolo, utilizzando il metodo variazionale nodale TGV / VARIANT per una geometria core 3D, o alle differenze finite Sn con il codice BISTRO per una geometria 2D. Questi codici risolvono problemi relativi ad equazioni omogenee e non omogenee (per la presenza di una sorgente esterna. Possono essere ottenute sia soluzioni dirette che aggiunte).

Più in particolare, nella prima fase del calcolo, il codice di cella ECCO viene utilizzato per la preparazione di sezioni d'urto macroscopiche auto-schermate. Le celle possono essere descritte come omogenee o eterogenee (tipicamente, un elemento composto di barrette di combustibile disposte in reticolo). Le geometrie disponibili sono:

1. mezzo omogeneo o infinito,
2. reticolo 2D rettangolare di barre cilindriche e/o barrette all'interno di una scatola a sezione quadrata
3. slab 3D,
4. reticolo 2D esagonale di pin cilindriche all'interno di una scatola esagonale.

Alla fine dei calcoli con il codice ECCO, le sezioni d'urto vengono normalmente pesate con i flussi all'interno di ciascuna cella e collassate secondo una struttura a numero di gruppi energetici definito (tipicamente 33). Esse vengono quindi utilizzate per i calcoli neutronici del reattore.

Il codice Eranos-2.1 contiene due librerie di sezioni d'urto neutroniche, entrambe derivate dal file di dati nucleari valutati JEF-2.2 : JECCOLIB2 e ERALIB1. Ogni libreria contiene:

1. Una libreria a 1968 gruppi di energia per i nuclidi principali (41 isotopi, tra cui <sup>235</sup>U, <sup>238</sup>U, <sup>239</sup>U, <sup>240</sup>Pu, <sup>241</sup>Pu, <sup>242</sup>Pu, Zr, Gd, Al, <sup>56</sup>Fe, <sup>58</sup>Ni, <sup>52</sup>Cr, Na, O, C, <sup>10</sup>B, H vincolato). La libreria è ottenuta dal processamento dei dati del file JEF-2.2, attraverso una versione convalidata di NJOY.
2. Una libreria a 33 gruppi di energia per applicazioni in spettri veloci (287 isotopi).
3. Una libreria a 175 gruppi di energia (schema VITAMINE-J) per calcoli di schermatura.
4. Una libreria a 172 gruppi di energia (schema XMAS) per applicazioni in spettri termici (287 isotopi).
5. Una libreria a 36 gruppi di energia per calcoli di sorgente gamma.

Il codice BISTRO è particolarmente efficiente in termini di convergenza. In esso sono disponibili le opzioni in trasporto Sn e in diffusione. L'opzione in diffusione è utilizzato anche nella modalità in trasporto per accelerare lo schema di convergenza. In termini più dettagliati, il metodo standard Sn è usato per discretizzare l'equazione di Boltzmann per geometrie bidimensionali (XY o RZ).

Con ERANOS sono pure possibili calcoli di burn-up, per singola cella o per l'intero nocciolo. Il codice risolve le equazioni di evoluzione per ogni step temporale, aggiornando ogni volta le sezioni d'urto macroscopiche ed opzionalmente anche le sezioni d'urto microscopiche mediante ECCO e quindi BISTRO per lo step successivo.

Con il codice ERANOS possono essere effettuati calcoli perturbativi per analisi di sensitività mediante tecniche perturbative generalizzate (GPT). Questa modalità di calcolo del codice è stata validata con una azione precedente [4]. Le procedure di calcolo si basano sull'uso della soluzione aggiunta dell'equazione di Boltzmann. Esse consentono di ottenere al primo ordine le variazioni di quantità integrali ( $k_{\text{eff}}$ , tassi di reazione, concentrazioni isotopiche, coefficienti di reattività,  $\beta_{\text{eff}}$ , ecc.) in relazione a variazioni dei parametri differenziali presenti nella libreria dei dati nucleari. Utilizzando i moduli implementati, è così possibile calcolare i valori di reattività e i coefficienti di sensibilità di sistemi neutronici, utilizzando la metodologia perturbativa standard, con precisione al primo ordine, così come la forma esatta e quella generalizzata GPT.

La teoria delle perturbazioni ha una vasta gamma di applicazioni, in particolare il calcolo dei coefficienti di reattività necessari, ad esempio, per i calcoli di cinetica puntuale. L'analisi di sensitività permette inoltre di studiare, in modo sistematico, gli effetti della variazione dei parametri di base ( $p_j$ ) (p. es., sezioni d'urto, densità, geometria del sistema, ecc.) su un valore integrale Q (p. es., fattore di moltiplicazione  $k_{\text{eff}}$ , tassi di reazione,  $\beta_{\text{eff}}$ , ecc.). In sintesi, si possono calcolare quantità del tipo

$$\Delta Q = \sum_i \frac{dQ}{dp_i} \Delta p_i \quad (4.1)$$

$$s_i = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta p_i/p_i} \quad (4.2)$$



Uno dei vantaggi usando la teoria lineare delle perturbazioni è che i valori delle perturbazioni e i coefficienti di sensibilità sono (salvo che nella forma perturbativa esatta) indipendenti dalla perturbazione stessa e possono essere calcolati velocemente, a differenza dei calcoli diretti.

I moduli perturbativi di ERANOS consentono in definitiva di calcolare, sulla base della (2),

- i coefficienti di sensibilità relativi al fattore di moltiplicazione. I calcoli si basano sulla teoria delle perturbazioni standard;
- i coefficienti di sensibilità relativi ai rapporti di tassi di reazione;
- le variazioni dei coefficienti di reattività a seguito di perturbazioni dei parametri di base;
- le incertezze ( $\varepsilon_Q$ ) dei parametri integrali. In questo caso, il calcolo richiede i coefficienti di sensibilità  $s_i$  e la matrice di covarianza ( $D$ ) associata alla libreria dei dati nucleari. Esse sono date dal prodotto scalare

$$\varepsilon_Q = S^T D S \quad (4.3)$$

dove  $S$  è un vettore che ha come componenti i coefficienti di sensibilità definiti dall'equazione (2). Il vettore  $S$  è anche denominato profilo di sensibilità.

- coefficienti di correlazione. Questi coefficienti danno un'indicazione della somiglianza, dal punto di vista dei dati nucleari, della stessa quantità integrale rispetto a due sistemi diversi, cioè:
  - la facility in cui vengono ottenuti i dati sperimentali (il cui profilo di sensibilità verrà indicato con  $S_A$ );
  - il reattore di riferimento (il cui profilo di sensibilità verrà indicato con  $S_B$ ).

Mettendo in relazione i profili di sensibilità  $S_A$  ed  $S_B$  attraverso la matrice di covarianza ( $D$ ) associata ai dati nucleari si potrà ottenere il coefficiente di correlazione dato dall'espressione

$$r_{AB} = \frac{S_A^T D S_B}{\sqrt{(S_A^T D S_A)(S_B^T D S_B)}} \quad (4.4)$$

Il valore di  $r_{AB}$  si trova tra 0 e 1. Più esso è vicino all'unità, più l'esperimento è rappresentativo delle condizioni del reattore di riferimento.

## 5 Il modulo MECCYCO

Il modulo Meccyco risolve il calcolo lineare dell'importanza associata alla densità dei nuclidi durante uno step di burn-up. Non è prevista una sua modalità di utilizzo in caso di calcoli multistep. Attraverso una opportuna procedura risulta comunque possibile, come si vedrà nel seguito, adattare questo modulo anche per calcoli multistep, in particolare, per quei casi in cui si debba tener conto dell'accoppiamento tra la densità dei nuclidi e quella neutronica. Il modulo Meccyco è descritto brevemente in Appendice 1.

Meccyco consente di calcolare, all'interno di un determinato step temporale, le funzioni importanza associate ad una sorgente unitaria relativa a ciascuno degli  $M$  nuclidi soggetti all'evoluzione. In altre parole, alla fine di un run di Meccyco nello step  $i$ -esimo si ottengono generalmente a  $t_{i-1}$   $M$  funzioni importanza rappresentate, in forma vettoriale, dall'espressione

$$\mathbf{c}^{si*}(t_{i-1}) = \begin{pmatrix} c_1^{si*}(t_{i-1}) \\ c_2^{si*}(t_{i-1}) \\ \vdots \\ c_M^{si*}(t_{i-1}) \end{pmatrix} \quad (s=1,2,\dots,M) \quad (5.1)$$

ciascuna associata alla sorgente aggiunta, posta a  $t_i$ ,

$$\mathbf{u}^s = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{valore unitario nella posizione } s) \quad (5.2)$$

Assumiamo ora che nello step  $i$ -esimo si debba calcolare la funzione importanza  $\mathbf{c}^*(t_{i-1})$  partendo da condizioni 'iniziali', a  $t_i$ , indicate genericamente con il vettore

$$\mathbf{a}^i = \begin{pmatrix} \alpha_1^i \\ \vdots \\ \alpha_s^i \\ \vdots \\ \alpha_M^i \end{pmatrix} \quad (\text{posizione } s) \quad (5.3)$$

assegnato nel limite superiore  $t_i$ . Essendo il calcolo entro l'intervallo  $i$ -esimo lineare, la funzione cercata a  $t_{i-1}$  sarà data dalla somma

$$\mathbf{c}^*(t_{i-1}) = \sum_{s=1}^M \alpha_s^i \mathbf{c}^{s*}(t_{i-1}) \quad . \quad (5.4)$$

Nel caso di un calcolo lineare, in cui si deve calcolare la funzione importanza dei soli nuclidi, e non c'è accoppiamento con il campo neutronico, i valori così ottenuti nel punto  $t_{i-1}$  serviranno a definire le condizioni 'iniziali'  $\alpha_c^{(i-1)}$  per il calcolo successivo nello step (i-1), seguendo la stessa procedura. E così via, ricorrentemente, fino al primo step.

Nel calcolo nonlineare, in cui cioè vi sia accoppiamento tra il campo dei nuclidi con quello neutronico, per le condizioni 'iniziali' nello step (i-1) occorrerà invece aggiungere gli eventuali altri termini di tipo delta che compaiono nell'equazione (3.12) che regge la funzione  $\mathbf{c}^*$  per ottenere le nuove condizioni 'iniziali'  $\alpha^{i-1}$  a  $t_{i-1}$ .

Indicheremo questa nuova procedura di utilizzo di Meccyco, per ogni singolo step del calcolo, come GMeccyco (Generalized Meccyco).

## 6 Test di calcolo GPT-BU con ERANOS

### 6.1 Test 1

Sistema considerato: reattore veloce refrigerato a piombo.

Approssimazioni:

- 2 nuclidi assunti come evolvanti: uno (cf) soggetto solo a fissione (U235), l'altro (c1) soggetto solo a cattura (U238);
- approssimazione zero-dimensionale, monogruppo;
- controllo della potenza: fittizio, di tipo  $\square$  (controllo sulla sorgente di fissione);
- tempo di burn-up: 180 giorni.

Funzionale considerato:  $Q=c_1(t_F)$

Equazioni di partenza:

$$\frac{dn}{dt} = (\sigma_f \rho v - \sigma_f) c_f n - \sigma_1 c_1 n \quad (6.1)$$

$$\frac{dc_f}{dt} = -\sigma_f n c_f \quad (6.2)$$

$$\frac{dc_1}{dt} = -\sigma_1 n c_1 \quad (6.3)$$

Ponendo  $dn/dt=0$ , si ha

$$\rho = \frac{\sigma_f c_f + \sigma_1 c_1}{\sigma_f \nu c_f} \quad (6.4)$$

Equazione che regge le funzioni importanza

$$\begin{bmatrix} \left[ \frac{d}{dt} + (\rho \nu \sigma_f - \sigma_f) c_f - \sigma_1 c_1 \right] & -\sigma_f c_f & -\sigma_1 c_1 & \sigma_f c_f \\ (\rho \nu \sigma_f - \sigma_f) n & \left[ \frac{d}{dt} - \sigma_f n \right] & 0 & \sigma_f n \\ -\sigma_1 n & 0 & \left( \frac{d}{dt} - \sigma_1 n \right) & 0 \\ \nu \sigma_f c_f n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n^* \\ c_f^* \\ c_1^* \\ \rho^* \end{bmatrix} + \delta(t - t_F) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (6.5)$$

Dalla equazione relativa alla quarta riga si ha:  $n^* = 0$ . Inoltre

$$\rho^* = c_f^* + \frac{\sigma_1 c_1}{\sigma_f c_f} c_1^* \quad (6.6)$$

Si può quindi estrarre l'equazione relativa all'importanza dei due nuclidi

$$\begin{bmatrix} \left[ \frac{d}{dt} - \sigma_f n \right] & 0 \\ 0 & \left( \frac{d}{dt} - \sigma_1 n \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_f^* \\ c_1^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_f n \rho^* \\ 0 \end{bmatrix} + \delta(t - t_F) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (6.7)$$

Condizioni di partenza al tempo finale  $t_F$ :

$$\rho^*(t_F) = \frac{\sigma_1 c_1}{\sigma_f c_f}, \quad c_f^*(t_F) = 0, \quad c_1^*(t_F) = 1 \quad (6.8)$$

I risultati dei calcoli sono riportati nella Tabella 1. I valori ottenuti con calcoli diretti sono confrontati con quelli ottenuti con calcoli HGPT-BU con la procedura GMeccycyco.

Tabella 1. Risultati dei calcoli relativi al Test 1<sup>6</sup>

	3 step	18 step
<b>Calcolo diretto di <math>c_1(t_F)</math></b>		
Condiz. imperturbate	9.7612E-03	9.7670E-03
Condiz. perturbate	9.7340E-03	9.7410E-03
<b>Perturbazione <math>\delta c_1(t_F)</math></b>		
(a) Calcolo diretto (esatto)	2.7203E-05	2.5960E-05
		GMeccyco
(b) Calcolo HGPT-BU	3.0799E-05	2.6574E-05
<b>Differenza tra calcolo diretto e calcolo HGTP-BU</b>	13.2%	2.4%

Da rilevare che nel caso si fosse fatto un calcolo perturbativo nel campo lineare dei soli nuclidi, la perturbazione sarebbe stata eguale a zero in quanto i due nuclidi evolventi non risultano accoppiati attraverso processi di trasmutazione. Il valore finito della perturbazione nel campo non-lineare considerato è quindi dovuto alla sola condizione di mantenimento della potenza stabilita, condizione assicurata dal ruolo della funzione importanza  $\rho^*$  associata alla variabile di controllo  $\rho$ .

## 6.2 Test 2

Sistema considerato: reattore veloce refrigerato a piombo.

Approssimazioni:

- 2 nuclidi assunti come evolventi: uno ( $c_f$ ) soggetto a fissione (Pu239) e trasmutazione in  $c_1$  ( $\sigma_{f,c}$ ), l'altro ( $c_1$ ) soggetto solo a cattura (U238);
- approssimazione zero-dimensionale, monogruppo;
- controllo della potenza: fittizio, di tipo  $\lambda$  (controllo sulla sorgente di fissione);
- tempo di burn-up: 180 giorni.

Funzionale considerato:  $Q=c_1(t_F)$

<sup>6</sup> Sistema con due nuclidi: uno ( $c_f$ ) fissionabile, l'altro ( $c_1$ ) solo assorbente.  
Funzionale:  $c_1$  al tempo finale  $t_F$  (180 gg). Parametro perturbato: +10% condiz. iniziale di  $c_f$

Equazioni di partenza

$$\frac{dn}{dt} = (\sigma_f \rho v - \sigma_f - \sigma_{f,c}) c_f n - \sigma_1 c_1 n \quad (6.9)$$

$$\frac{dc_f}{dt} = -(\sigma_f + \sigma_{f,c}) n c_f \quad (6.10)$$

$$\frac{dc_1}{dt} = -\sigma_1 n c_1 + \sigma_{f,c} n c_f \quad (6.11)$$

Ponendo  $dn/dt=0$ , si ha

$$\rho = \frac{(\sigma_f + \sigma_{f,c}) c_f + \sigma_1 c_1}{\sigma_f v c_f} \quad (6.12)$$

Equazione che regge le funzioni importanza

$$\begin{vmatrix} \left[ \frac{d}{dt} + (\rho v \sigma_f - \sigma_f - \sigma_{f,c}) c_f - \sigma_1 c_1 \right] & -(\sigma_f + \sigma_{f,c}) c_f & (-\sigma_1 c_1 + \sigma_{f,c} c_f) & \sigma_f c_f \\ \left[ (\rho v \sigma_f - \sigma_f - \sigma_{f,c}) n \right] & \left[ \frac{d}{dt} - (\sigma_f + \sigma_{f,c}) n \right] & \sigma_{f,c} n & \sigma_f n \\ -\sigma_1 n & 0 & \left( \frac{d}{dt} - \sigma_1 n \right) & 0 \\ v \sigma_f c_f n & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} n^* \\ c_f^* \\ c_1^* \\ \rho^* \end{vmatrix} + \delta(t - t_F) \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (6.13)$$

Dalla equazione relativa alla quarta riga si ha:  $n^*=0$ . Inoltre

$$\rho^* = \frac{(\sigma_f + \sigma_{f,c})}{\sigma_f} c_f^* + \frac{\sigma_1 c_1 - \sigma_{f,c} c_f}{\sigma_f c_f} c_1^* \quad (6.14)$$

Si può quindi estrarre l'equazione relativa all'importanza dei nuclidi

$$\begin{vmatrix} \left[ \frac{d}{dt} - (\sigma_f + \sigma_{f,c}) n \right] & \sigma_{f,c} n \\ 0 & \left( \frac{d}{dt} - \sigma_1 n \right) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c_f^* \\ c_1^* \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_f n \rho^* \\ 0 \end{vmatrix} + \delta(t - t_F) \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (6.15)$$

Condizioni di partenza :

$$\rho^*(t_F) = \frac{\sigma_1 c_1 - \sigma_f c_f}{\sigma_f c_f}, \quad c_f^*(t_F) = 0, \quad c_1^*(t_F) = 1 \quad (6.16)$$

I risultati dei calcoli sono riportati nella Tabella 2.

**Tabella 2. Risultati dei calcoli relativi al Test 2<sup>7</sup>**

	18 step	36 step
<b>Calcolo diretto di <math>c_1(t_F)</math></b>		
Condizione imperturbata	9.7054E-03	9.7064E-03
Condizione. perturbata	9.6695E-03	9.6707E-03
<b>Perturbazione <math>\delta c_1(t_F)</math></b>		
(a) Calcolo diretto (riferimento)	3.5906E-05	3.5688E-05
(b) Calcolo HGPT-BU (GMeccyco)	3.5012E-05	3.6442E-05
<b>Differenza tra calcolo diretto e calcolo HGTP-BU</b>	-2.5%	2.1%
<b>Funzione importanza <math>c_f^*(t_0)</math></b> [=derivata (sensitività) $dc_1(t_F)/dc_f(t_0)$ ]	0.55398	0.57661
Scarto di $c_f^*(t_0)$ rispetto alla derivata analitica (=0.59299)	7%	2.84%

In Appendice 2 vengono riportati degli esempi di calcolo con il codice ERANOS con la descrizione delle procedure per il calcolo di alcuni parametri secondo la metodologia HGPT-BU. In Appendice 3 viene riportata l'espressione della soluzione analitica.

## 7 Conclusioni

I risultati raggiunti possono riassumersi nei seguenti punti:

- E' stata integrata in ERANOS una procedura per utilizzare il modulo Meccyco per il calcolo perturbativo nel campo lineare dei nuclidi che risultava incompleta. Tale procedura è

<sup>7</sup> Sistema con due nuclidi: uno ( $c_f$ ) fissionabile e trasmutante, l'altro ( $c_1$ ) solo assorbente. Funzionale:  $c_1$  al tempo finale  $t_F$  (180 gg). Parametro perturbato: +10% condiz. iniziale di  $c_f$



necessaria per la successiva implementazione del metodo perturbativo nel campo non-lineare neutroni/nuclidi.

- I risultati delle prove effettuate con il codice ERANOS utilizzando la procedura GMeccyco hanno dimostrato la validità della metodologia HGPT-BU proposta in questo studio. La differenza risultante tra i calcoli perturbativi ottenuti con questa metodologia ed i valori ottenuti mediante calcoli diretti (come differenza di calcoli in condizioni perturbate ed imperturbate) risulta infatti molto contenuta, dell'ordine del 2.5% (v. Tabelle 1 e 2)..
- Da notare come la sensitività calcolata con i metodi HGPT-BU a step temporali (che, come ben noto, tengono conto del fatto che nei calcoli di evoluzione il flusso viene rinormalizzato alla potenza fissata solo a tempi discreti) si avvicini alla soluzione analitica continua con l'aumentare del numero degli step.
- Altresì da notare come nei casi considerati (funzionale studiato: intensità del materiale assorbente al tempo finale, parametro perturbato: densità iniziale del materiale fissionabile e trasmutante) l'effetto (nonlineare) sulla perturbazione collegato alla variazione della densità neutronica ammonta a circa il 97% dell'effetto complessivo, mentre l'effetto della trasmutazione a circa il 3%. In questo caso particolare un metodo perturbativo che non tenesse conto degli effetti di nonlinearietà non avrebbe alcun senso.

I risultati delle prime prove con il codice ERANOS utilizzando la procedura GMeccyco hanno dimostrato la validità della metodologia HGPT-BU proposta in questo studio. La differenza risultante tra i calcoli perturbativi ottenuti con questa metodologia ed i valori ottenuti mediante calcoli diretti risulta infatti molto contenuta, dell'ordine del 2.5%.

## APPENDICE 1: IL CODICE MECCYCO

Il codice MECCYCO (Cycle du Combustible des Reacteurs à Neutrons Rapides) permette, nella suo utilizzo più generale, di fare un bilancio di massa e di radioattività in ogni punto e in ogni istante durante tutto il ciclo del combustibile per reattori a neutroni veloci. Originariamente MECCYCO è stato sviluppato in modo indipendente da ERANOS, ma nello stesso ambiente software (ALOS) di ERANOS. Era apparso subito molto utile per accoppiare il software due codici e ciò è stato eseguito nella versione 2.0, rendendo le funzioni disponibili MECCYCO subito leggibile da ERANOS. Così, tutte le funzioni descritte in originale della documentazione MECCYCO versione stand-alone possono essere eseguito dal ERANOS con la stessa sintassi.

MECCYCO, oltre ad avere un modulo per il calcolo dell'evoluzione dei nuclidi (come d'altra parte ERANOS), consente l'opzione di trasporre la matrice di evoluzione; operazione indispensabile, all'interno di un determinato step temporale, per ottenere le funzioni importanza, associate ad una sorgente unitaria, relativa ad ognuno dei nuclidi soggetti all'evoluzione. MECCYCO risolve il calcolo lineare relativo all'importanza associata alla densità dei nuclidi durante uno step di burn-up. Non è prevista una sua modalità di utilizzo sia in caso di calcoli multistep che per altri funzionali differenti dalla densità dei nuclidi.

Siccome MECCYCO è un codice complesso, con abbondanza di moduli per il calcolo di un numero notevole di parametri inerenti al ciclo del combustibile, ne è stata utilizzata solo una parte al fine di arrivare mediante trasposizione della matrice derivata di burnup, alla determinazione dell'importanza relativa alla densità dei nuclidi durante uno step di burn-up. Quindi, vengono dapprima definiti i "palier" di evoluzione mediante date di inizio e fine; successivamente si assegna ad ogni "palier" le sezioni d'urto micro/macro e i flussi neutronici precedentemente calcolati col sistema ERANOS.

Avendo ERANOS e MECCYCO due moduli di burnup completamente indipendenti, è possibile con MECCYCO calcolare l'evoluzione dei nuclidi con un flusso a fine step ottenuto con un propedeutico calcolo di burnup con ERANOS.

- 1) Esempio di concatenamento di moduli MECCYCO al fine di ottenere l'importanza associata alla densità dei nuclidi mediante trasposizione della matrice di burnup:

```

!===Creating VIE file for MECCYCO=====
CREATION_VIE ->EDL_VIE
  DATE_DE FABRICATION 31 12 2000 23 00 00
  DATE_MISE_EN_FILE 1 1 2001 00 00 00
  REACTEUR 'REACTest'
  PALIER 2 3 2001 00 00 00 'CYCLE1'
           1 5 2001 00 00 00 'CYCLE2'
           30 6 2001 00 00 00 'CYCLE3' ;

EDITION (EDL_VIE) ;

!===Creating PALIER file for MECCYCO=====
CREATION_PALIER ->EDL_PALIER
  PALIER 'CYCLE1' 1 FLUX 'FLUX1' SIGMA 1
  PALIER 'CYCLE2' 1 FLUX 'FLUX2' SIGMA 1
  PALIER 'CYCLE3' 1 FLUX 'FLUX3' SIGMA 1 ;

EDITION (EDL_PALIER) ;

CALCUL_CONCENTRATION ->EDL_BANQUE
  OBJET (EDL_OBJET)
  VIE (EDL_VIE)
  PALIER (EDL_PALIER)
  SECTION (EDL_SECTION)
  PARCELLE (EDL_PARCELLE)
  SECTION_EFFICACE (EDL_SIGMA)
  FLUX (EDL_FLUX_MECCYCO)
  CHAINE_EVOLUTION (EDL_CHAINE)
  TAILLE_MAXIMUM_BLOC 50
  CALCUL_ADJOINT ->EDL_ADJ ;

EDITION (EDL_BANQUE) ;
EDL_EDITION (EDL_ADJ) ;

```

2) Esempio di edizione dell'importanza associata alla densità di 2 nuclidi non trasmutanti per uno step di calcolo di 60 giorni e del relativo integrale temporale:

```

1SEGMENT , MATMI
----- .5263.

TSSTEP = 5.184000E+06
NSSTEP = 0

MANLNL (NNLMA=2,NNLMA=2,NPZM=1)

      1          2
1 : 0.929562    0.00000  ←==== cf* 0
2 : 0.00000    0.991712  0      c1*

INNLNL (NNLMA=2,NNLMA=2,NPZM=1)

      1          2
1 : 4.994675E+06 0.00000  ←==== ∫titi+1 c* dt
2 : 0.00000    5.162428E+06

```

## APPENDICE 2. GMECCYCO: ESEMPI DI CALCOLO PER ALCUNI PARAMETRI

Dato un sistema, tutti i parametri neutronici vengono calcolati da ERANOS e/o MECCYCO, ma per ottenere delle grandezze particolari come quelle previste all'accoppiamento non-lineare tra il campo dei nuclidi e quello neutronico (non previsto dai due codici), è stato necessario utilizzare il linguaggio LU (user's language), valido per tutti i software sviluppati sotto ALOS. Il linguaggio LU permette di maneggiare variabili contenute dentro le EDL (Set di dati logici), di ottenere calcoli numerici e logici da funzioni matematiche di base, di attivare programmi avanzati usando dei loop o esecuzioni di strutture condizionali e soprattutto di incatenare complesse sequenze di istruzioni in macro istruzioni chiamate PROCEDURE.

### 1) Calcolo di W (potenza, o tasso di fissione)

W, data dalla (1.3), nel caso elementare in cui un solo nuclide (ad es. U235) produce fissione e una volta che si conosca il flusso neutronico normalizzato alla potenza, si può ottenere nel seguente modo:

#### a) Recupero della macro di fissione e di produzione relativa a $c_f$ (U235)

```
MACRO_CALCULATION ->mac_U235_T0
! useful to isolate a single reaction rate
MICRO (MICRO_2nuclidi)
MEDIUM (MILIEU_ECCO)
BY SAMPLE 'macro_U235' 'U235' ;

EDITION_MACRO (mac_U235_T0) ;
! EDL_EDITION (mac_U235) ;

(mac_U235_T0) PSMAC MACSEC(1) SMAC(3) ->macro_fiss_U235_T0
SMAC(4) ->macro_nufiss_U235_T0 ;
* macro_fiss_U235_T0 ;
* macro_nufiss_U235_T0 ;
```

#### b) Calcolo del tasso di fissione di $c_1$ (U235) per unità di volume

```
AVERAGED_REACTION_RATE_CREATION
SITUATION 1 ->FISSION_SET
AVERAGED_FLUX (AVERAGED_FLUX_SET)
SECTION_SET MACRO (mac_U235_T0) 'FISSION'
NORMALIZATION 1.00 ;

AVERAGED_REACTION_RATE_EDITION (FISSION_SET)
' *** FISSION RATES IN THE REACTOR *** '
EDITION_PAR_SECTION ;

! EDL_EDITION (FISSION_SET) ;

(FISSION_SET) ON_TOTAL_TO3MTO AVERAGED_REACTION_RATE ->macro_fiss_phi_U235 ;
(FISSION_SET) ON_TO3MG DOMAIN_RADIAL_SURFACE ->Superf ;

* '*****';
->W0 (macro_fiss_phi_U235/Superf) ;
* '*****';
```

## 2) Calcolo di $\rho$

$\rho$  è data dalla (1.1) per il caso generale di un reattore critico e dalla (6.1) per il caso elementare dimostrativo. Tale parametro moltiplica il termine di produzione al fine di mantenere il livello di reattività (e quindi il tasso di fissione) costante durante tutto il ciclo (6.4). E' definita come la variabile di controllo. Si può ottenere nel seguente modo:

Recupero della macro di fissione e di produzione relativa a  $c_f$  (U235) e di cattura relativa a  $c_1$  (U238) e modifica della nuova macro del sistema

```
MACRO_CALCULATION ->mac_U238_step
! useful to isolate a single reaction rate
MICRO (MICRO_2nuclidi)
MEDIUM (MILIEU_ECCO)
CONCENTRATION (EDL_CONC)
BY SAMPLE 'macro_U238' 'U238' ;

EDITION_MACRO (mac_U238_step) ;

MACRO_CALCULATION ->mac_U235_step
! useful to isolate a single reaction rate
MICRO (MICRO_2nuclidi)
MEDIUM (MILIEU_ECCO)
CONCENTRATION (EDL_CONC)
BY SAMPLE 'macro_U235' 'U235' ;

EDITION_MACRO (mac_U235_step) ;

(mac_U238_step) PSMAC MACSEC(1) SMAC(2) ->macro_capt_U238_temp ;

(mac_U235_step) PSMAC MACSEC(1) SMAC(3) ->macro_fiss_U235_temp
SMAC(4) ->macro_nufiss_U235_temp ;

->macro_capt_U238(I) (macro_capt_U238_temp) ;
->macro_fiss_U235(I) (macro_fiss_U235_temp) ;
* macro_nufiss_U235_step ;

* '*****';
->RHO(I) ((macro_fiss_U235(I)+macro_capt_U238(I))/macro_nufiss_U235_temp) ;
* '*****';

MISE_A_JOUR_EDL_MACRO ->MACRO_PN
INITIALISATION (MACRO_PN_temp) COMPLET
MODIFICATION_SECTION_EFFICACE 'NU*FISSION'
COEFFICIENT 'FUEL' (RHO(I)) ;

EDITION_MACRO (MACRO_PN) ;
```

## 3) Calcolo di $\rho^*$

$\rho^*$  è data dalla (3.11) per il caso generale e dalla (6.6) per il caso elementare dimostrativo.

E' un parametro totalmente nuovo che nasce dalla trasposizione della matrice derivata di burnup. Il suo calcolo lo si può effettuare solamente con il linguaggio LU.

Ad esempio per il primo step aggiunto partendo da  $t_F$ , nel modo seguente:

```
->Cf_ADJ_tn 0 ;
->C1_ADJ_tn 1 ;
->U5_pos 1 ;
->U8_pos 2 ;

->K Kmax ; ! numero di step temporali

(EDL_ADJ) PMAT PMATMI(K+1) TSSTEP ->T_step ; * (T_step) ;

(EDL_BANQUE) PCOMDM PCMPM(K+2) CMPNL(U5_pos) ->C_f
              CMPNL(U8_pos) ->C_1 ;

->Cf (C_f) ;
->C1 (C_1) ;

->RHO_adj (Cf_ADJ_tn + (U238_capt*C1)/(U235_fiss*Cf)*C1_ADJ_tn) ;
->RHO_adj_dt (RHO_adj*T_step) ;
```

## APPENDICE 3. SOLUZIONI ANALITICHE

Equazioni

$$\frac{1}{v} \frac{d\phi}{dt} = (\sigma_f \rho v - \sigma_f - \sigma_{f,c}) c_f \phi - \sigma_1 c_1 \phi \quad (\text{A3.1})$$

$$\frac{dc_f}{dt} = -(\sigma_f + \sigma_{f,c}) \phi c_f \quad (\text{A3.2})$$

$$\frac{dc_1}{dt} = -\sigma_1 \phi c_1 + \sigma_{f,c} \phi c_f \quad (\text{A3.3})$$

$$\sigma_f c_f \phi - W = 0 \quad (\text{A3.4})$$

Soluzioni

$$\phi(t) = \frac{W}{\sigma_f c_f(t)} \quad (\text{A3.5})$$

$$c_f(t) = c_{f,o} - \frac{(\sigma_f + \sigma_{f,c})}{\sigma_f} W(t - t_o) \quad (\text{A3.6})$$

$$c_1(t) = - \left[ \frac{c_{f,o} \sigma_{f,c}}{\sigma_f + \sigma_{f,c} - \sigma_1} \right] \left[ 1 - \frac{(\sigma_f + \sigma_{f,c})}{\sigma_f} \frac{W(t - t_o)}{c_{f,o}} \right] + \left[ 1 - \frac{(\sigma_f + \sigma_{f,c})}{\sigma_f} \frac{W(t - t_o)}{c_{f,o}} \right]^{\frac{\sigma_1}{(\sigma_f + \sigma_{f,c})}} \left\{ c_{1,o} + c_{f,o} \left[ \frac{\sigma_{f,c}}{\sigma_f + \sigma_{f,c} - \sigma_1} \right] \right\} \quad (\text{A3.7})$$

$$\begin{aligned}
\frac{dc_1(t_F)}{dc_{f,0}} = & - \frac{c_{f,0} \sigma_{f,c}}{[\sigma_f + \sigma_{f,c} - \sigma_1]} \frac{(\sigma_f + \sigma_{f,c})}{\sigma_f} \frac{W(t_F - t_0)}{c_{f,0}^2} \\
& + \left[ 1 - \frac{(\sigma_f + \sigma_{f,c})}{\sigma_f} \frac{W(t_F - t_0)}{c_{f,0}} \right]^{\frac{\sigma_1}{(\sigma_f + \sigma_{f,c})}} \frac{\sigma_{f,c}}{[\sigma_f + \sigma_{f,c} - \sigma_1]} \\
& + \left\{ c_{1,0} + c_{f,0} \frac{\sigma_{f,c}}{[\sigma_f + \sigma_{f,c} - \sigma_1]} \right\} \frac{\sigma_1}{(\sigma_f + \sigma_{f,c})} \frac{\sigma_f}{(\sigma_f + \sigma_{f,c})} \frac{W(t_F - t_0)}{c_{f,0}^2} \\
& \times \left[ 1 - \frac{(\sigma_f + \sigma_{f,c})}{\sigma_f} \frac{W(t_F - t_0)}{c_{f,0}} \right]^{\frac{\sigma_1}{(\sigma_f + \sigma_{f,c})} - 1}
\end{aligned} \tag{A3.8}$$



## REFERENZE

- [1] A. Gandini, "Uncertainty Analysis and Experimental Data Transposition Methods Based on Perturbation Theory" in *Handbook of Uncertainty Analysis*, Y. Ronen Ed., CRC Press, Boca Raton, Florida, 1988.
- [2] A. Gandini, "Sensitivity Analysis of Source Driven Subcritical Systems by the HGPT Methodology", Proc. Intern. IAEA Techn. Committee Meet., Madrid 17-19 Sept. 1997 (IAEA-TC-903.3, p. 377), and: *Annals of Nuclear Energy*, 24, 1241 (1997).
- [3] G. Rimpault et al., "The ERANOS code and data system for fast reactor neutronic analyses", Proc. PHYSOR 2002, Seoul, Korea, October 7-10, 2002..
- [4] A. Gandini, A. Naviglio, V. Peluso, "Attività di sviluppo, validazione e benchmarking del codice ERANOS", Rapporto ENEA RdS/2012/036.