



Agenzia nazionale per le nuove tecnologie, l'energia  
e lo sviluppo economico sostenibile



*Ministero dello Sviluppo Economico*

## RICERCA DI SISTEMA ELETTRICO

### Utilizzo di Apollo-Cronos per calcoli di criticità e ciclo

*G. Glinatsis, G. Grasso, R. Pergreffi, F. Rocchi*

Report RdS/2012/004

UTILIZZO DI APOLLO-CRONOS PER CALCOLI DI CRITICITA' E DI CICLO

G. GLINATSI, G. GRASSO, R. PERGREFFI, F. ROCCHI (ENEA)

Settembre 2012

Report Ricerca di Sistema Elettrico

Accordo di Programma Ministero dello Sviluppo Economico - ENEA

Area: Governo, gestione e sviluppo del sistema elettrico nazionale

Progetto: Nuovo nucleare da fissione: collaborazioni internazionali e sviluppo competenze in materia nucleare

Responsabile del Progetto: Paride Meloni, ENEA

**Titolo**
**Utilizzo di Apollo-Cronos per calcoli di criticità e di ciclo**
**Descrittori**
**Tipologia del documento:** Rapporto Tecnico

**Collocazione contrattuale:** Accordo di programma ENEA-MSE: tema di ricerca “Nuovo nucleare da fissione”

**Argomenti trattati:** Reattori nucleari ad acqua leggera, PWR, Assembly 17x17

**Sommario**

In questo rapporto viene studiato un assembly per PWR 17x17 privo di barre di controllo ricorrendo al codice deterministico APOLLO2 versione 2.8-3.E, il cui utilizzo è reso possibile grazie ad un accordo STC siglato tra ENEA e CEA nel 2011. Viene dapprima studiata una singola pin, al variare della discretizzazione radiale della pin stessa e dunque dell'effetto dell'autoschermo spaziale. Viene poi presentato un caso di calcolo di autovalore per una composizione di fuel già bruciato a 45 GWd/MTU e raffreddato per 5 anni, destinato allo stoccaggio. Successivamente viene bruciato sino a 30 GWd/MTU un assembly fresco, per il quale vengono presentate, a titolo di esempio, alcune mappe di flusso termico e veloce al variare del burnup, nonché l'andamento in energia del flusso per unità di letargia mediato sull'assembly. I calcoli vengono presentati sia per una libreria a 172 gruppi di tipo XMAS che per una libreria a 281 gruppi di tipo SHEM. I risultati sono confrontati con i dati di un benchmark OECD/NEA e mostrano un ottimo accordo. Dopo un inquadramento teorico generale, viene in ultimo presentato il calcolo dell'indice spettrale per l'assembly al variare del burnup. Tutti i calcoli di trasporto sono eseguiti con il Metodo delle Probabilità di Collisione Pij.

**Note**

Autori: G. Glinatsis, G. Grasso, R. Pergreff, F. Rocchi

Copia n.

In carico a:

2			NOME			
			FIRMA			
1			NOME			
			FIRMA			
0	EMISSIONE	03/09/2012	NOME	F. Rocchi	F. Padoani	P. Meloni
			FIRMA	<i>Federico Rocchi</i>	<i>F. Padoani</i>	<i>P. Meloni</i>
REV.	DESCRIZIONE	DATA	REDAZIONE	CONVALIDA	APPROVAZIONE	

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	NNFISS – LP2 – 081	0	L	2	28

## Indice Generale

<b>Indice Generale</b> .....	2
<b>1. Introduzione</b> .....	3
<b>2. Bruciamento di una singola pin di PWR</b> .....	3
<b>3. Criticità di un assembly di PWR</b> .....	9
<b>4. Bruciamento di un assembly di PWR</b> .....	10
<b>5. Indice spettrale per un assembly PWR</b> .....	22
<b>Nota sui codici utilizzati</b> .....	26
<b>Indice delle Tabelle</b> .....	27
<b>Indice delle Figure</b> .....	27
<b>Bibliografia</b> .....	28

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	NNFISS – LP2 – 081	0	L	3	28

## 1. Introduzione

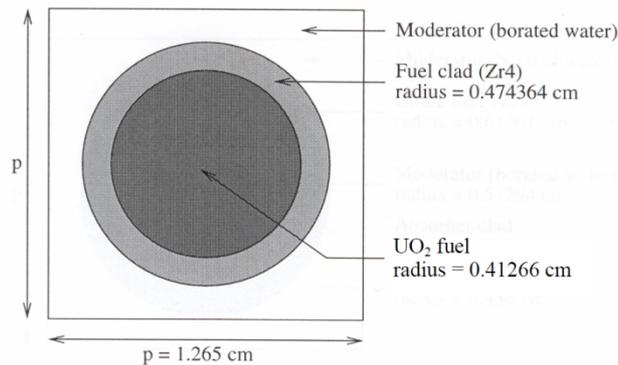
L'analisi al variare del burnup del comportamento neutronico di un assembly di LWR può essere condotta sia mediante codici di trasporto montecarlo opportunamente accoppiati a procedure di bruciamento, che mediante codici deterministici. Tuttavia la necessità di poter disporre di risultati affidabili, con dettaglio sia energetico che spaziale su ogni singola pin dell'assembly, nonché all'interno di ogni singola pin, necessità quest'ultima ovviamente percepita massimamente dalle realtà industriali che devono ottimizzare le prestazioni neutroniche dei propri sistemi, impone necessariamente l'utilizzo di codici deterministici che sono in grado di fornire tali dettagli su tutto l'arco dell'intervallo di bruciamento in alcune decine di secondi di tempo di calcolo su un moderno desktop. La scelta è ancor più fortemente imposta verso un approccio di tipo deterministico qualora si debba dover disporre, con lo stesso dettaglio spaziale ed energetico e con la stessa accuratezza, anche delle informazioni di flusso aggiunto.

In questo rapporto viene studiato un assembly per PWR 17x17 privo di barre di controllo ricorrendo al codice deterministico APOLLO2 versione 2.8-3.E, il cui utilizzo è reso possibile grazie ad un accordo STC siglato tra ENEA e CEA nel 2011. Viene dapprima studiata una singola pin, al variare della discretizzazione radiale della pin stessa e dunque dell'effetto dell'autoschermo spaziale. Viene poi presentato un caso di calcolo di autovalore per una composizione di fuel già bruciato a 45 GWd/MTU e raffreddato per 5 anni, destinato allo stoccaggio. Successivamente viene bruciato sino a 30 GWd/MTU un assembly fresco, per il quale vengono presentate, a titolo di esempio, alcune mappe di flusso termico e veloce al variare del burnup, nonché l'andamento in energia del flusso per unità di letargia mediato sull'assembly. I calcoli vengono presentati sia per una libreria a 172 gruppi di tipo XMAS che per una libreria a 281 gruppi di tipo SHEM. I risultati sono confrontati con i dati di un benchmark OECD/NEA e mostrano un ottimo accordo. Dopo un inquadramento teorico generale, viene in ultimo presentato il calcolo dell'indice spettrale per l'assembly al variare del burnup. Tutti i calcoli di trasporto sono eseguiti con il Metodo delle Probabilità di Collisione Pij.

L'intero lavoro è l'ideale prosecuzione dell'attività iniziata lo scorso anno, incentrata sull'approfondimento degli sviluppi teorici degli ultimi anni sui moderni metodi di calcolo neutronico, specialmente per quanto riguarda i codici di cella e reticolo, per i reattori LWR.

## 2. Bruciamento di una singola pin di PWR

Il primo caso analizzato è quello relativo al bruciamento di una sola pin di un assembly PWR, con dimensioni come in Figura 1 cui corrisponde un  $p/d$  pari a 1.33. La composizione iniziale del fuel è riportata più sotto in Tabella 3, corrispondente ad un arricchimento in  $^{235}\text{U}$  pari al 4% in massa. Le proprietà fisico-chimiche di clad, moderatore e la potenza specifica erogata dal grammo di uranio sono riportate più sotto in Tabella 4, Tabella 5 e Tabella 6. Il metodo di risoluzione adottato per l'equazione del trasporto è quello delle Probabilità di Collisione Pij. La cella quadrata è pertanto modellizzata ed approssimata nel calcolo con la cella di Wigner cilindrica equivalente, in modo da conservare l'area di moderatore; ne risulta un raggio esterno per la cella equivalente di 0.713700 cm. Il gap tra pellet e clad è in prima approssimazione incorporato nel clad. Le condizioni al contorno sono di riflessione.



**Figura 1: Cella elementare di fuel di un assembly PWR 17x17.**

Tre schemi di discretizzazione della cella sono stati testati:

- 1) una regione di fuel, una regione di clad ed una regione di moderatore;
- 2) quattro regioni concentriche di fuel di volume pari al 50%, 30%, 15%, 5% del volume totale, dall'interno verso l'esterno, una regione di clad ed una regione di moderatore (vedi Figura 12 più sotto);
- 3) 20 regioni concentriche equivolumiche di fuel, una regione di clad e tre regioni di moderatore.

Lo schema numero 2) corrisponde allo schema raccomandato da CEA come ottimizzazione di tempi di calcolo ed accuratezza in considerazione del tipo di problema fisico in esame. Sebbene lo schema 2) sia più che sufficiente a valutare l'autovalore del problema e le concentrazioni isotopiche al variare del burnup, si è ritenuto di implementare anche lo schema 3) poiché questo è in grado di fornire una distribuzione di flusso termico all'interno della cella molto più accurata e con un dettaglio spaziale decisamente migliore.

Il calcolo dell'autoschermo è stato fatto per gli isotopi 238U, 235U, 239Pu, 240Pu, e Zr<sub>nat</sub>, in questo ordine. È stato usato il modello TR sui gruppi energetici consigliati da CEA. La correzione per allargamento Doppler viene fatta sempre ricorrendo agli intervalli energetici suggeriti da CEA.

I calcoli sono stati effettuati ricorrendo alla libreria di sezioni d'urto microscopiche a 281 gruppi (struttura SHERM) CEA2005.V4.1.2\_N\_G281\_Patch1.

In Figura 2 è mostrato l'andamento di  $k_{inf}$  al variare del burnup medio della pin secondo i tre schemi di discretizzazione spaziale; l'andamento generale è ben riprodotto da tutti e tre gli schemi. In Figura 3 è invece mostrato lo scarto in pcm tra i  $k_{inf}$  del caso assunto a riferimento, 20 regioni concentriche, e gli altri due casi; si nota come l'errore compiuto si attesti tra -250 e -150 pcm circa per il caso ad una regione, e tra +10 e -70 pcm per il caso a quattro regioni.

In Figura 4 è mostrata la distribuzione spaziale del flusso termico nella cella a 0 GWd/MTU. In Figura 5 è invece mostrata la distribuzione spaziale del flusso veloce nella cella a 0 GWd/MTU. In Figura 6 e Figura 7 sono mostrate le distribuzioni di flusso termico (gruppi 147-281) e veloce nella cella a 30 GWd/MTU rispettivamente. Tutti i grafici di geometria di calcolo e di post-processing dei risultati di Apollo2 sulla geometria di calcolo sono ottenuti mediante il codice Silene 1.2.2, sviluppato da CEA.

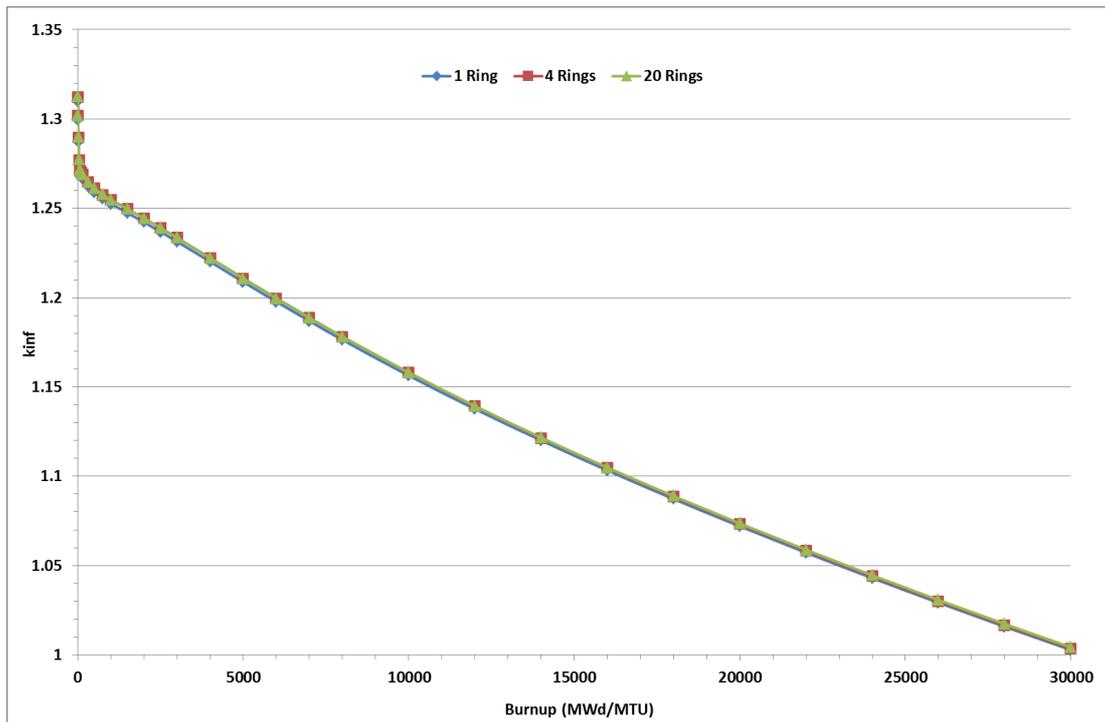


Figura 2:  $K_{inf}$  al variare del burnup e per diverse discretizzazioni della pin.

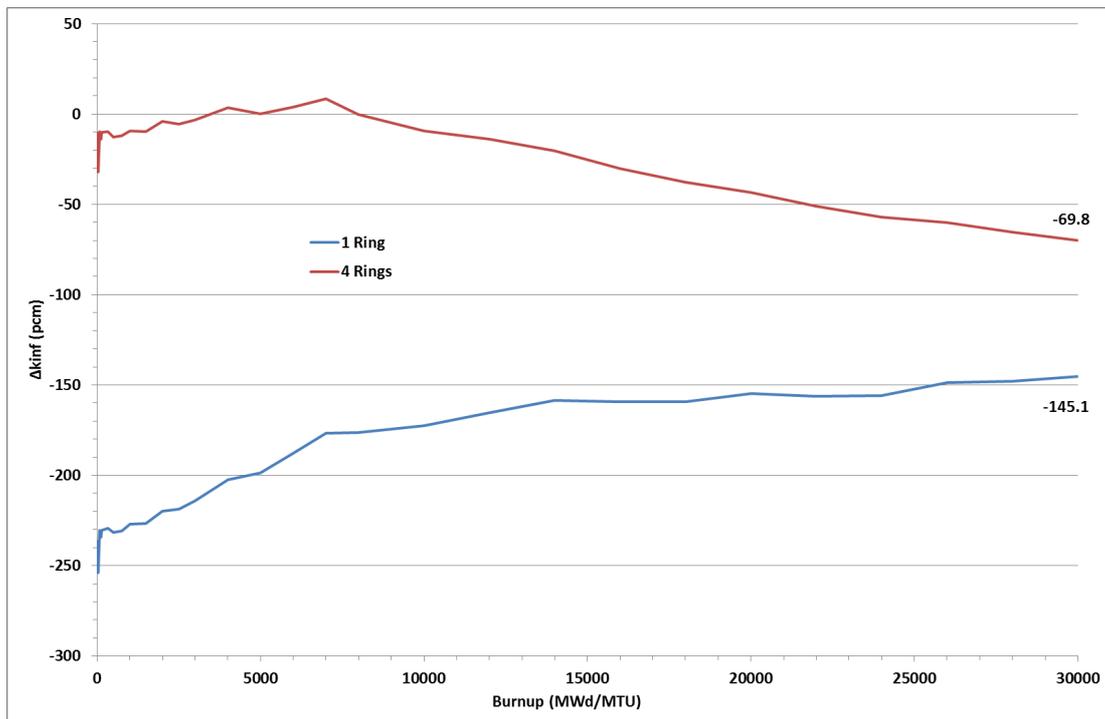


Figura 3: Scarto in pcm rispetto al caso di riferimento (20 Rings).

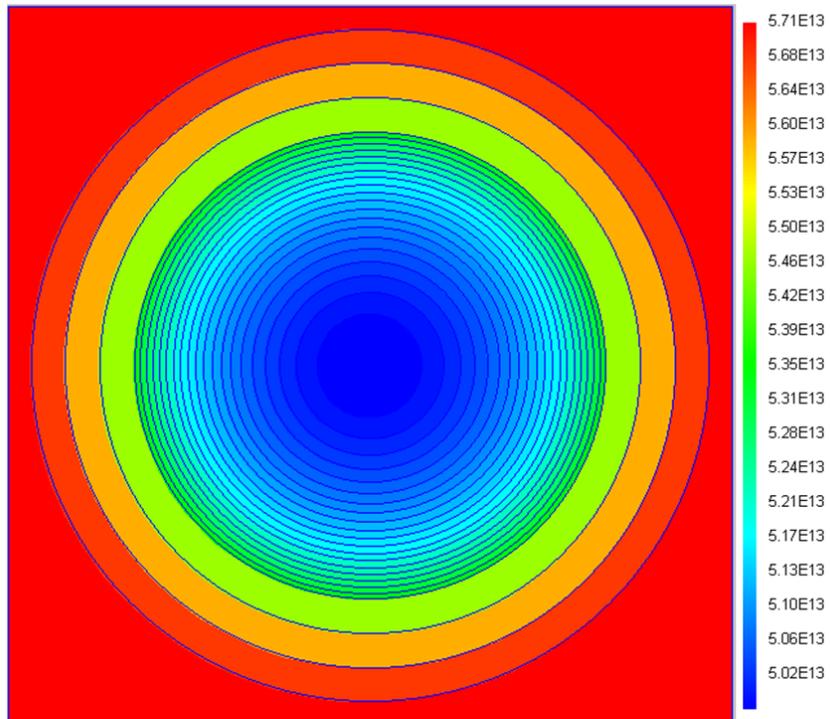


Figura 4: Distribuzione del flusso termico nella cella @ 0 GWd/MTU.

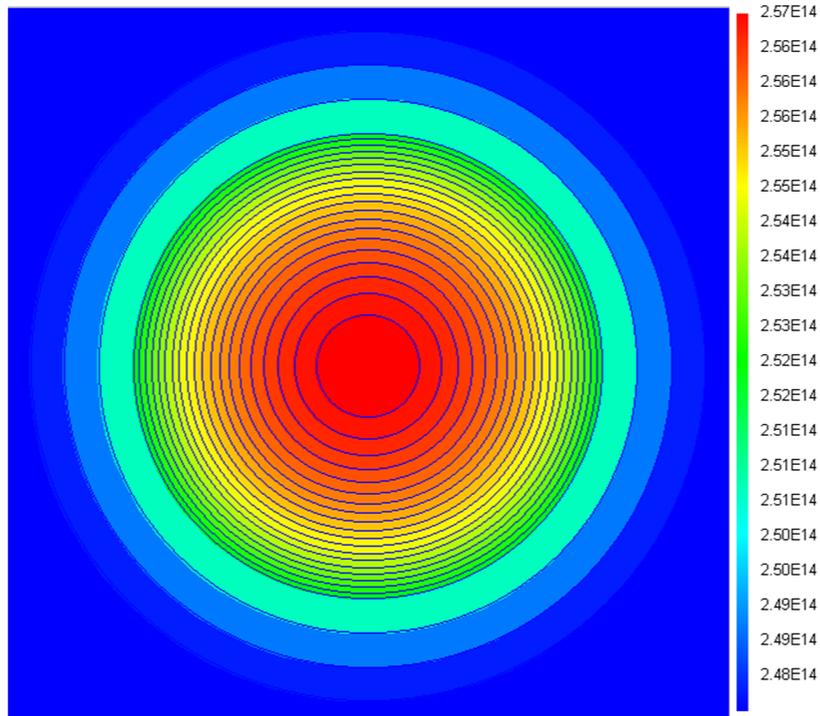


Figura 5: Distribuzione del flusso veloce nella cella @ 0 GWd/MTU.

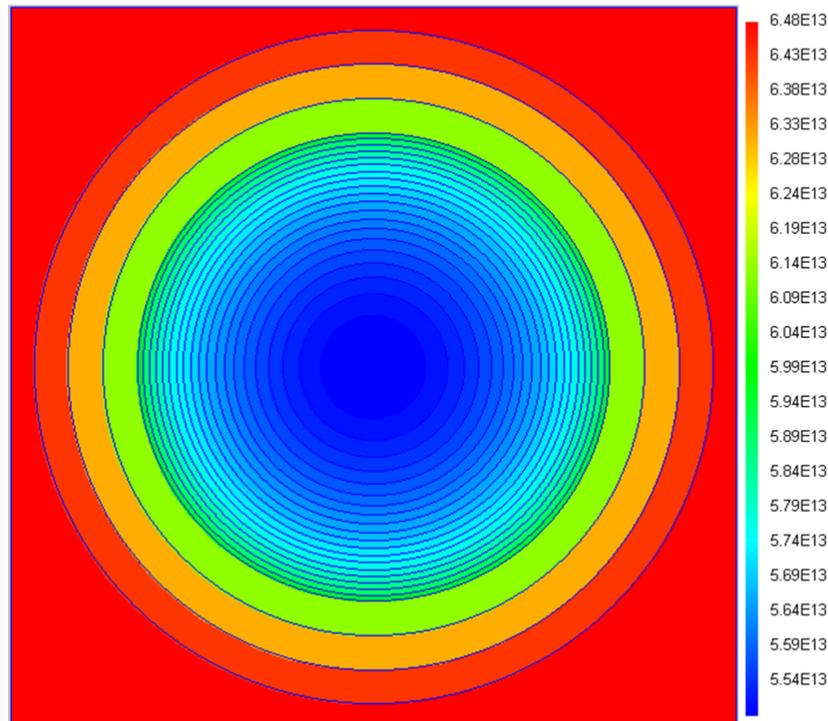


Figura 6: Distribuzione del flusso termico nella cella @ 30 GWd/MTU.

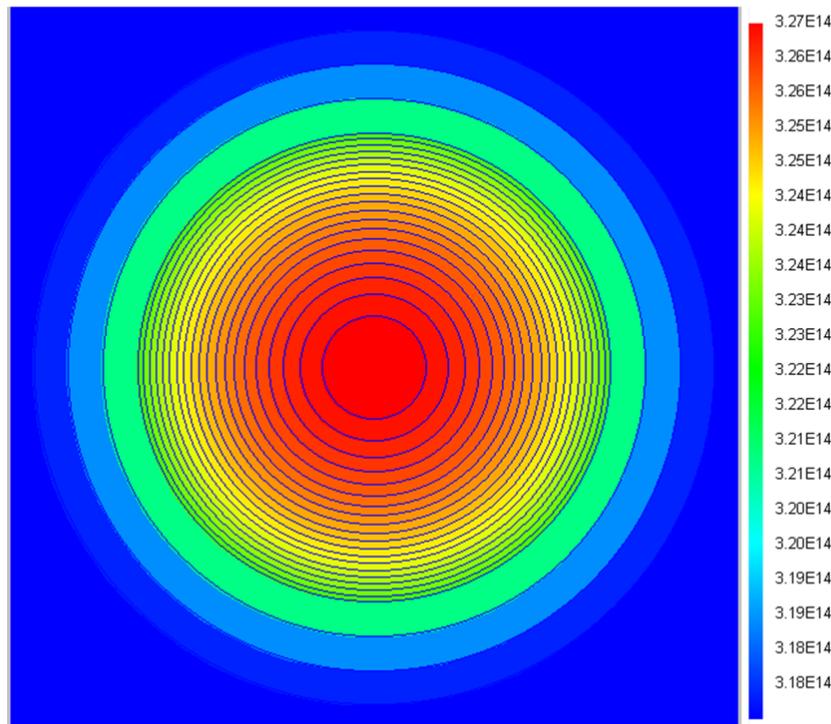


Figura 7: Distribuzione del flusso veloce nella cella @ 30 GWd/MTU.

In Figura 8, ricorrendo ai calcoli effettuati con lo schema di discretizzazione 3), è mostrato il profilo del flusso termico nella cella, normalizzato ad 1, a 0 e 30 GWd/MTU rispettivamente. Come si può vedere, l'andamento ben evidenzia come all'aumentare del burnup aumenti l'autoschermo, dovuto essenzialmente alle maggiori catture nella zona di rim a causa della formazione preferenziale in questa zona di  $^{239}\text{Pu}$  (con elevata sezione d'urto di fissione) e dei prodotti di fissione, ottimi catturatori parassiti di neutroni termici, e dunque aumenti anche il dip del flusso termico a centro pellet. In Figura 9 è infine mostrata la distribuzione

nella pellet della reaction rate di assorbimento normalizzata per neutroni termici a 0 ed a 30 GWd/MTU rispettivamente. Ancora una volta è ben messo in evidenza il “rim effect” che essenzialmente coinvolge le ultime 3-4 corone esterne di fuel per uno spessore di circa 0.3 mm. A 0 GWd/MTU il rapporto tra flusso termico massimo e minimo nella cella vale circa 1.15; a 30 GWd/MTU vale circa 1.18. A 0 GWd/MTU il rapporto tra flusso termico massimo e minimo nella pin vale circa 1.07; a 30 GWd/MTU vale circa 1.08.

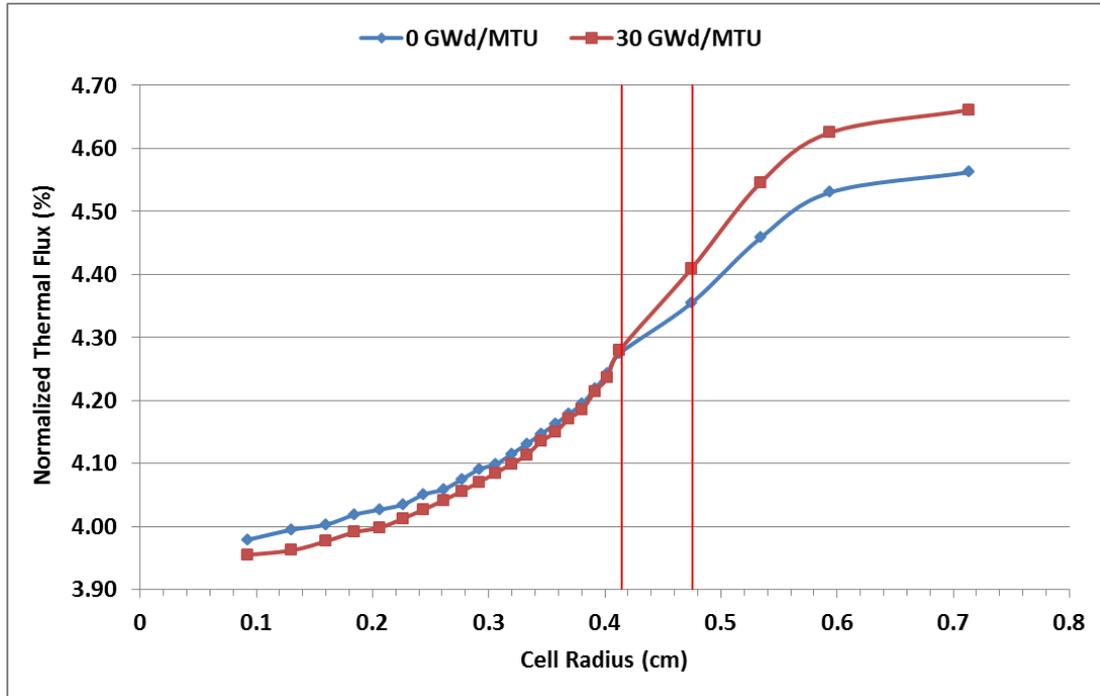


Figura 8: Distribuzione del flusso termico nella cella al variare del burnup (tra le due linee rosse il clad).

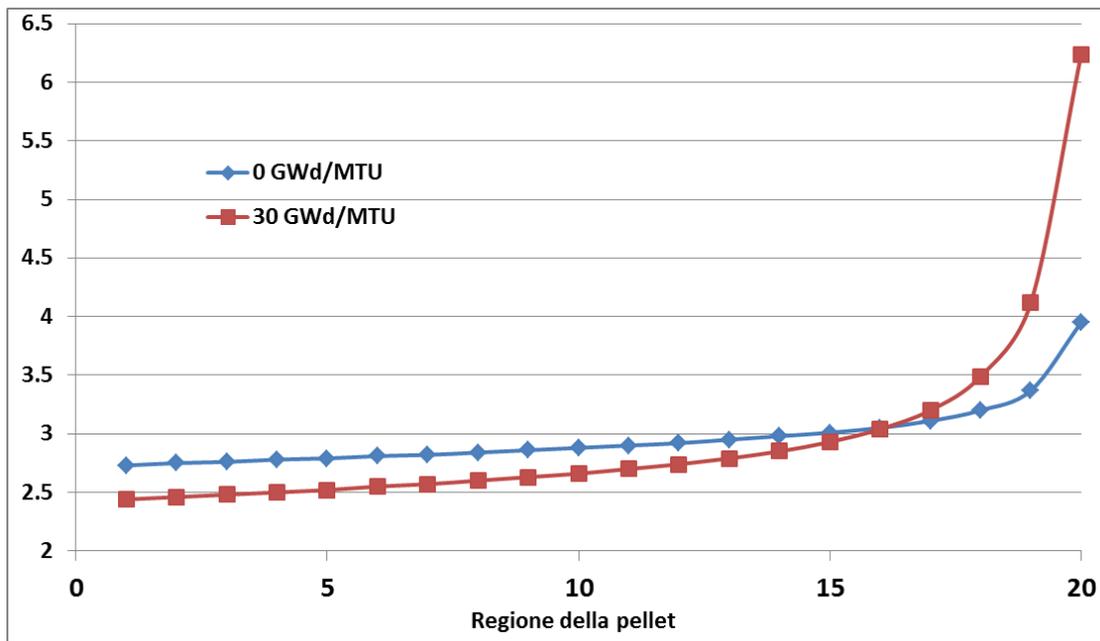


Figura 9: Distribuzione nella pellet della Reaction Rate di assorbimento (normalizzata) per neutroni termici.

### 3. Criticità di un assembly di PWR

Viene studiato il problema di criticità di un assembly PWR 17x17 bruciato, senza barre di controllo, sino a 45 GWd/MTU e poi raffreddato per 5 anni. Si tratta di un caso benchmark presentato da OECD/NEA [1] nel 2006 e pensato al fine di valutare il credito di burnup (burnup-credit) per assembly UOx di reattori PWR. La geometria e le dimensioni dell'assembly sono quelle riportate nel paragrafo seguente, tuttavia viene maggiorata la lamina d'acqua attorno all'assembly (spessore di competenza dell'assembly pari a 4 cm, suddiviso in due emisessori uguali di 2 cm per lato), al fine di simulare la situazione di stoccaggio in una piscina di combustibile esausto. La composizione viene fornita come dato di input per il benchmark stesso ed è riportata in Tabella 1.

Isotopo	Concentrazione (#/b-cm)
234U	4.191E-06
235U	1.844E-04
236U	1.184E-04
238U	2.084E-02
237Np	1.373E-05
238Pu	5.796E-06
239Pu	1.291E-04
240Pu	5.893E-05
241Pu	2.772E-05
242Pu	1.603E-05
241Am	8.573E-06
243Am	3.473E-06
95Mo	5.729E-05
99Tc	5.706E-05
101Ru	5.587E-05
103Rh	3.086E-05
109Ag	4.870E-06
133Cs	5.868E-05
143Nd	3.836E-05
145Nd	3.287E-05
147Sm	9.240E-06
149Sm	1.511E-07
150Sm	1.429E-05
151Sm	5.450E-07
152Sm	5.045E-06
153Eu	6.050E-06
155Gd	2.152E-07
160	4.493E-02

Tabella 1: Composizione isotopica fuel bruciato.

L'acqua svolge la funzione di refrigerante ed è da intendersi a 20 °C e priva di boro dissolto. Viene esplicitamente detto nel testo del benchmark di non considerare alcun profilo di burnup entro le pellet e dunque di considerare omogenea la composizione del fuel. Ogni altro parametro è immutato rispetto a quelli riportati nel paragrafo seguente.

La risoluzione dell'equazione del trasporto neutronico viene ottenuta ricorrendo al metodo delle Probabilità di Collisione Pij, tenuto correttamente in conto l'autoschermo, valutandone l'effetto su 4 zone radiali concentriche di fuel, e sulla esatta geometria di calcolo. Si fa altresì l'ipotesi che il sistema sia tutto isoterma a 20 °C. Si utilizza una libreria a 281 gruppi in struttura SHEM (CEA2005.V4.1.2\_N\_G281\_Patch1). Il calcolo richiede circa 35 secondi su un desktop di buone prestazioni. Il risultato porge per Kinf 0.978750765. Tale valore è maggiore di quello del benchmark, che risulta pari a  $0.93861 \pm 0.00223$ . La differenza che si riscontra tra il risultato ora calcolato e quello del benchmark è di circa +4000 pcm. Il bilancio neutronico calcolato per l'assembly è riportato in Tabella 2.

Numero di iterazioni esterne per raggiungere la convergenza	9
Kinf	0.978750765
Contributo di rallentamento	0.861329556
Tasso di assorbimento ( $s^{-1}$ )	0.976602972
Tasso di fissione ( $s^{-1}$ )	0.352371514
Tasso di produzione neutronica ( $s^{-1}$ )	0.954802096
Tasso di eccesso neutronico ( $s^{-1}$ )	0.001071596
Errore numerico nel bilancio	0.000001013
Valore proprio	0.978753924

Tabella 2: Bilancio neutronico.

## 4. Bruciamento di un assembly di PWR

Viene presentato il caso di un benchmark OECD/NEA sul bruciamento di assembly PWR ad UO2 [1]. Si tratta dello studio dell'evoluzione del combustibile in un assembly 17x17, senza barre di controllo, sino a 30 GWd/MTU e con periodo di raffreddamento nullo (caso 1 del benchmark). L'assembly, Figura 10, è costituito da 264 celle elementari di fuel, tutte uguali tra loro, Figura 1, con arricchimento in U235 al 4% in massa, e da 25 celle, Figura 11, costituite da tubi guida. Si noti la presenza di un gap di acqua di circa 0.5 mm tutt'attorno all'assembly. La concentrazione di boro nel moderatore è di 456 ppm in massa. La potenza specifica dell'assembly è di 38 W/gU supposta costante nel tempo. La composizione isotopica iniziale del fuel è data in Tabella 3, mentre le composizioni di clad, moderatore e tubo guida (assunte costanti nel tempo) sono date in Tabella 4. I parametri fisici sono riportati in Tabella 5 e Tabella 6. Il calcolo è stato fatto ricorrendo al metodo delle Probabilità di Collisione Pij. La cella elementare di fuel è stata pertanto modellizzata come in Figura 12, con quattro regioni concentriche di fuel (di volume pari al 50%, 30%, 15%, 5% del volume totale, dall'interno verso l'esterno), numerate da 1 a 4, secondo le raccomandazioni CEA, una regione di clad ed una regione di moderatore. La modellizzazione della cella elementare del tubo guida è mostrata in Figura 13, con una regione centrale di moderatore, una regione di tubo guida, ed una regione di moderatore. Il calcolo è stato effettuato sfruttando tutte le simmetrie del sistema, quindi su 1/8 di assembly modellizzato come in Figura 14, ed assumendo le consuete condizioni di riflessione sui lati esterni dell'assembly. Il calcolo di autoschermo è stato fatto per gli isotopi 238U, 235U, 239Pu, 240Pu, e Zr\_nat, in questo ordine. E' stato usato il modello TR sui gruppi energetici consigliati da CEA. La correzione per allargamento Doppler viene fatta sempre ricorrendo agli intervalli energetici suggeriti da CEA. Il calcolo dell'autovalore e delle concentrazioni isotopiche è stato fatto secondo gli step indicati in Tabella 7. L'autoschermo è stato aggiornato durante il bruciamento, in particolare a valle degli step indicati con un asterisco in Tabella 7.

L'effetto delle fughe assiali sullo spettro neutronico è stato tenuto in conto con il modello che ricorre al calcolo del buckling assiale vincolato alla condizione  $k_{eff} = 1$  (modello B1 omogeneo).

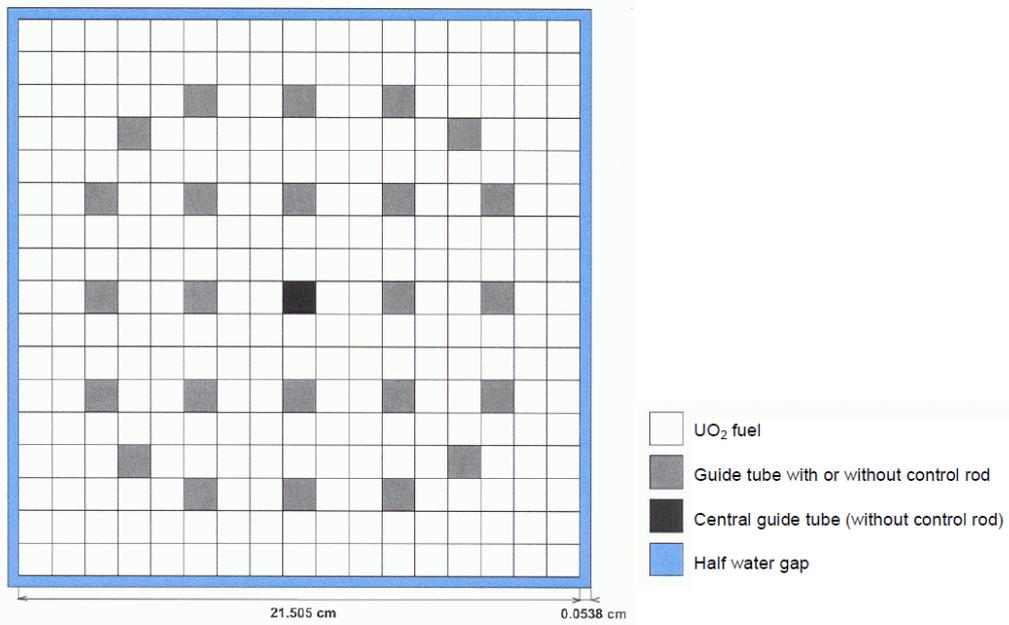


Figura 10: Assembly PWR 17x17.

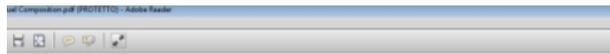


Figure 3. Guide tube cell geometry without control rod

Central guide tube cell geometry

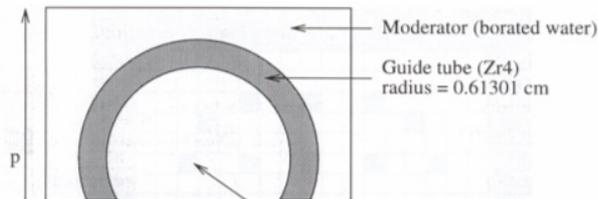


Figura 11: Tubo guida dell'assembly 17x17.

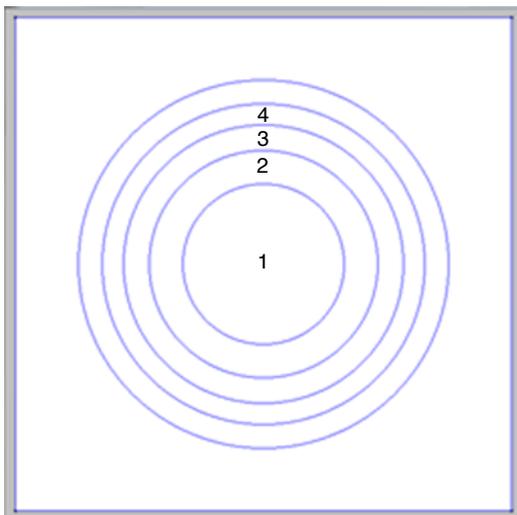


Figura 12: Modellizzazione della cella elementare di fuel.

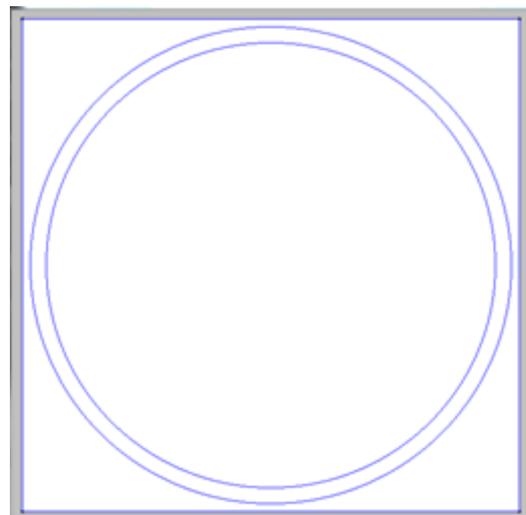


Figura 13: Modellizzazione della cella elementare del tubo guida.

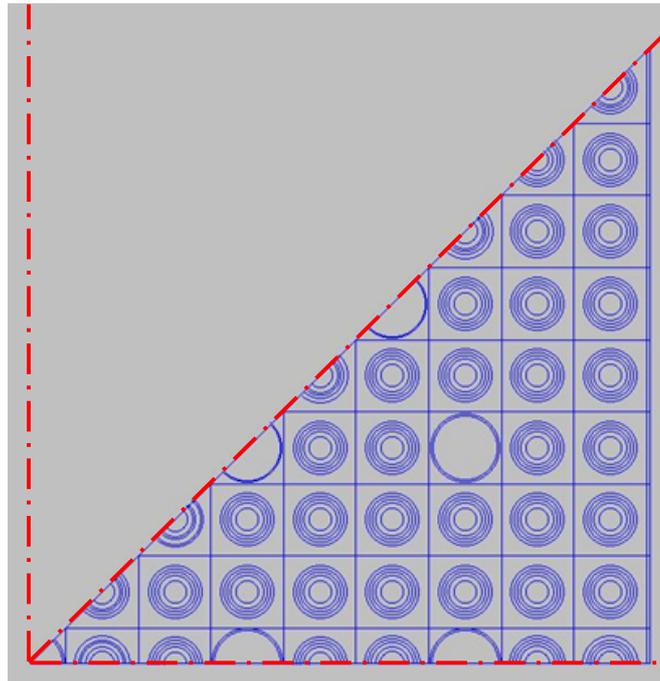


Figura 14: Modellizzazione di 1/8 di assembly (in rosso gli assi di simmetria).

Isotopi	Concentrazioni (atomi/b·cm)
$^{234}\text{U}$	7.834E-06
$^{235}\text{U}$	9.097E-04
$^{236}\text{U}$	2.967E-06
$^{238}\text{U}$	2.155E-02
$^{16}\text{O}$	4.493E-02

Tabella 3: Composizione isotopica iniziale del fuel.

Fuel clad		Moderatore (456 ppm in massa di boro)		Tubo guida	
atomi/b·cm					
Fe	1.383E-04	H	4.860E-02	Fe	1.476E-04
Cr	7.073E-05	O	2.430E-02	Cr	7.549E-05
O	2.874E-04	10B	3.692E-06	O	3.067E-04
Zr	3.956E-02	11B	1.477E-05	Zr	4.222E-02

Tabella 4: Composizioni del clad, del moderatore e del tubo guida.

Temperatura fuel	Temperatura clad	Temperatura moderatore	Densità di potenza media nell'assembly
873 K	673 K	573 K	38 W/gU

Tabella 5: Parametri fisici: temperature e densità di potenza.

Densità fuel	Densità clad	Densità moderatore	Densità tubo guida
10.07 g/cm <sup>3</sup>	6.02 g/cm <sup>3</sup>	0.727 g/cm <sup>3</sup>	6.421 g/cm <sup>3</sup>

Tabella 6: Parametri fisici: densità dei materiali.

No.	Burn-up cumulato	No.	Burn-up cumulato	No.	Burn-up cumulato
1	9.375	11	1500	21	12000 (*)
2	18.75	12	2000 (*)	22	14000
3	37.5 (*)	13	2500	23	16000
4	75	14	3000	24	18000 (*)
5	112.5	15	4000 (*)	25	20000
6	150 (*)	16	5000	26	22000
7	325	17	6000	27	24000 (*)
8	500	18	7000 (*)	28	26000
9	750 (*)	19	8000	29	28000
10	1000	20	10000	30	30000 (*)

Tabella 7: Step di bruciamento implementati nel calcolo (burnup in MWd/MTU); l'asterisco indica lo step a valle del quale viene ricalcolato l'autoschermo delle sezioni d'urto.

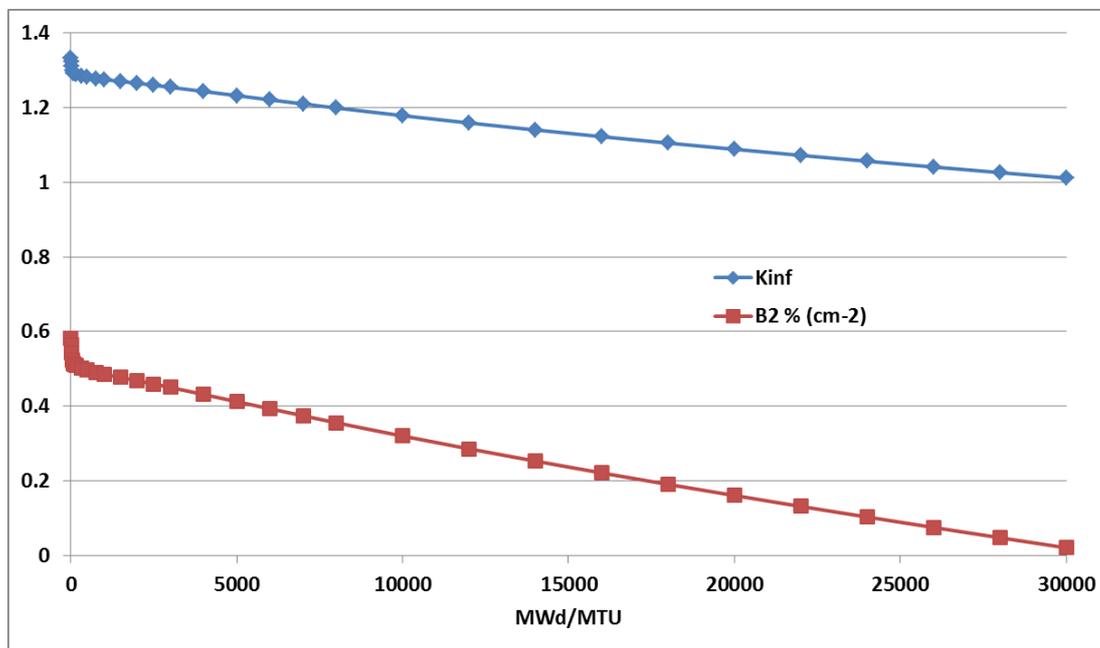


Figura 15: Andamento di  $k_{inf}$  e  $B^2$  assiale al variare del burnup.

Il calcolo è stato fatto ricorrendo a due librerie di sezioni d'urto microscopiche, la CEA2005.V4.1.2\_N\_G281\_Patch1, del 2005 con struttura SHEM a 281 gruppi, e la CEA93.G172.V10.4, del 1993 con struttura XMAS a 172 gruppi. Laddove non diversamente specificato, il risultato mostrato si riferisce ad un calcolo con la libreria del 1993 a 172 gruppi.

In Figura 15 è riportato l'andamento di  $k_{inf}$  e del buckling assiale  $B^2$  al variare del burnup. Si nota come nelle condizioni suddette l'assembly arrivi ad avere  $k_{inf}=1$  a circa 30 GWd/MTU. Si nota altresì come parimenti  $B^2$  tenda a zero poiché  $k_{inf}$  sta tendendo ad 1, che è il vincolo imposto su  $k_{eff}$  per il calcolo di  $B^2$ . In Figura 16 è mostrata la mappa delle fissioni nell'assembly a 0 GWd/MTU. Si evince che le pin con il più alto tasso di fissione siano quelle interessate da un flusso neutronico maggiormente termalizzato a causa della presenza, nelle vicinanze, di tubi guida. In Figura 17 è mostrata la mappa della reaction rate di assorbimento a 0 GWd/MTU. Essa è dominata, per lo spettro tipico di questi assembly, dagli assorbimenti nel fissile, e dunque è massima nelle corone periferiche delle varie pin e minima nel moderatore dove è sì presente il boro, ma in quantità tali da non dare ovviamente contributi paragonabili a quelli dei fissili. In Figura 18 è mostrata invece la distribuzione del flusso termico nell'assembly a 30 GWd/MTU. Si nota come esso sia massimo all'interno dei tubi guida e minimo alla periferia dell'assembly.

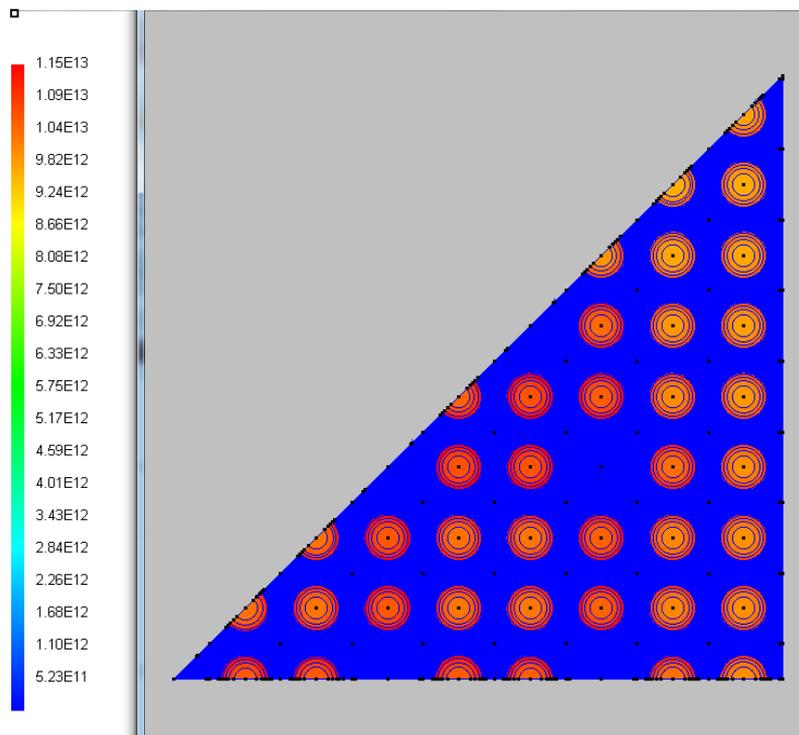


Figura 16: Distribuzione della RR di fissione @ 0 GWd/MTU.

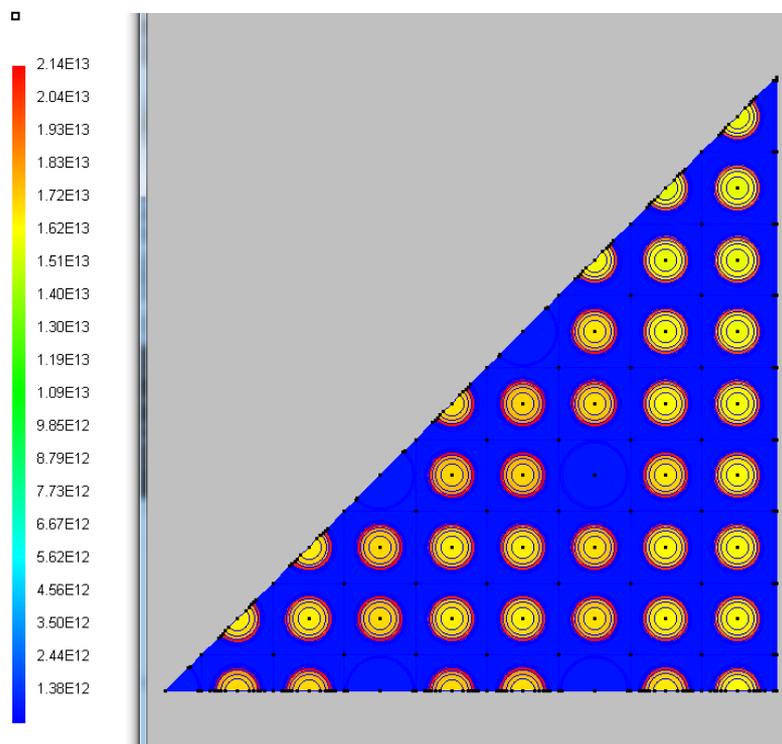


Figura 17: Distribuzione della RR di assorbimento @ 0 GWd/MTU.

In Tabella 8 sono mostrate le concentrazioni isotopiche in atomi/b-cm a 30 GWd/MTU. Nelle prime quattro colonne sono elencate le concentrazioni nelle quattro corone in cui è suddivisa la pellet, nella quinta colonna la concentrazione media sulla pellet; nella sesta colonna i valori ottenuti per il benchmark dal CEA, e nell'ultima colonna la differenza relativa percentuale tra i valori ottenuti da CEA e ENEA.

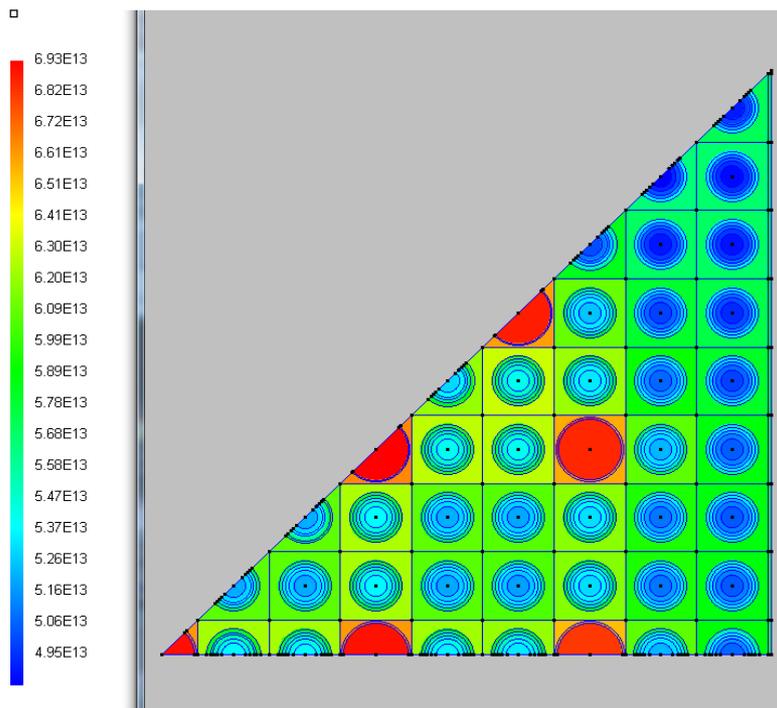


Figura 18: Distribuzione del flusso termico @ 30 GWd/MTU.

	UO2_1	UO2_2	UO2_3	UO2_4	UO2	CEA CEA93	Rel. Diff. (%)
U234	5.24E-06	5.18E-06	5.13E-06	5.10E-06	5.2E-06	5.08E-06	2.37
U235	3.58E-04	3.45E-04	3.35E-04	3.29E-04	0.000349	3.40E-04	2.80
U236	9.85E-05	9.99E-05	1.01E-04	1.02E-04	9.94E-05	9.86E-05	0.89
U238	2.12E-02	2.11E-02	2.10E-02	2.05E-02	0.021085	0.02106	0.12
PU238	2.09E-06	2.22E-06	2.35E-06	2.56E-06	2.19E-06	2.11E-06	3.85
PU239	1.07E-04	1.18E-04	1.54E-04	2.93E-04	0.000127	1.24E-04	2.57
PU240	3.61E-05	3.90E-05	4.98E-05	9.21E-05	4.18E-05	4.14E-05	1.13
PU241	1.95E-05	2.34E-05	3.25E-05	6.52E-05	2.49E-05	2.47E-05	0.85
PU242	4.73E-06	5.89E-06	8.41E-06	1.71E-05	6.25E-06	6.37E-06	-1.79
NP237	8.49E-06	8.84E-06	9.11E-06	9.27E-06	8.73E-06	8.15E-06	7.04
AM241	4.89E-07	5.77E-07	7.92E-07	1.57E-06	6.15E-07	6.07E-07	1.39
AM243	6.76E-07	8.45E-07	1.21E-06	2.46E-06	8.96E-07	9.27E-07	-3.34
MO95	3.22E-05	3.37E-05	3.64E-05	4.47E-05	3.39E-05	3.38E-05	0.33
TC99	3.78E-05	3.98E-05	4.39E-05	5.77E-05	4.03E-05	4.02E-05	0.43
RU101	3.53E-05	3.73E-05	4.17E-05	5.62E-05	3.79E-05	3.78E-05	0.28
RH103	1.84E-05	1.97E-05	2.28E-05	3.39E-05	2.02E-05	2.02E-05	0.49
AG109	2.20E-06	2.55E-06	3.41E-06	6.56E-06	2.71E-06	2.71E-06	-0.23
CS133	3.93E-05	4.14E-05	4.57E-05	6.05E-05	4.19E-05	4.17E-05	0.50
ND143	2.87E-05	2.98E-05	3.23E-05	4.09E-05	3.02E-05	2.99E-05	0.92
ND145	2.27E-05	2.38E-05	2.59E-05	3.29E-05	2.4E-05	2.39E-05	0.49
SM147	2.11E-06	2.19E-06	2.35E-06	2.90E-06	2.21E-06	2.19E-06	0.85
SM149	9.42E-08	9.79E-08	1.11E-07	1.60E-07	1.01E-07	9.90E-08	2.14
SM150	8.75E-06	9.29E-06	1.03E-05	1.37E-05	9.4E-06	9.39E-06	0.05
SM151	4.61E-07	4.79E-07	5.43E-07	7.97E-07	4.96E-07	4.86E-07	2.04
SM152	3.42E-06	3.66E-06	4.21E-06	6.17E-06	3.75E-06	3.75E-06	0.10
EU153	3.21E-06	3.47E-06	4.00E-06	5.76E-06	3.53E-06	3.53E-06	-0.08
GD155	1.58E-09	1.64E-09	1.87E-09	2.75E-09	1.7E-09	1.65E-09	2.73

Tabella 8: Concentrazioni [atomi/b-cm] @ 30 GWd/MTU.

L'accordo è decisamente buono con l'eccezione di tre isotopi ( $^{237}\text{Np}$ ,  $^{238}\text{Pu}$  e  $^{243}\text{Am}$ ).

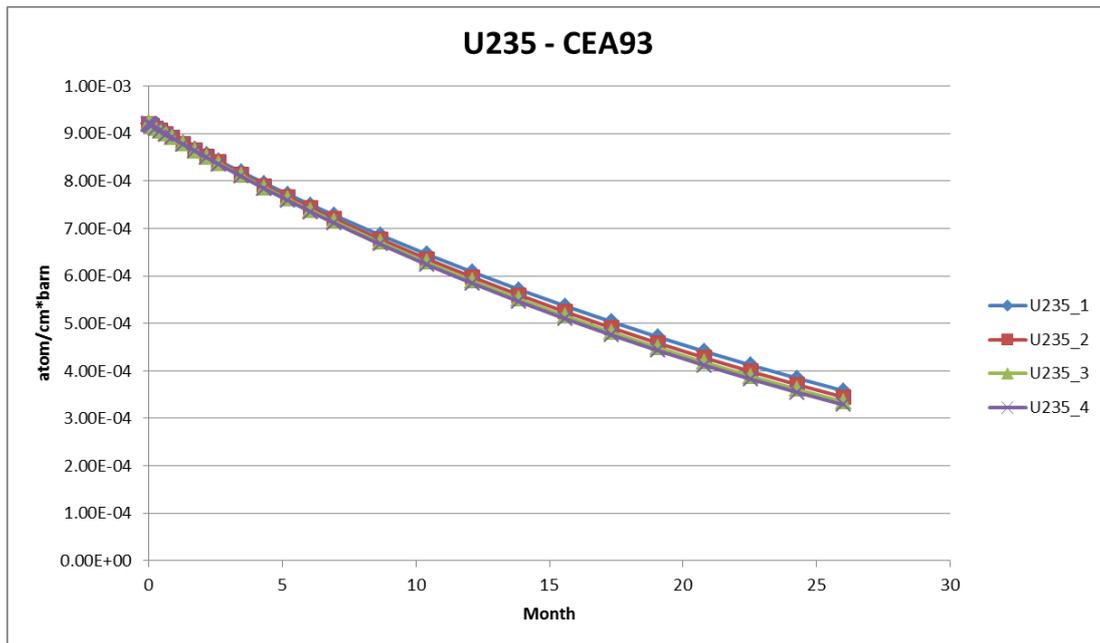


Figura 19: Concentrazioni di  $^{235}\text{U}$  nelle 4 zone delle pellets.

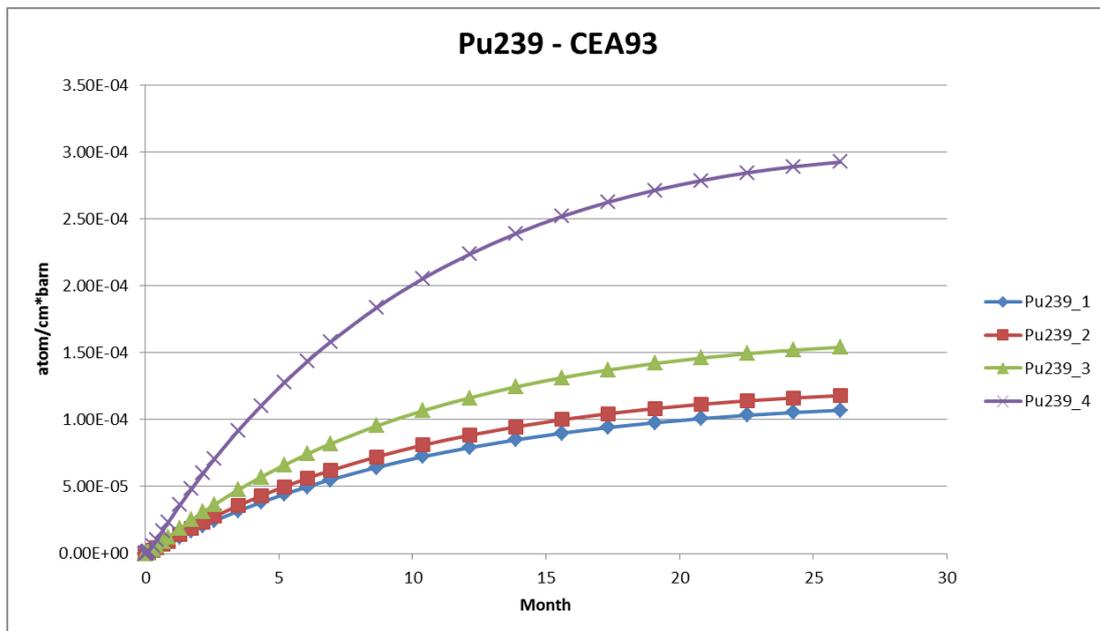


Figura 20: Concentrazioni di  $^{239}\text{Pu}$  nelle 4 zone delle pellets.

In Figura 19 è mostrato l'andamento al variare del burnup della concentrazione di  $^{235}\text{U}$  nelle quattro corone delle pellet. A bassi valori di burnup le concentrazioni pressoché coincidono; dopo circa 8-10 mesi di bruciamento la zona più esterna (n. 4) inizia ad essere leggermente più depleta rispetto alle zone interne. In ogni caso l'effetto dell'autoschermo sul bruciamento di  $^{235}\text{U}$  è tutto sommato marginale. Diversa è invece la situazione per  $^{239}\text{Pu}$  che è in buildup; già a partire dal terzo mese di bruciamento la zona esterna della pellet si differenzia sostanzialmente dalle zone interne, per arrivare a 26 mesi di bruciamento con un fattore 3 di differenza tra concentrazione nella zona n. 4 e la zona n. 1. Va fatto notare che il confronto tra le zone di pellet può essere fatto solo usando come variabile indipendente o il tempo (riferimento assoluto per il bruciamento) o il burnup **medio** della pellet. Infatti il burnup raggiunto nelle quattro zone delle pellet

è sostanzialmente diverso proprio a causa dell'autoschermo. In Figura 21 è mostrata la correlazione, ovviamente non lineare, tra burnup e tempo per le quattro zone delle pellet.

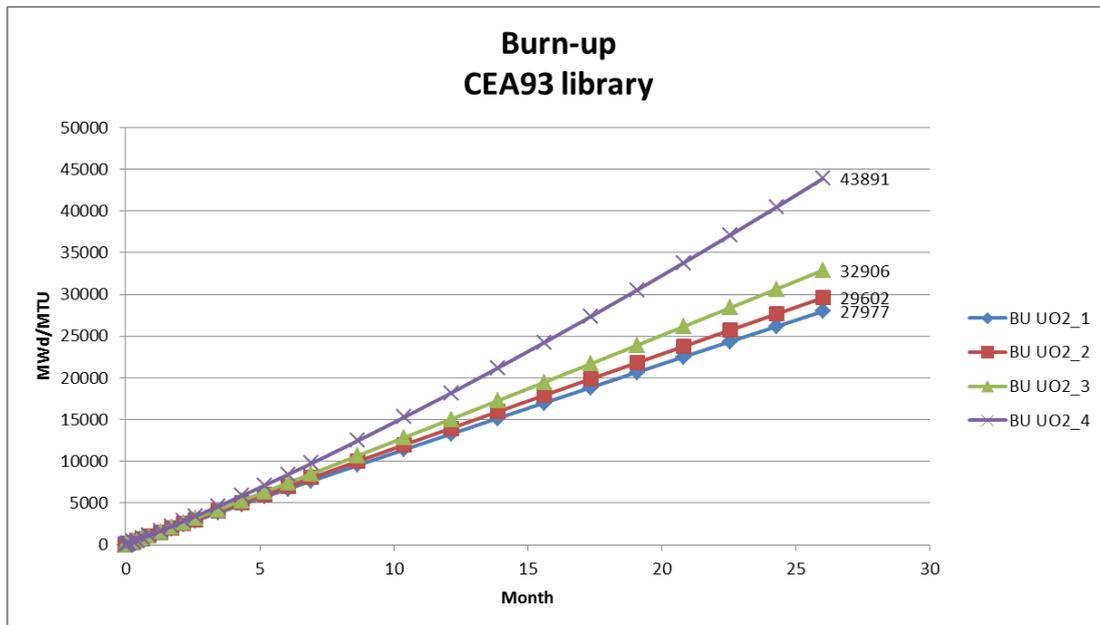


Figura 21: Correlazione tempo-burnup per le 4 zone delle pellet.

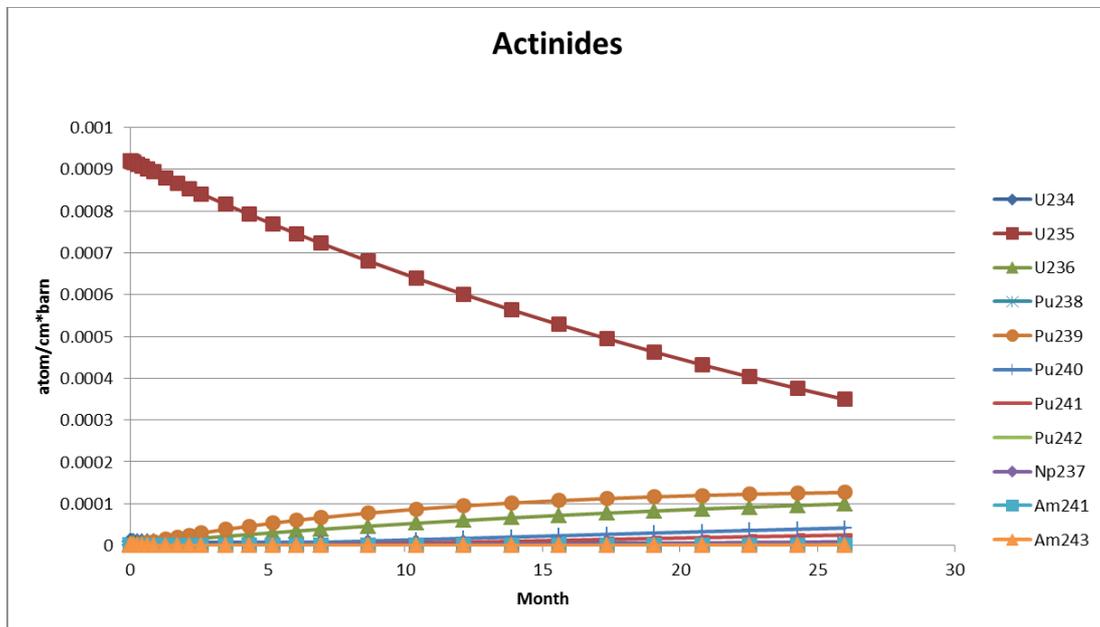


Figura 22: Concentrazioni medie nell'assembly degli attinidi (escluso 238U) al variare del burnup.

In Figura 22 è mostrato l'andamento al variare del tempo delle concentrazioni degli attinidi medie nell'assembly. In Figura 23 sono invece mostrate le concentrazioni medie nell'assembly dei prodotti di fissione. In Figura 24 è mostrato l'andamento del worth di antireattività in pcm di 1 ppm in peso di boro nel moderatore al variare del burnup. Il calcolo è stato effettuato stimando la variazione dell'autovalore dovuta ad una variazione di -10 ppm di boro ad inizio vita, la variazione dell'autovalore è stata poi normalizzata ad 1 ppm di boro. I risultati sono in perfetto accordo con i dati di letteratura che riportano valori medi per un

PWR di circa 8-9 pcm/ppm. L'andamento decrescente del worth di antireattività è ovviamente da mettersi in relazione all'indurimento dello spettro dovuto al bruciamento, indurimento tipico dei reattori termici. In Tabella 9 è mostrato un confronto tra le concentrazioni a 30 GWd/MTU ottenute con la libreria SHEM e XMAS a parità di ogni altro parametro. Non si registrano variazioni significative sull'andamento dell'autovalore al variare della libreria.

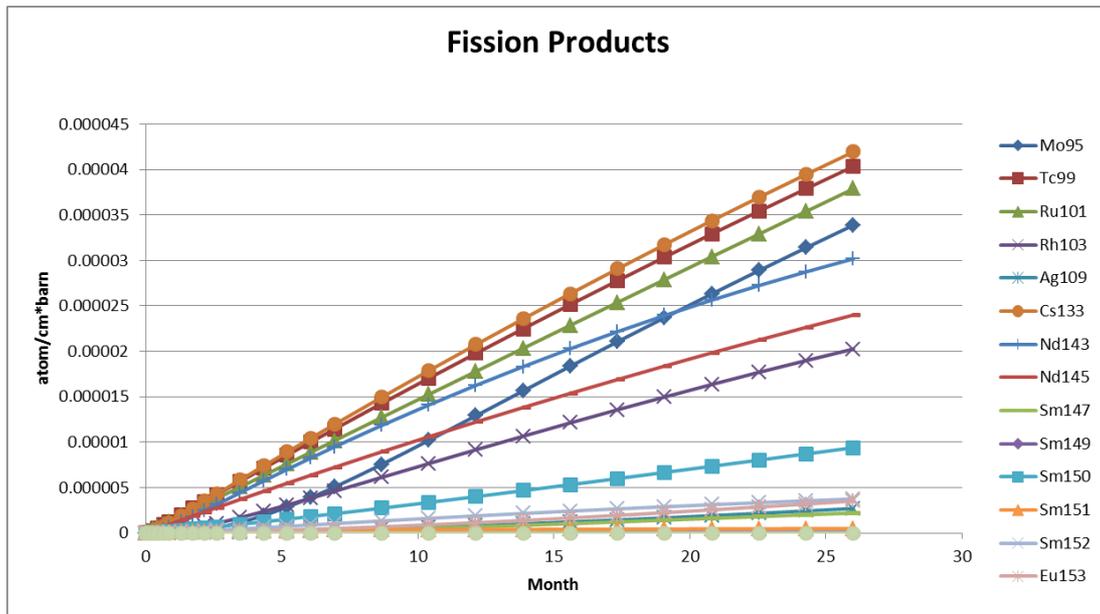


Figura 23: Concentrazioni medie di FP nell'assembly al variare del burnup.

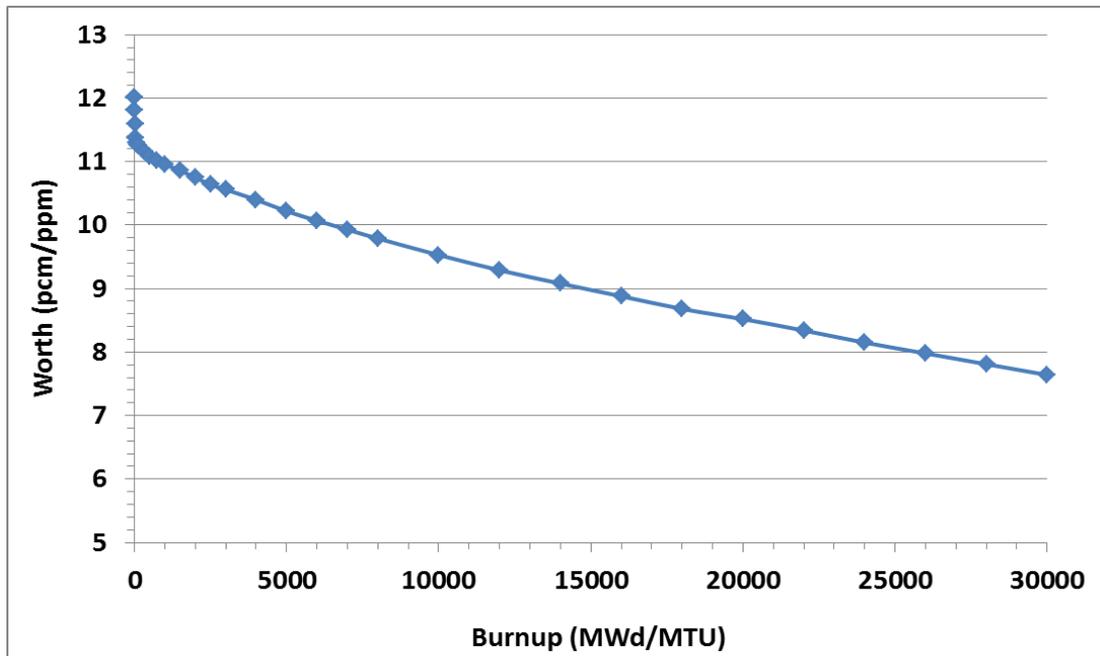


Figura 24: Worth del ppm massico di Boro al variare del burnup.

Isotopi	CEA93	CEA2005	Differenza relativa (%)
U234	5.196E-06	5.301E-06	2.0
U235	3.492E-04	3.475E-04	-0.5
U238	2.109E-02	2.109E-02	0.0
PU239	1.267E-04	1.232E-04	-2.8
PU240	4.184E-05	4.155E-05	-0.7
PU241	2.492E-05	2.457E-05	-1.4
PU242	6.252E-06	6.566E-06	4.8
NP237	8.727E-06	7.981E-06	-9.3
AM241	6.152E-07	5.788E-07	-6.3
AM243	8.961E-07	9.455E-07	5.2
MO95	3.388E-05	3.361E-05	-0.8
TC99	4.034E-05	3.980E-05	-1.4
RU101	3.789E-05	3.773E-05	-0.4
RH103	2.025E-05	2.081E-05	2.7
AG109	2.706E-06	2.722E-06	0.6
CS133	4.195E-05	4.174E-05	-0.5
ND143	3.017E-05	2.971E-05	-1.6
ND145	2.400E-05	2.390E-05	-0.4
SM147	2.208E-06	2.222E-06	0.6
SM149	1.011E-07	8.799E-08	-14.9
SM150	9.396E-06	9.152E-06	-2.7
SM151	4.955E-07	4.346E-07	-14.0
SM152	3.750E-06	3.576E-06	-4.9
EU153	3.530E-06	3.338E-06	-5.8
GD155	1.698E-09	1.566E-09	-8.4

Tabella 9: Confronto tra libreria CEA97 e CEA2005 (concentrazioni in atomi/b-cm).

In Figura 25 sono confrontati gli spettri neutronici (flussi per unità di letargia) a 0 GWd/MTU ed a 30 GWd/MTU per la struttura a 172 gruppi. Si nota a 30 GWd/MTU una redistribuzione al di sopra di 1 eV dei neutroni venuti a mancare al di sotto di 1 eV. Si nota altresì il manifestarsi del tipico dip attorno ad 1 eV dovuto a <sup>239</sup>Pu. In Figura 26 è mostrato il confronto tra spettri (flussi per unità di letargia) a 0 ed a 30 GWd/MTU in struttura SHEM. Si evidenziano maggiori differenze anche alle alte energie.

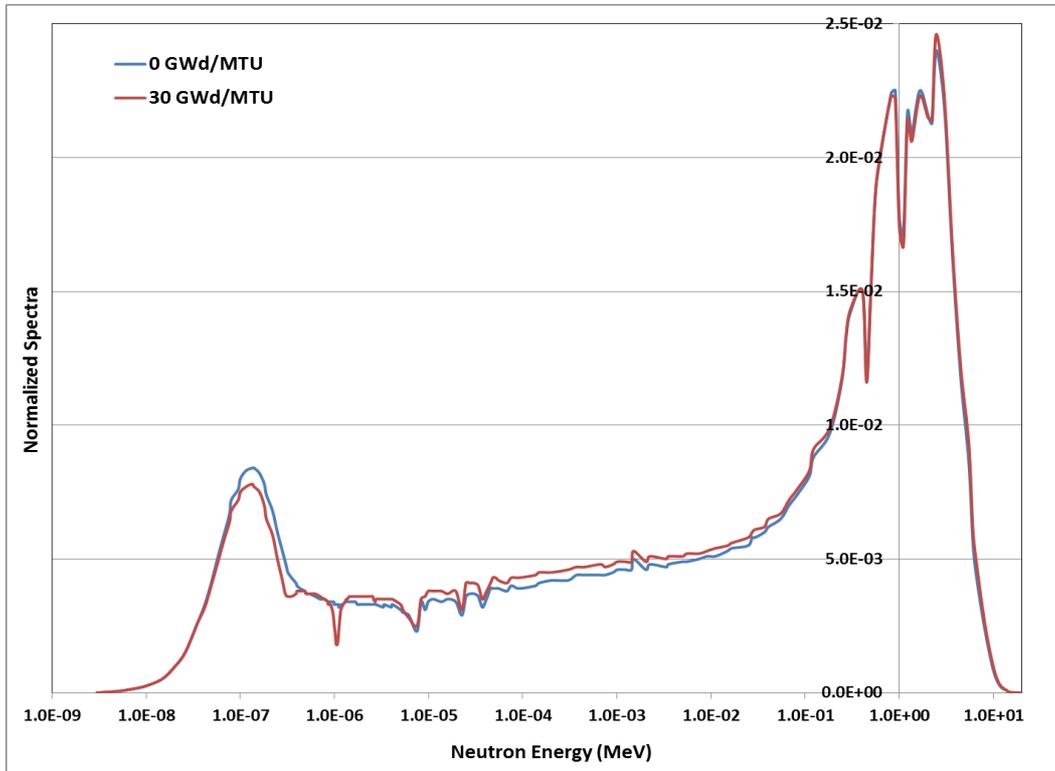


Figura 25: Spettri neutronici a 172 gruppi.

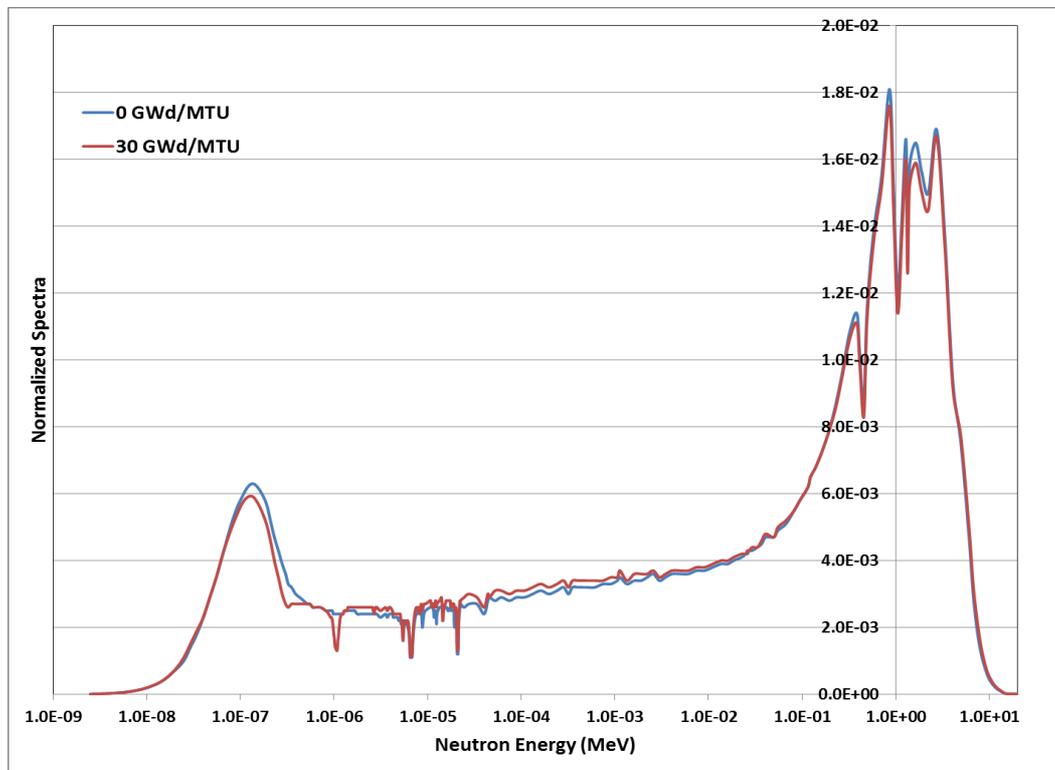


Figura 26: Spettri neutronici a 281 gruppi.

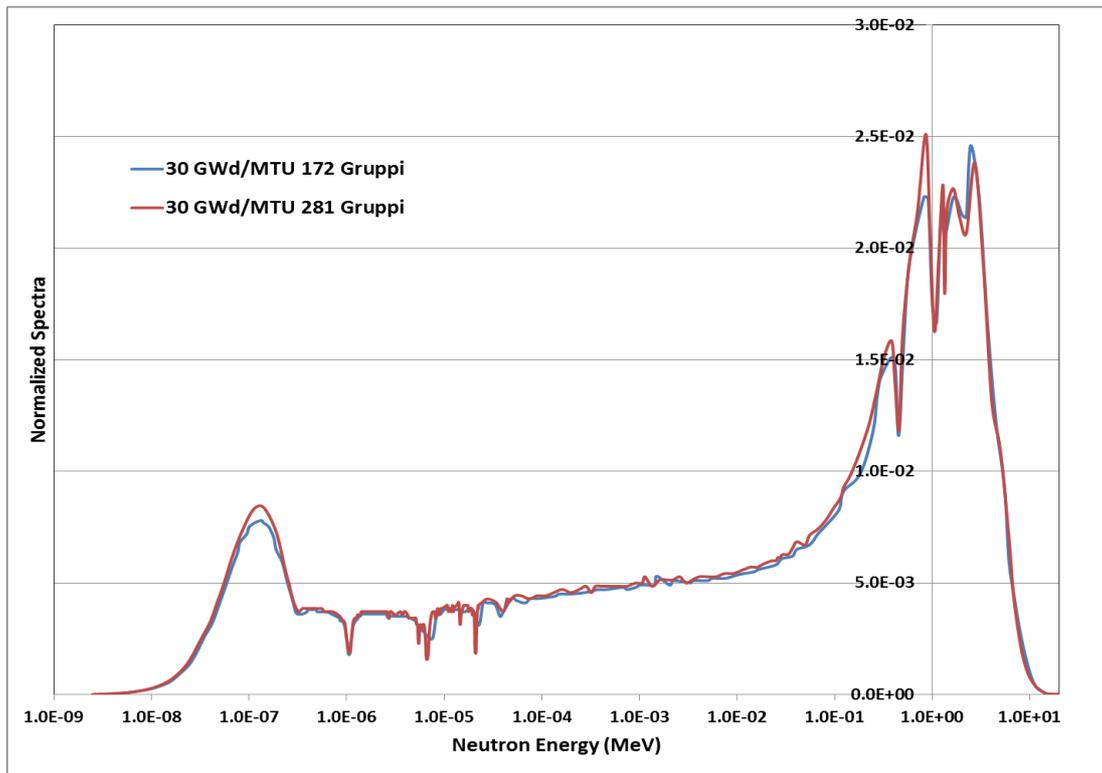


Figura 27: Confronto tra spettri a 172 e 281 gruppi @ 30 GWd/MTU.

In Figura 27 e Figura 28 è mostrato il confronto a 30 GWd/MTU degli spettri (flussi per unità di letargia) in struttura SHER e XMAS.

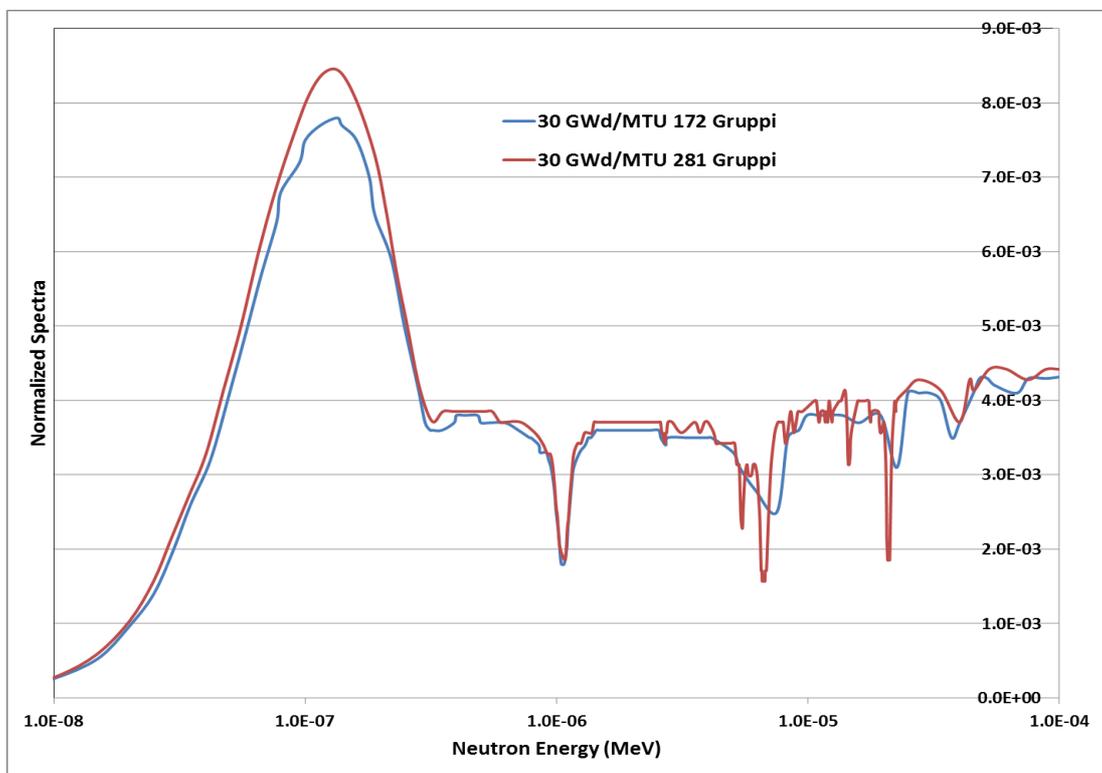


Figura 28: Ingrandimento di Figura 27.

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	NNFISS – LP2 – 081	0	L	22	28

Si nota come l'andamento in zona termica sia molto più regolare per la struttura SHEM e come tale struttura sia in grado di risolvere le risonanze in zona epitermica molto meglio della struttura XMAS.

## 5. Indice spettrale per un assembly PWR

Recenti indagini teoriche e numeriche [2] hanno ben messo in evidenza come le caratteristiche dello spettro neutronico di un sistema moltiplicante omogeneo ed infinito, sotto l'ipotesi, in genere ben verificata all'atto pratico, che lo spettro di fissione sia indipendente dal nuclide fissionante e dall'energia del neutrone incidente, dipendano essenzialmente dalla reaction rate di assorbimento e non tanto dalla distribuzione in energia delle singole sezioni d'urto di fissione o di assorbimento. Si rammenta che l'ipotesi che lo spettro di fissione sia indipendente dal nuclide fissionante e dall'energia del neutrone incidente ha anche una giustificazione teorica nel modello di nucleo composto alla base del meccanismo di fissione. Questo fatto ha un impatto importante su alcune questioni riguardanti lo spettro di assembly a MOX, in particolare smentisce certi asserti che spesso vengono citati a spiegazione dell'indurimento dello spettro degli assembly a MOX. Affermazioni del tipo "aumentando l'arricchimento in 235U si indurisce lo spettro perché la reaction rate di fissione aumenta e quindi sono messi a disposizione più neutroni veloci", o "lo spettro in un fuel MOX è più duro che in un fuel UOX perché 239Pu è un assorbitore termico migliore di 235U" risultano fallaci alla luce delle conclusioni poco sopra riportate.

Dal punto di vista teorico l'equazione di bilancio neutronico per un sistema moltiplicante ed infinito è data, con il consueto significato dei simboli [3], da:

$$H \cdot \Phi = 0 \quad (1)$$

in cui l'operatore H è definito come:

$$H = A - \frac{1}{k_{\infty}} X \otimes F \quad (2)$$

essendo A l'operatore di assorbimento, X il vettore dello spettro di emissione neutronica per fissione, e F il vettore di produzione neutronica per fissione. L'equazione di bilancio (1) è essenzialmente la proiezione dell'operatore H sul vettore flusso (per unità di letargia). Tale operazione di proiezione consiste essenzialmente nel mediare tramite integrazione sui gruppi energetici le quantità rappresentate dagli operatori. Con il simbol  $\otimes$  si è indicato il prodotto esterno tra due vettori a generare un operatore matriciale:

$$a \otimes b = \begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} (b_1 \quad \dots \quad b_m) = \begin{pmatrix} a_1 b_1 & \dots & a_1 b_m \\ \dots & \dots & \dots \\ a_n b_1 & \dots & a_n b_m \end{pmatrix} = ab^T$$

Proiettando H sul flusso per unità di letargia, cioè esplicitando (2) in (1), si ottiene:

$$A \cdot \Phi = \left( \frac{1}{k_{\infty}} X \otimes F \right) \cdot \Phi \quad (3)$$

che è un'equazione omogenea per il flusso.

L'unica soluzione fisicamente accettabile tra quelle matematicamente ammissibili per l'eq. (3) è l'autovettore, denominato critico,  $\Phi$  dell'operatore  $A^{-1} X \otimes F$  che corrisponde all'autovalore,  $k_{\infty}$ , massimo tra quelli che si ottengono risolvendo l'equazione polinomiale  $\det[H] = 0$ . Si ricorda che l'autovettore critico è definito a meno di una costante moltiplicativa reale non negativa arbitraria.

Se ora si fa l'ipotesi che lo spettro di fissione sia indipendente dal nuclide fissionante e dall'energia del neutrone incidente, l'equazione (3) si semplifica poiché può essere ridotto il prodotto esterno a secondo membro:

$$A \cdot \Phi = \frac{F \cdot \Phi}{k_{\infty}} X \quad (4)$$

Questo è un'immediata conseguenza del fatto che X risulta ora definito come un vettore di numeri che non dipendono più da  $\Phi$ , e cioè dall'energia del neutrone E:

$$X = [\chi_g] \quad g = 1..G \quad (5)$$

$$\chi_g = \int_{E_{g-1}}^{E_g} \chi(E') dE' \quad (6)$$

In questo modo il secondo membro di (4) è una semplice proiezione di F su  $\Phi$ , il cui risultato è la reaction rate di produzione di neutroni per fissione, che viene poi distribuita sul vettore X.

A questo punto è lecito scegliere una normalizzazione conveniente per l'autovettore critico; stante la completa arbitrarietà si può porre:

$$F \cdot \Phi = k_{\infty} \quad (7)$$

in modo che l'equazione (4) si semplifichi:

$$A \cdot \Phi = X \quad (8)$$

Si nota che l'equazione (8) non è solo una forma semplificata dell'equazione (4), ma è addirittura una forma diversa. Mentre (4) è un'equazione omogenea che rappresenta un problema agli autovalori, (8) è invece un'equazione con termine forzante; il flusso critico diviene allora la risposta del sistema, rappresentato dall'operatore A, alla forzante X. L'autovalore di criticità risulterà dunque:

$$k_{\infty} = F \cdot A^{-1} \cdot X \quad (9)$$

Non essendo (8) un problema agli autovalori, ne discende che il sistema ha, per dati valori al contorno, uno ed un solo autostato, o modo, cui corrisponde uno ed un solo autovalore rappresentato da (9), non solo su base fisica, ma anche matematica. L'equazione (8) mostra anche esplicitamente come il flusso per unità di letargia non dipenda né dall'andamento della sezione d'urto di fissione, né dal numero di neutroni emessi per fissione, ma solamente dagli assorbimenti neutronici. Pur essendo vero che la fissione contribuisce all'assorbimento dei neutroni, è il processo di assorbimento, non quello di produzione di neutroni (veloci) che influenza lo spettro. Per capire meglio questo fatto si può fare ricorso a dei rapporti tra osservabili che dipendano esclusivamente dallo spettro. In particolare si consideri l'**indice spettrale**, uno dei principali parametri integrali che caratterizzano lo spettro neutronico, definito come rapporto tra due funzionali lineari del flusso per unità di letargia:

$$f = \frac{h_1 \cdot \Phi}{h_2 \cdot \Phi} \quad (10)$$

in cui  $h_1$  ed  $h_2$  sono indipendenti dalle sezioni d'urto e definiti come:

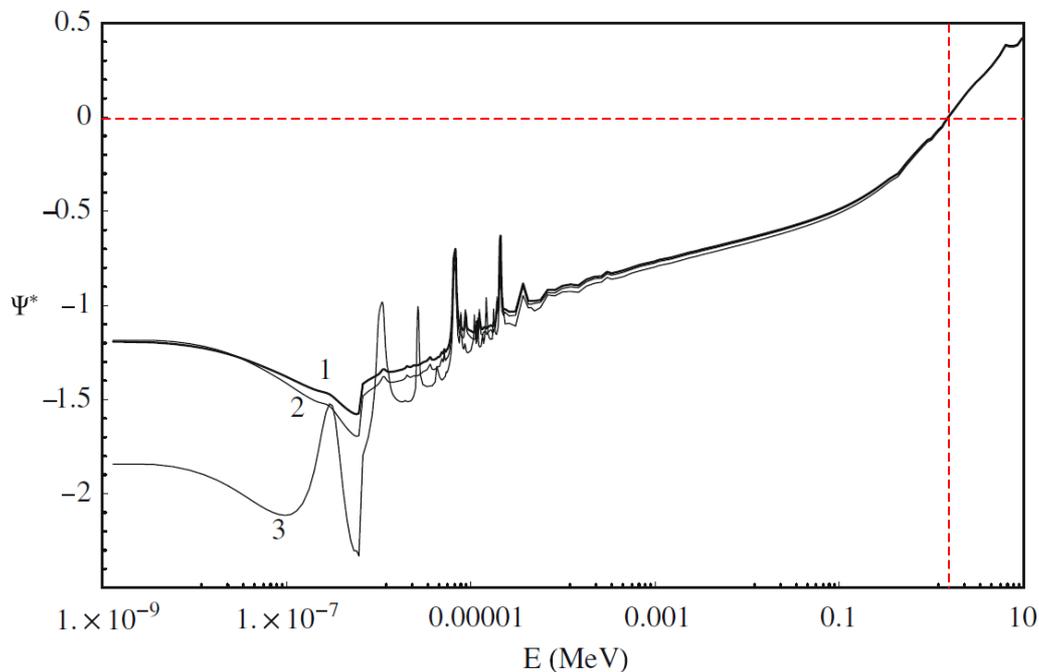
$$h_1 = \begin{cases} 1 & g \leq g_c \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (11)$$

$$h_2 = 1 - h_1 \quad (12)$$

essendo  $g_c$  l'ultimo gruppo veloce. E' evidente che allora  $f$  risulta il rapporto tra l'integrale della parte veloce dello spettro e l'integrale della parte (termica) restante. Quanto più grande è tale rapporto, quanto più duro è lo spettro. Si può dimostrare [2] che per l'indice spettrale, sotto le ipotesi fatte sinora, vale:

$$\frac{\delta f}{f} = \Psi^* \cdot \left( -\delta A + \frac{F\delta X}{k_\infty} \right) \cdot \Phi \quad (13)$$

in cui  $\Psi^*$  è l'importanza neutronica in energia relativa ad  $f$ . L'equazione (13) mostra che un assorbimento, termico o veloce che sia, concorre ad incrementare l'indice spettrale, cioè ad indurire lo spettro, purché l'importanza neutronica sia negativa. L'indice spettrale può poi variare in corrispondenza di una variazione di  $X$ , ma mai in corrispondenza di una variazione dell'operatore  $F$ .



**Figura 29: Importanza neutronica in energia relativa all'indice spettrale per assembly UOX arricchiti al 1.8% (1), 3.1% (2) e MOX con Pu al 5% (3) [2].**

In Figura 29 è riportato il grafico dell'importanza neutronica in energia relativa all'indice spettrale per tre tipi di assembly (un assembly è infatti il sistema che, per le condizioni al contorno di riflessione con cui viene calcolato, assomiglia maggiormente ad un reattore omogeneo ed infinito), due ad UOX ma con arricchimenti diversi, ed uno a MOX. Si può notare come l'importanza relativa all'indice spettrale sia sempre negativa tranne che in un intervallo energetico, comune a tutti e tre i tipi di assembly, definito al di sopra di un'energia di circa 400 keV. Questo implica, stante (13), che, salvo per le fissioni ultraveloci, ogni assorbimento (cattura e fissione) al di sotto di 400 keV comporta un indurimento dello spettro. Un'altra importante conseguenza di (13) è che lo spettro si indurisce all'aumentare dell'arricchimento di fissile, che ha un'alta sezione d'urto di assorbimento. Questo giustifica la maggior durezza di uno spettro per assembly MOX rispetto a quello per un assembly UOX (si veda ad esempio Figura 30 o [4]). Non è infatti la più alta sezione d'urto in zona termica di  $^{239}\text{Pu}$  rispetto a  $^{235}\text{U}$  che giustifica questa conclusione, ma il fatto che in un assembly MOX il fissile deve essere presente ad arricchimenti maggiori in  $^{239}\text{Pu}$  rispetto a quelli in  $^{235}\text{U}$  tipici di un assembly UOX per garantire un medesimo livello di criticità (cioè un'adeguata moltiplicazione neutronica). Si può infatti mostrare che aumentando l'arricchimento in  $^{235}\text{U}$  di un assembly UOX si può ottenere uno spettro che abbia lo stesso indice spettrale di un assembly a MOX.

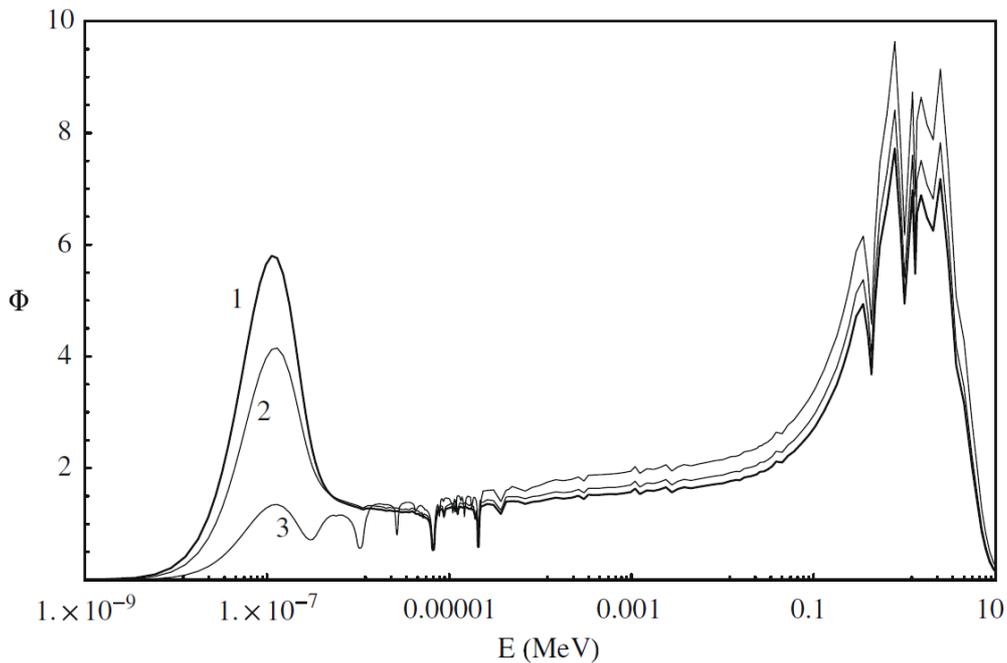


Figura 30: Confronto tra flussi per unità di letargia UOX (1 al 1.8%, e 2 al 3.1%) e MOX (3 al 5%). Tali flussi sono tutti equinormalizzati [2].

In Figura 31 è mostrato un esempio di quanto appena affermato; sono mostrati due flussi per unità di letargia con la stessa norma e lo stesso indice spettrale, uno UOX al 9.7% di <sup>235</sup>U ed uno MOX al 5% di <sup>239</sup>Pu.

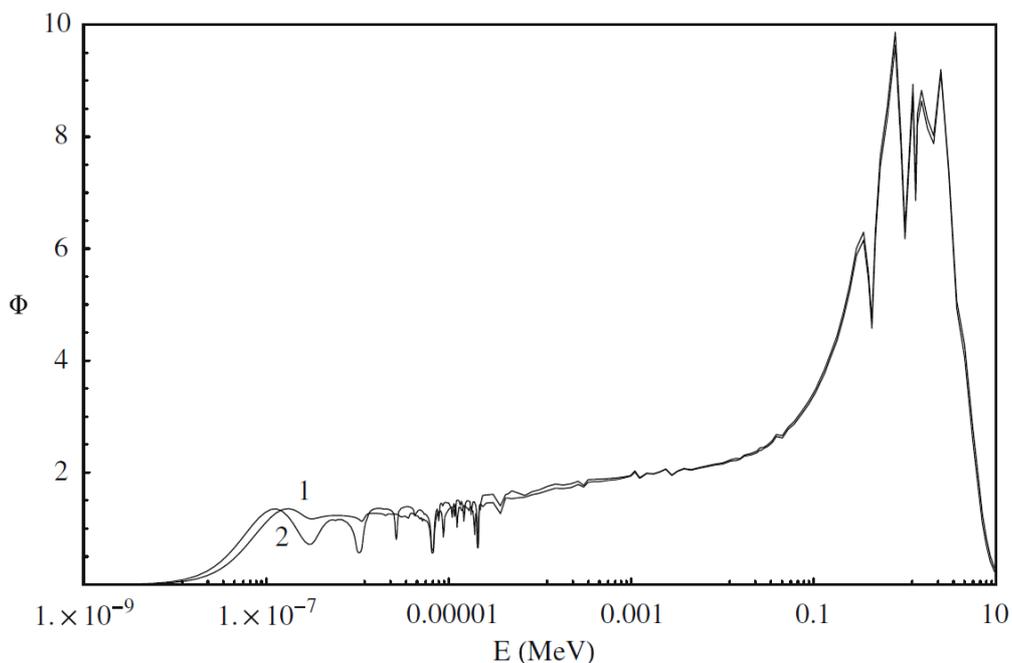


Figura 31: Flussi per unità di letargia UOX al 9.7% (1) e MOX al 5% (2), equinormalizzati e con lo stesso indice spettrale [2].

La giustificazione all'affermazione fatta più sopra che un assembly a MOX deve essere maggiormente arricchito in fissile di un assembly a UOX per avere lo stesso livello di criticità è insita nel grafico di Figura 32; qui è mostrata l'importanza neutronica relativa alla criticità (flusso aggiunto) per due assembly a UOX ed un assembly MOX. Il flusso aggiunto per l'assembly MOX è maggiore di quello degli altri due assembly in zona termica; in conseguenza di ciò un assorbimento termico in un fuel MOX ha un impatto maggiore sulla

reattività di quanto non l'abbia in un fuel UOX, pertanto sono necessarie densità maggiori di  $^{239}\text{Pu}$  rispetto a  $^{235}\text{U}$  per ottenere lo stesso valore di  $k_{\infty}$ .

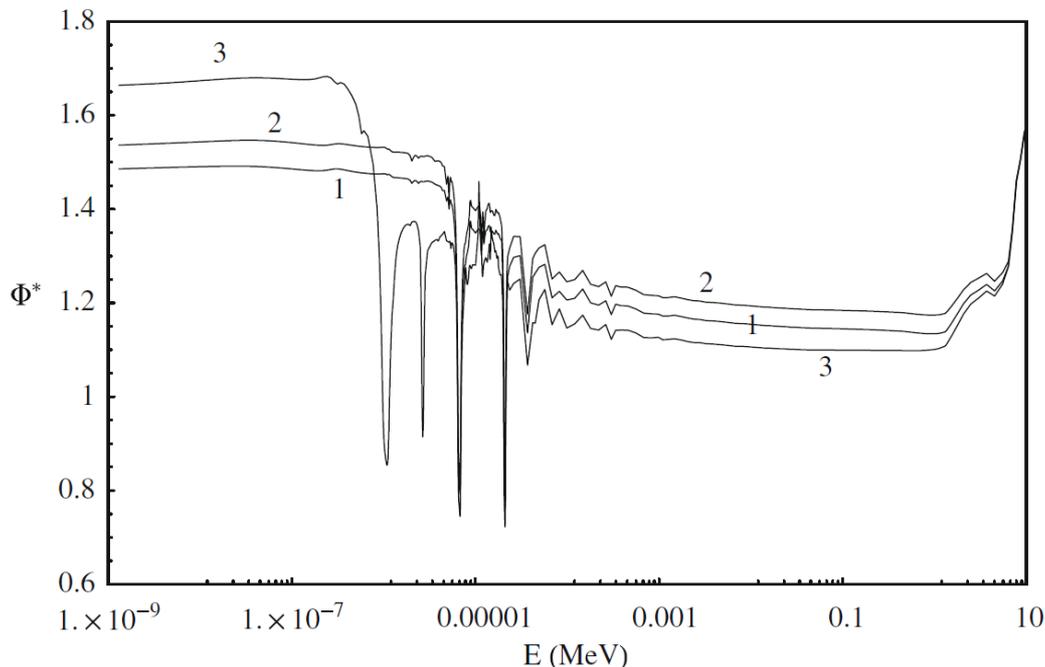


Figura 32: Importanza neutronica (flusso aggiunto) per due assembly al 1.8% (1), 3.1% (2) ed un assembly MOX al 5% (3) [2].

Per l'assembly del benchmark di cui al paragrafo precedente, si è proceduto al calcolo dell'indice spettrale come da equazioni (10), (11) e (12), usando la libreria a 281 gruppi e confrontando il valore di tale indice a BOL ed ad EOL (30 GWd/MTU). I dati sono riportati in Tabella 10.

	0 GWd/MTU	30 GWd/MTU
<b>Flusso veloce</b>	1.050E+17	1.360E+17
<b>Flusso termico</b>	5.150E+16	6.340E+16
<b>Flusso totale</b>	1.565E+17	1.994E+17
<b>Indice spettrale</b>	2.039	2.145

Tabella 10: Indice spettrale dell'assembly.

Come si può vedere l'indice spettrale è aumentato, passando da circa 2.04 a circa 2.15, testimoniando un indurimento dello spettro con il bruciamento. Secondo l'analisi teorica condotta precedentemente, l'aumento dell'indice spettrale è dovuto ad un aumento degli assorbimenti; ricorrendo alle conclusioni derivate nel paragrafo precedente, si può imputare questo aumento essenzialmente a due cause: la produzione di  $\text{Pu-239}$  e la produzione di prodotti di fissione. La sola produzione di plutonio non sarebbe forse sufficiente a spiegare l'aumento dell'indice spettrale, poiché contestualmente alla produzione di plutonio si ha anche una diminuzione di  $\text{U-235}$  (che porta con sé una diminuzione dell'indice spettrale). I prodotti di fissione tuttavia hanno una sezione d'urto di cattura per neutroni termici molto maggiore di quella di fissione di  $\text{U-235}$ , per cui si può ritenere che l'effetto netto sia comunque un'aumento del numero di assorbimenti neutronici all'aumentare del burnup. E dunque un aumento dell'indice spettrale.

## Nota sui codici utilizzati

Il codice Apollo2 è sviluppato da CEA ed è di proprietà di CEA, EDF ed AREVA NP.  
 The Apollo2 code is developed by CEA and co-owned by CEA, EDF and AREVA NP.

## Indice delle Tabelle

Tabella 1: Composizione isotopica fuel bruciato.....	9
Tabella 2: Bilancio neutronico.....	10
Tabella 3: Composizione isotopica iniziale del fuel. ....	12
Tabella 4: Composizioni del clad, del moderatore e del tubo guida. ....	12
Tabella 5: Parametri fisici: temperature e densità di potenza. ....	12
Tabella 6: Parametri fisici: densità dei materiali. ....	12
Tabella 7: Step di bruciamento implementati nel calcolo (burnup in MWd/MTU); l'asterisco indica lo step a valle del quale viene ricalcolato l'autoschermo delle sezioni d'urto.....	13
Tabella 8: Concentrazioni [atomi/b·cm] @ 30 GWd/MTU.....	15
Tabella 9: Confronto tra libreria CEA97 e CEA2005 (concentrazioni in atomi/b·cm).....	19
Tabella 10: Indice spettrale dell'assembly. ....	26

## Indice delle Figure

Figura 1: Cella elementare di fuel di un assembly PWR 17x17. ....	4
Figura 2: Kinf al variare del burnup e per diverse discretizzazioni della pin. ....	5
Figura 3: Scarto in pcm rispetto al caso di riferimento (20 Rings). ....	5
Figura 4: Distribuzione del flusso termico nella cella @ 0 GWd/MTU. ....	6
Figura 5: Distribuzione del flusso veloce nella cella @ 0 GWd/MTU. ....	6
Figura 6: Distribuzione del flusso termico nella cella @ 30 GWd/MTU. ....	7
Figura 7: Distribuzione del flusso veloce nella cella @ 30 GWd/MTU. ....	7
Figura 8: Distribuzione del flusso termico nella cella al variare del burnup (tra le due linee rosse il clad). ....	8
Figura 9: Distribuzione nella pellet della Reaction Rate di assorbimento (normalizzata) per neutroni termici. ....	8
Figura 10: Assembly PWR 17x17. ....	11
Figura 11: Tubo guida dell'assembly 17x17. ....	11
Figura 12: Modellizzazione della cella elementare di fuel. ....	11
Figura 13: Modellizzazione della cella elementare del tubo guida. ....	11
Figura 14: Modellizzazione di 1/8 di assembly (in rosso gli assi di simmetria). ....	12
Figura 15: Andamento di Kinf e B2 assiale al variare del burnup.....	13
Figura 16: Distribuzione della RR di fissione @ 0 GWd/MTU.....	14
Figura 17: Distribuzione della RR di assorbimento @ 0 GWd/MTU.....	14
Figura 18: Distribuzione del flusso termico @ 30 GWd/MTU. ....	15
Figura 19: Concentrazioni di <sup>235</sup> U nelle 4 zone delle pellets. ....	16
Figura 20: Concentrazioni di <sup>239</sup> Pu nelle 4 zone delle pellets.....	16
Figura 21: Correlazione tempo-burnup per le 4 zone delle pellets.....	17
Figura 22: Concentrazioni medie nell'assembly degli attinidi (escluso <sup>238</sup> U) al variare del burnup.....	17
Figura 23: Concentrazioni medie di FP nell'assembly al variare del burnup.....	18
Figura 24: Worth del ppm massico di Boro al variare del burnup.....	18
Figura 25: Spettri neutronici a 172 gruppi. ....	20
Figura 26: Spettri neutronici a 281 gruppi. ....	20

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	NNFISS – LP2 – 081	0	L	28	28

Figura 27: Confronto tra spettri a 172 e 281 gruppi @ 30 GWd/MTU.....	21
Figura 28: Ingrandimento di Figura 27. ....	21
Figura 29: Importanza neutronica in energia relativa all'indice spettrale per assembly UOX arricchiti al 1.8% (1), 3.1% (2) e MOX con Pu al 5% (3) [2]. ....	24
Figura 30: Confronto tra flussi per unità di letargia UOX (1 al 1.8%, e 2 al 3.1%) e MOX (3 al 5%). Tali flussi sono tutti equinormalizzati [2]. ....	25
Figura 31: Flussi per unità di letargia UOX al 9.7% (1) e MOX al 5% (2), equinormalizzati e con lo stesso indice spettrale [2]. ....	25
Figura 32: Importanza neutronica (flusso aggiunto) per due assembly al 1.8% (1), 3.1% (2) ed un assembly MOX al 5% (3) [2]. ....	26

## Bibliografia

- [1] OECD/NEA. Burn-up Credit Criticality Benchmark. Phase II-D: PWR-UO<sub>2</sub> Assembly Study of Control Rod Effects on Spent Fuel Composition. NEA 6227, Paris 2006.
- [2] A. Dall'Osso, L. Brault, On the neutron spectrum and multiplication factor in the infinite homogeneous reactor, *Annals of Nuclear Energy* 36, 1287-1293, 2009.
- [3] A. F. Henry, *Nuclear-Reactor Analysis*, MIT Press, 1975.
- [4] G. Glinatsis, G. Grasso, R. Pergreffi, F. Rocchi, Problemi di fisica del reattore ad acqua leggera e metodi di calcolo neutronico avanzati, Rapporto Tecnico ENEA NNFISS – LP5 – 022, 2011.