



Agenzia Nazionale per le Nuove Tecnologie,
l'Energia e lo Sviluppo Economico Sostenibile



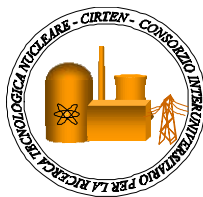
Ministero dello Sviluppo Economico

RICERCA DI SISTEMA ELETTRICO

CERSE-POLITO RL 1259/2010

Instabilità termo fluidodinamiche nei generatori di vapore a tubi elicoidali

C. Bertani, M De Salve, M. Malandrone, M. Orioi, B. Panella



INSTABILITA' TERMOFLUIDODINAMICHE NEI GENERATORI DI VAPORE A TUBI ELICOIDALI

C. Bertani, M. De Salve, M. Malandrone, M. Orioi, B. Panella

Settembre 2010

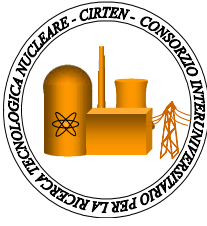
Report Ricerca di Sistema Elettrico

Accordo di Programma Ministero dello Sviluppo Economico – ENEA

Area: Produzione e fonti energetiche

Tema: Nuovo Nucleare da Fissione

Responsabile Tema: Stefano Monti, ENEA



CIRTEN
CONSORZIO INTERUNIVERSITARIO
PER LA RICERCA TECNOLOGICA NUCLEARE

POLITECNICO DI TORINO
DIPARTIMENTO DI ENERGETICA

Instabilità termofluidodinamiche nei generatori di vapore a tubi elicoidali

CERSE-POLITO RL 1259-2010

AUTORI

Cristina Bertani

Mario De Salve

Mario Malandrone

Marina Orio

Bruno Panella

TORINO, LUGLIO 2010

Lavoro svolto in esecuzione della linea progettuale LP2 punto G1- AdP ENEA MSE del 21/06/07
Tema 5.2.5.8 – “Nuovo Nucleare da Fissione”.

INDICE

1. Introduzione
 - 1.1 Generatore di vapore del reattore IRIS
 - 1.2 Generatore di vapore
 - 1.3 Effetti della geometria sulle prestazioni dei tubi evaporatori
 - 1.4 Termofluidodinamica bifase
2. Studio delle condizioni stazionarie
 - 2.1 Calcolo delle cadute di pressione
 - 2.1.1 Ipotesi
 - 2.1.2 Descrizione del metodo
 - 2.2 Metodo di calcolo della distribuzione delle portate
 - 2.3 Distribuzione della portata
 - 2.4 Comportamento in condizioni nominali
 - 2.5 Conclusioni dello studio delle condizioni stazionarie
3. Instabilità dei deflussi bifase
 - 3.1 Classificazione
 - 3.1.1 Instabilità statiche pure
 - 3.1.2 Instabilità statiche composte
 - 3.1.3 Instabilità dinamiche pure
 - 3.1.4 Instabilità dinamiche composte
 - 3.1.5 Instabilità dinamiche composte secondarie
4. Metodi di analisi della stabilità di un generatore di vapore con canali in parallelo
 - 4.1 Notazione e simboli
 - 4.2 Analisi in frequenza: un modello matematico
 - 4.2.1 Regione liquido sottoraffreddato
 - 4.2.2 Regione bifase
 - 4.2.3 Regione vapore surriscaldato
 - 4.3 Analisi nel dominio temporale: modello matematico
 - 4.4 Mappe di stabilità
5. Studio della stabilità di tubi ad elica: analisi in frequenza
 - 5.0.1 Ritardi interni
 - 5.0.2 Metodo di calcolo
 - 5.0.3 risultati
6. Studio della stabilità di tubi ad elica: analisi nel dominio del tempo
 - 6.1 Metodo numerico
 - 6.2 Risultati singolo canale
 - 6.3 Canali in parallelo
7. Conclusioni

Bibliografia

Appendice

1. Introduzione

Lo scopo del lavoro è stato quello di caratterizzare il comportamento termofluidodinamico di generatori di vapore a tubi elicoidali dal punto di vista delle instabilità termoidrauliche di origine sia statica che dinamica. Si tratta di una tecnologia molto diffusa nell'ambito industriale per le sue caratteristiche di compattezza ed efficienza.

In particolare l'oggetto dello studio è il generatore di vapore del reattore nucleare di terza generazione avanzata IRIS.

Per le instabilità statiche si affronta uno studio dello stato stazionario mettendo in evidenza l'effetto delle condizioni di lavoro e delle caratteristiche del sistema sulla distribuzione delle portate nei canali e sulle condizioni in uscita del vapore dal generatore.

Le instabilità termoidrauliche dei deflussi bifase in condotti in parallelo saranno discusse considerando i deflussi (flow patterns), i meccanismi e le grandezze che ne causano la formazione. Infine verranno proposti due metodi per lo studio teorico della stabilità del deflusso: uno basato sulla teoria del controllo di sistemi ad azione e retroazione, l'altro basato sulla soluzione numerica delle equazioni di conservazione che regolano la dinamica del sistema.

I risultati ottenuti verranno analizzati e confrontati andando ad evidenziare i punti comuni e le incongruenze.

1.1 Generatore di vapore del reattore IRIS

IRIS [1] è un progetto internazionale coordinato da Westinghouse che vede la collaborazione di diverse industrie, università e laboratori di ricerca.

L'acronimo IRIS significa International Reactor Innovative and Secure e l'obiettivo principale del progetto è quello di costruire un reattore di piccole dimensioni (355MW_{el}) dal design semplice e con livelli di sicurezza all'avanguardia. Da questo punto di vista l'approccio utilizzato è quello del "safety-by-design", ovvero quello di disporre di sistemi di sicurezza basati su fenomeni fisici che garantiscono una sicurezza intrinseca senza l'intervento attivo di un operatore. In questo modo si elimina la possibilità che un incidente avvenga e si evitano complessi sistemi di gestione delle emergenze che renderebbero l'impianto più costoso. A tal proposito si è scelto di utilizzare i sistemi di sicurezza già inseriti nei reattori innovativi di terza generazione quali l'AP—600 e l'AP—1000 progettati da Westinghouse. Inoltre un aspetto che rende il progetto unico nel suo genere è la scelta di utilizzare un sistema integrato per il raffreddamento: il circuito primario è completamente inserito all'interno del vessel, compresi generatori di vapore, pompe di alimento e pressurizzatore.

Questa scelta progettuale ha portato come benefici la diminuzione delle dimensioni del contenitore primario e l'eliminazione della possibilità di incorrere in incidenti del tipo grande LOCA¹, con conseguente abbattimento dei costi e semplificazione dell'impianto.

1.2 Generatore di vapore

La necessità di inserire il generatore di vapore all'interno del vessel e quindi di realizzare delle *geometrie compatte*, la scelta progettuale effettuata è ricaduta sugli scambiatori di calore a tubi elicoidali per le loro caratteristiche di compattezza (fig 1.) .

La potenza termica totale generata dal reattore (circa 1000 MW_{th}) viene asportata da otto generatori di vapore disposti in modo simmetrico rispetto all'asse del vessel (fig. 2); ogni modulo consiste in una colonna centrale di supporto, connessa al vessel, attorno alla quale si sviluppano più file di tubi elicoidali, per un totale di 656 condotti. Questi sono collegati in parallelo tramite collettori disposti alle estremità dello scambiatore.

Le caratteristiche geometriche delle eliche differiscono per passo, diametro dell'elica in modo tale che la lunghezza totale del condotto sia il più possibile uguale (tab. 1.1). I dati geometrici di riferimento utilizzati in questa analisi sono quelli proposti da Ansaldo Camozzi².

¹ LOCA (Loss of Coolant Accident) – è la parziale perdita di refrigerante del circuito primario. Nei reattori convenzionali il grande LOCA (troncatura totale di una delle tubazioni del circuito primario) è uno degli *incidenti alla base del progetto* a cui si fa riferimento in fase di progettazione del sistema di sicurezza

² Ansaldo Camozzi, IR-SPU-20-AESC010, 9/6/2005

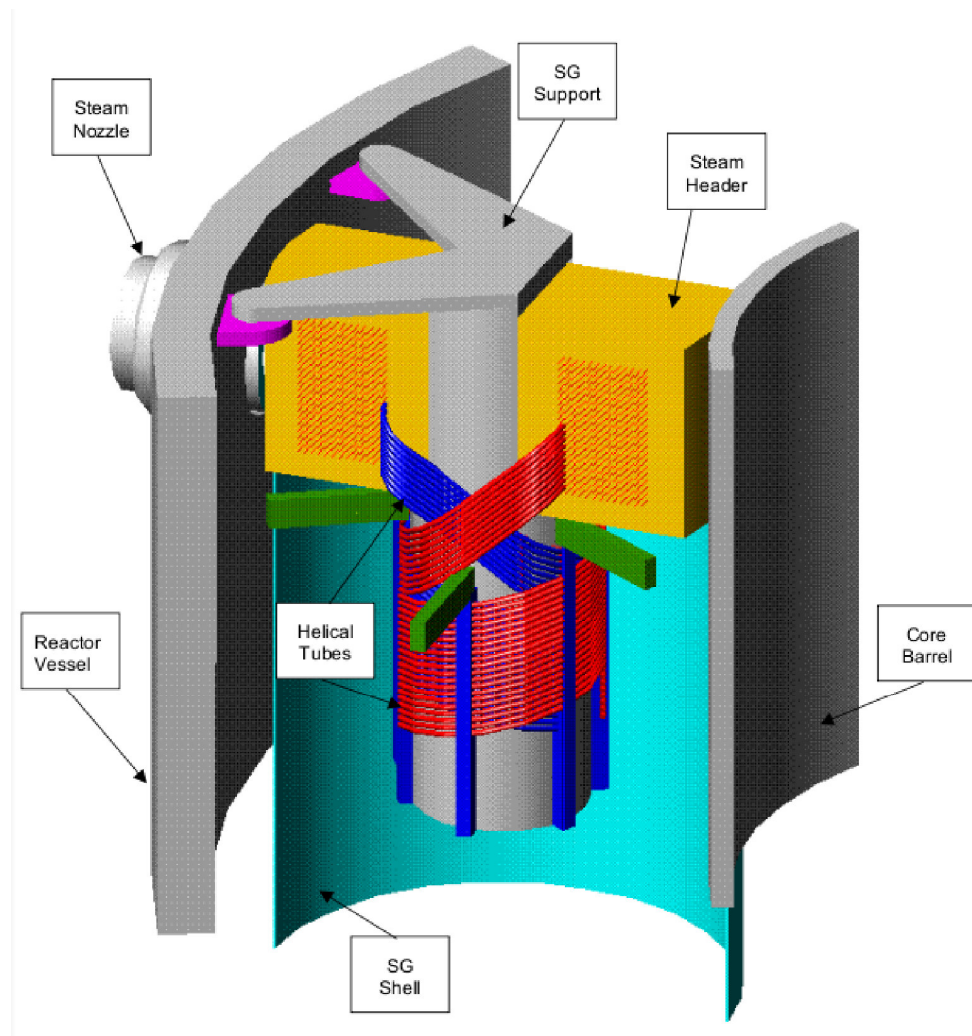


Fig. 1 IRIS: dettaglio eliche dei generatori di vapore [1]

Fila n°	N_{tubi}	L_H (m)	D (m)	p (m)
1	20	30,3	0,64	0,485
2	20	32,5	0,69	0,485
3	24	30,2	0,74	0,5625
4	24	31,1	0,79	0,5625
5	26	30,3	0,84	0,6075
6	26	33,2	0,89	0,6075
7	28	32,1	0,94	0,6665
8	28	33,7	0,99	0,6665
9	30	32,1	1,04	0,735
10	30	33,6	1,09	0,735
11	34	31,6	1,14	0,814
12	34	33,0	1,19	0,814
13	38	30,5	1,24	0,907
14	38	31,7	1,29	0,907
15	40	30,9	1,34	0,954
16	40	31,9	1,39	0,954
17	44	31,8	1,44	1,1
18	44	32,9	1,49	1,1
19	44	31,5	1,54	1,198
20	44	32,6	1,59	1,198
d (mm)	13,24			

Table 1.1: IRIS: Dati geometrici delle eliche; L_H lunghezza, D diametro elica, p passo elica, d diametro canale

La disposizione dei generatori di vapore nel vessel è rappresentata in fig. 2. Il diametro della regione core è di circa 2,85 m mentre il diametro della regione occupata da ogni singolo generatore di vapore è di circa 1,65 m. Il diametro del vessel è di circa 6,21 m. I problemi tecnologici interessanti riguardano l'altezza del vessel, la sua costruzione ed assemblaggio.

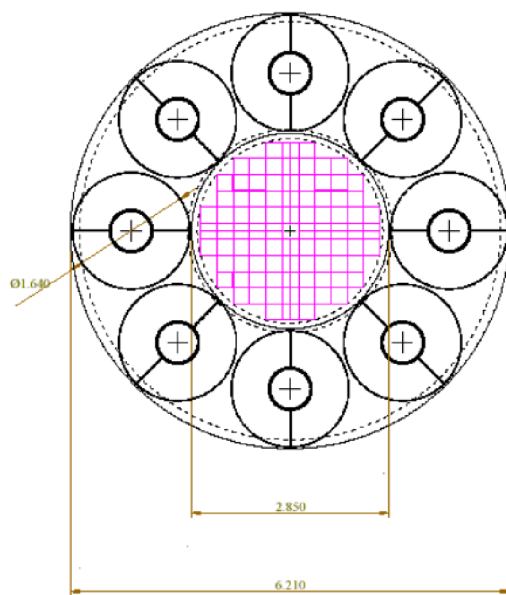


Fig. 2 IRIS: Sezione del vessel [1]

Lato secondario

Il fluido termovettore è acqua le cui condizioni in ingresso sono di liquido sottoraffreddato, in uscita è previsto del vapore lievemente surriscaldato. La portata totale entra nel collettore inferiore dove si ripartisce tra i condotti in parallelo di fasci tubieri elicoidali. Qui scambia calore con il fluido primario e raggiunge l'uscita in condizioni di vapore surriscaldato (tab. 1.2). Generatori di questo tipo vengono definiti *once-through* perché non vi è ricircolo di fluido termovettore nella zona evaporativa.

grandezza	valore	Unità di misura
Portata acqua di alimento	62,85	Kg/s
Temperatura di ingresso	223,9	°C
Temperatura di uscita	317	°C
Pressione di uscita	5,8	MPa

Table 1.2: IRIS: Parametri dell'acqua di alimento del generatore di vapore

Lato primario

Nel lato primario del reattore circola acqua in pressione il cui duplice compito è quello di asportare calore generato dalle reazioni nucleari e quello di moderare i

neutroni prodotti dalle fissioni. Nella zona centrale, occupata dal nocciolo, il fluido ha moto verticale verso l'alto; raggiunta la parte superiore esso riscalda lungo la zona esterna. Qui cede calore agli otto generatori di vapore a tubi elicoidali completamente integrati nel vessel (fig. 3).

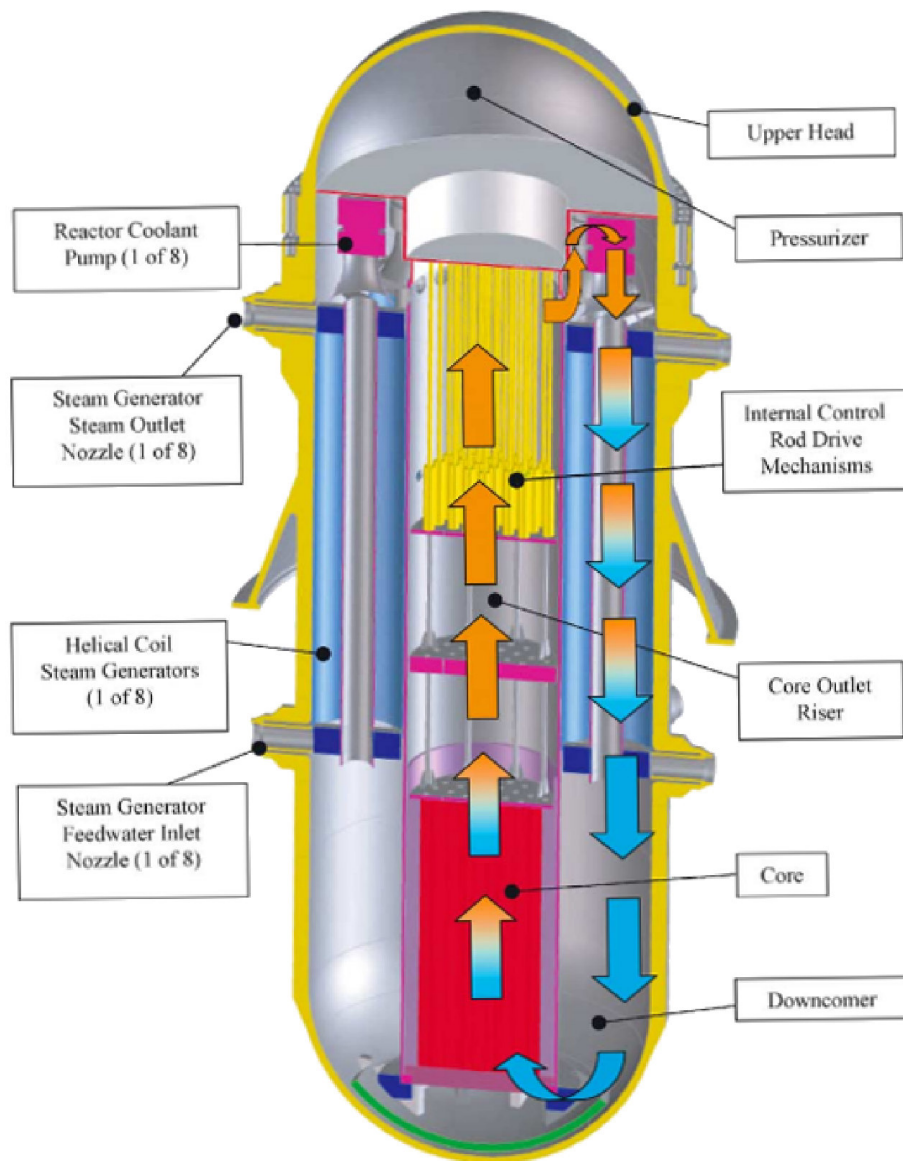


Fig. 3 Circolazione del refrigerante primario nel vessel

Nei generatori di vapore il fluido primario scorre nella zona anulare nella quale sono inserite le eliche. Il deflusso è dunque di tipo esterno (external flow)

alle eliche ed ai fini della sua caratterizzazione può essere considerato molto prossimo ad una configurazione in cross *cross-flow*.

La circolazione del fluido è garantita da pompe di alimento ad alta affidabilità ed adeguata prevalenza.

Nella tabella 1.3 sono riassunti i dati relativi al fluido primario.

grandezza	valore	Unità di misura
Pressione di esercizio	15,5	MPa
Volume totale del liquido	400	m ³
Temperatura di ingresso core	292	°C
Temperatura di uscita core	330	°C

Table 1.3: IRIS: Parametri del fluido primario

1.3 Effetti della geometria sulle prestazioni dei tubi evaporatori

I generatori di vapore a tubi elicoidali godono di prestazioni e caratteristiche migliori rispetto a quelle dei generatori di vapore convenzionali con tubi dritti.

Quello che ci si propone di evidenziare in questa sezione sono le principali differenze tra i due tipi , giustificando volta per volta quali sono i fenomeni fluidodinamici responsabili delle prestazioni.

Caratteristiche geometriche

Gli scambiatori di calore a *tubi elicoidali* sono composti da più eliche concentriche, racchiuse da una struttura anulare nella quale scorre il fluido primario. All'interno delle eliche scorre il fluido secondario che viene distribuito e raccolto da due collettori posti alle due estremità dello scambiatore (fig. 4) . I vari fasci elicoidali sono caratterizzati da un diametro medio dell'elica (coil) D_c variabile da un valore minimo D_n ad un valore massimo D_m . L'eliche si sviluppano su una lunghezza L con tubazioni di diametro interno/esterno d_i e d_e , con passo dell'elica p all'interno di una regione anulare con diametri D_o e D_i (fig. 4). La distanza t tra le circonferenze dei coil è anche un parametro rilevante ai fini dello scambio termico e delle cadute di pressione lato primario.

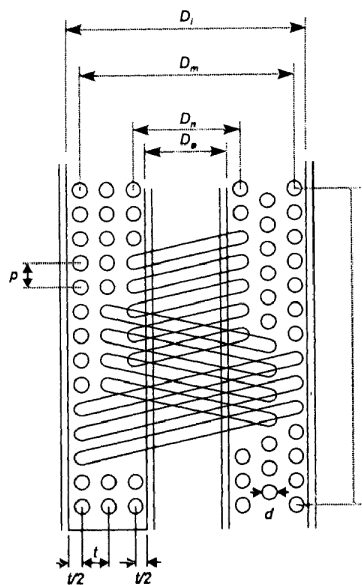


Fig. 4 Scambiatore a tubi elicoidali

Caratteristica degli scambiatori a *tubi dritti* è quella di avere canali a sviluppo monodimensionale lungo una retta collegati tra loro da due collettori. A questa classe appartengono scambiatori con configurazioni differenti a seconda del loro utilizzo; si citano ad esempio ai generatori di vapore di centrali nucleari ed i pannelli evaporatori delle centrali termoelettriche convenzionali.

A fronte di una maggiore difficoltà di realizzazione, i generatori di vapore elicoidali godono di due principali caratteristiche:

- maggiore compattezza dovuta ad un minore ingombro a parità di superficie di scambio;
- migliori caratteristiche termomeccaniche dovute alla capacità di deformazione in presenza di variazioni di temperatura (dilatazioni termiche);
- coefficienti di scambio termico più elevati lato interno ed esterno a parità di portate specifiche e di numeri di Reynolds.

Effetti fluidodinamici

La curvatura dei condotti ha un effetto notevole sulla fluidodinamica e sullo scambio termico nei condotti (fig. 5). Fortunatamente i numerosi studi teorici e le campagne sperimentali hanno permesso di fornire una descrizione di questi effetti, almeno nel caso di deflusso di un fluido monofase; la caratterizzazione degli efflussi bifase e di come questi vengono modificati resta tuttavia ancora insufficiente e necessita di ulteriori approfondimenti.

Il principale effetto della curvatura del condotto entro il quale circola il fluido, è quello di modificare il campo di moto e di instaurare i cosiddetti *moti secondari*.

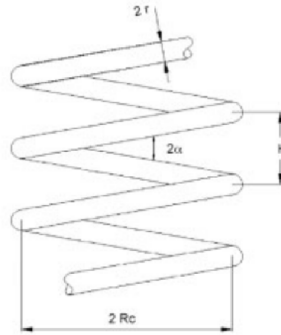


Fig. 5 Geometria base di un'elica

Si prenda in considerazione il condotto di figura 5 caratterizzato da una determinata *curvatura* (δ), una *torsione* (τ) e un *parametro di torsione* (β), definiti³ come:

$$\delta = \frac{4\pi^2 r R_c}{H^2 + 4\pi^2 R_c^2} \quad (1.1)$$

$$\tau = \frac{2\pi H}{(H^2 + 4\pi^2 R_c^2)} \quad (1.2)$$

$$\beta = \frac{\tau}{\sqrt{2\delta}} \quad (1.3)$$

con r raggio del condotto, R_c raggio di curvatura e H passo dell'elica.

In alcuni studi con il termine "*parametro di curvatura*" si indica semplicemente il rapporto r/R_c .

³ A. Cioncolini, L. Santini, an experimental investigation regarding the laminar to turbulent flow transition in helically coiled pipes, *Experimental Thermal and Fluid Science* 30 (2006) 367-380

Studi teorici hanno mostrato, attraverso la risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes con metodi numerici (ved. [2]), che l'effetto della curvatura è quello di spostare il punto di massima velocità assiale verso l'esterno del condotto (in direzione opposta al centro di curvatura). La massima velocità assiale in condotti dritti è localizzata al centro del condotto ed il campo di moto è caratterizzato da un'elevata simmetria (fig. 6).

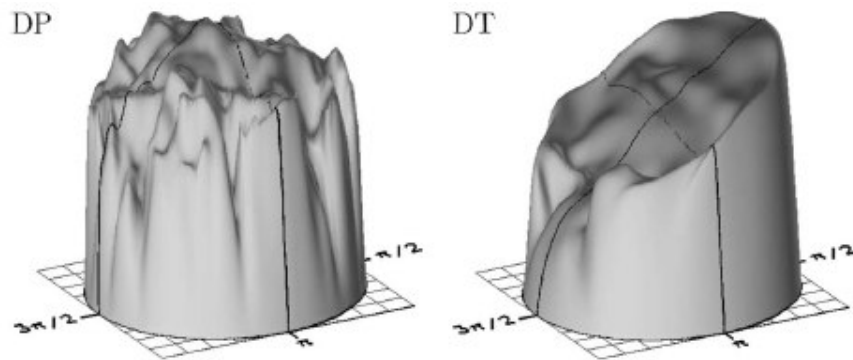


Fig. 6 : componenti assiali di velocità in un condotto dritto (DP) e in un condotto toroidale (DT) secondo le simulazioni di Huttl e Friedich [2]

Nei condotti elicoidali e/o curvi si perde la simmetria dei profili (fig. 6, DT).

La causa della formazione dei moti secondari è imputabile all'effetto della *forza centrifuga*:

$$F_c = \frac{\rho u^2}{R_c} \quad (1.4)$$

dove: ρ "densità" del fluido, u "velocità assiale" e R_c "raggio del coil". Si nota come l'intensità di questa dipenda dalla distanza dal centro di curvatura e dalla velocità assiale del fluido. Man mano che ci si allontana dal centro, i filetti fluidi, caratterizzati da velocità maggiori, risentono maggiormente dell'effetto centrifugo e vengono spinti verso la parete esterna del condotto; qui il flusso si biforca generando vortici che si richiudono al centro del condotto. È noto che la

curvatura ha un effetto stabilizzante sul moto, aumentando il range di Re^4 per i quali il deflusso risulta essere laminare (fig. 7).

Sono disponibili alcune relazioni atte a rappresentare il numero di Reynolds di transizione dal laminare al turbolento.

Correlazioni tipiche sono dovute a Ito [4]:

Ito (1959):

$$Re_c = 20000 \left(\frac{R_c}{r} \right)^{-0.32} \quad (1.5)$$

applicabile per $15 \leq \left(\frac{R_c}{r} \right) \leq 860$

Srinivasan (1968):

$$Re_c = 2100 \left[1 + 12 \left(\frac{R_c}{r} \right)^{-0.5} \right] \quad (1.6)$$

Un correlazione tipica è quella di Schmidt (1967)⁵ citata anche da Collier:

$$Re_{cr} = 2300 \left[1 + 8,6 \left(\frac{r}{R_c} \right)^{0,45} \right] \quad (1.7)$$

Per R_c/r maggiore di 860 i condotti, dal punto di vista pratico e fluidodinamico sono da assimilare a tubi dritti.

⁴ Re (numero di Reynolds): gruppo adimensionato che rappresenta lo stato di turbolenza del moto; è definito come rapporto tra le forze di inerzia e le forze viscosse.

⁵ J.S. Jayakumar, S.M. Mahajani, J. C. Mandal, P.K. Vijayan, R. Bhoi, Experimental and CFD estimation of heat transfer in helically coiled heat exchangers, Chemical Engineering Research and Design 86 (2008) 221-232

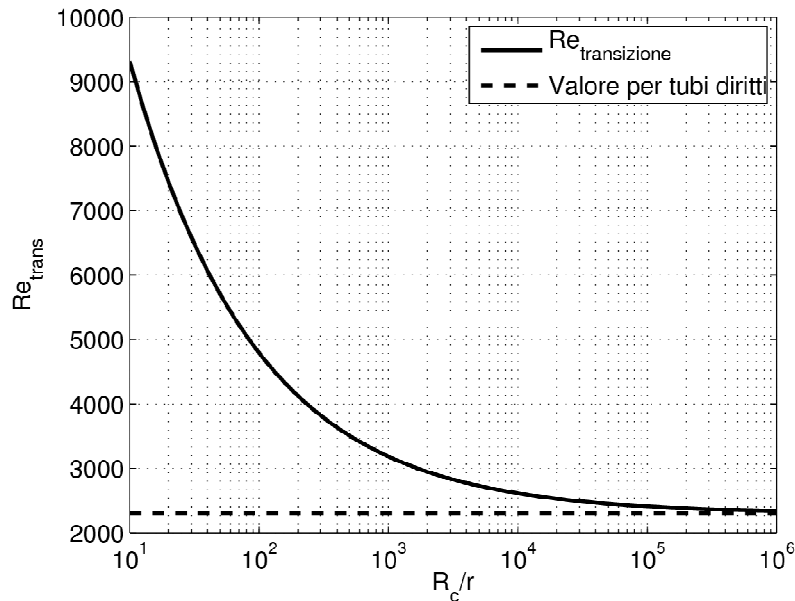


Fig. 7 Numero di Reynolds di transizione da moto laminare a moto turbolento al variare della curvatura del condotto (condotti elicoidali)

L'effetto della *torsione* è invece quello di dare un moto rotatorio al fluido e, al contrario della curvatura, ha un effetto destabilizzante sul deflusso. Si è verificato sperimentalmente (ved. [3]) che gli effetti della torsione possono essere trascurati per valori di β (eq.1.3) inferiori a 0,5.

In generale la presenza di *moti secondari* genera dissipazioni di energia per attrito. D'altra parte il movimento rotatorio facilita il rimescolamento del fluido migliorando lo scambio termico convettivo. Si può quindi concludere che scambiatori con tubi elicoidali, se confrontati con quelli a tubi dritti, sono caratterizzati da prestazioni migliori dal punto di vista della trasmissione del calore ma anche da cadute di pressione superiori che si traducono in una maggiore potenza di pompaggio necessaria alla circolazione del fluido.

Fattori di attrito

Nella pratica si utilizzano correlazioni semi-empiriche che tengono conto degli effetti dei moti secondari. È il caso delle correlazioni per il calcolo dei fattori d'attrito proposte da H. Ito [4]), frutto di una campagna sperimentale condotta nel 1959 nell'università di Tokyo.

Correlazione di Ito per moto laminare:

$$f_c = \frac{344 \left(\frac{R_c}{r} \right)^{-0.5}}{\left[1.56 + \log_{10} \left(\text{Re} \left(\frac{R_c}{r} \right)^{-0.5} \right) \right]^{5.73}} \quad (1.8)$$

applicabile per:

$$5 \leq \left(\frac{R_c}{r} \right) \leq 2000 \quad \text{e} \quad 13.5 \left(\frac{R_c}{r} \right)^{0.5} \leq \text{Re} \leq 2000 \left[1 + 13.2 \left(\frac{R_c}{r} \right)^{-0.6} \right] \quad (1.8a)$$

Correlazione di Ito per moto turbolento:

$$f_c = 0.076 \text{Re}^{-0.25} + 0.00725 \left(\frac{R_c}{r} \right)^{-0.5} \quad (1.9)$$

Per :

$$5 \leq \left(\frac{R_c}{r} \right) \leq 2000 \quad \text{e} \quad \text{Re} \geq 15000 \quad (1.9a)$$

Si nota come l'effetto della curvatura viene incluso utilizzando come grandezza caratteristica il rapporto tra il raggio del coil ed il raggio del condotto (parametro di curvatura).

Di seguito è riportata la nota correlazione di Blasius per il calcolo del fattore d'attrito per deflusso turbolento monofase in tubi lisci

$$f_{c,s} = 0.785 \text{Re}^{-0.35} \quad (1.10)$$

Valida per
 $3000 \leq \text{Re} \leq 100000$ (1.10a)

mentre nella figura 8 sono confrontati i valori di questi coefficienti tra tubi dritti e tubi curvi al variare del numero di Reynolds e del parametro di curvatura; per valori elevati di curvatura la correlazione di Ito tende alla correlazione di Blasius.

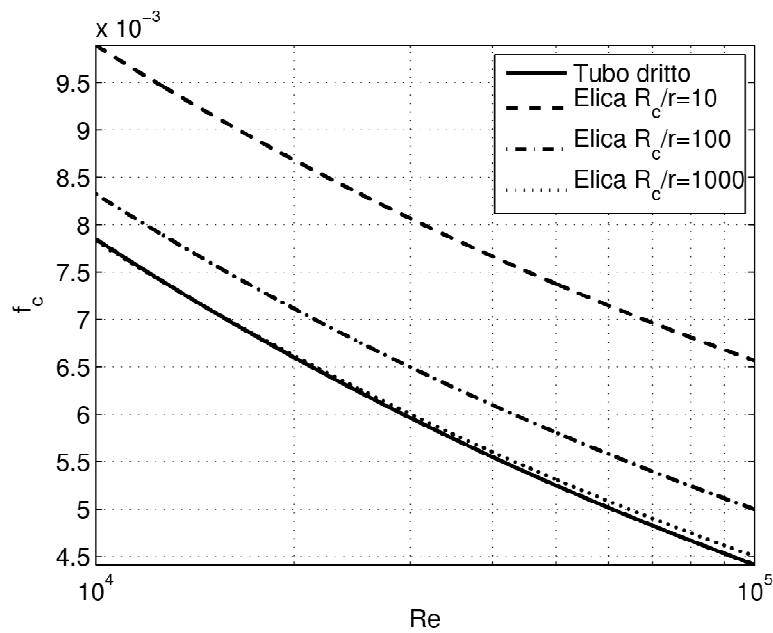


Fig. 8 Confronto dei fattori d'attrito: Ito-turbolento per condotti curvi, Blasius per condotti dritti

Coefficienti e correlazioni di scambio termico

Lo scambio termico è stato oggetto di studio nelle più recenti ricerche effettuate sui canali con geometria curvilinea.

L'utilizzo di codici di termofluidodinamica computazionale ha permesso di ricavare correlazioni del tipo Dittus-Boelter che legano il numero di Nusselt ai numeri di Reynolds e Prandtl.

In particolare nel caso dei tubi elicoidali si utilizza il numero di Dean :

$$De = \frac{\rho u d}{\mu} \sqrt{\left(\frac{d}{2R_c}\right)} \quad (1.11)$$

piuttosto che il numero di Reynolds. Esso rappresenta l'importanza delle forze viscosse rispetto alle forze centrifughe generate dalla curvatura ed è stato introdotto per la prima volta nel 1927 da W.R. Dean nel suo studio sui deflussi di fluidi in tubi curvilinei. Si noti la corrispondenza del numero di Dean con il numero di Reynolds definito come l'importanza delle forze viscosse su quelle d'inerzia; esso si ricava infatti, come per il numero di Reynolds, dall'adimensionalizzazione di una approssimazione delle equazioni di Navier-Stokes in tubi curvilinei, detta *equazione di Dean*.

La review di Paisarn et al. [5] fornisce un'ottima panoramica delle correlazioni attualmente disponibili per il calcolo del coefficiente di scambio termico in canali curvilinei.

A titolo di esempio si cita la correlazione di Dravid [6] per il numero di Nusselt in tubi elicoidali in regime laminare:

$$Nu = (0.65\sqrt{De} + 0.76)Pr^{0.175} \quad (1.12)$$

Per :

$$50 < De < 200 \text{ e } 5 < Pr < 175 \quad (1.12a)$$

i cui risultati sono stati confermati dalle misure sperimentali.

Di seguito vengono riportate le due correlazioni proposte da Xin ed Ebdian in [7] frutto di una campagna sperimentale effettuata su cinque eliche con caratteristiche di torsione e curvatura differenti.

La relazione proposta per moto laminare è:

$$Nu = (2.153 + 0.318De^{0.643}) Pr^{0.177} \quad (1.13)$$

$$20 < De < 2000 \quad e \quad 0.7 < Pr < 175; \quad 0.0267 < \frac{r}{R_c} < 0.0884 \quad (1.13a)$$

mentre per deflusso turbolento:

$$Nu = 0,00619Re^{0,92}Pr^{0,4} \left(1 + 3,455 \frac{d}{2R_c} \right) \quad (14)$$

$$se \quad 0,7 < Pr < 175 \quad e \quad 0,0267 < d/2R_c < 0,0884 \quad e \quad 5 \cdot 10^3 < Re < 10^5. \quad (14a)$$

Nella figura 7 vengono confrontati i valori del numero di Nusselt per deflussi turbolenti in condotti dritti e condotti curvi. La relazione utilizzata per i tubi dritti è la formula di Dittus-Boelter:

$$Nu = 0,023Re^{0,8}Pr^{0,4} \quad (15)$$

$$se \quad 0,7 < Pr < 100 \quad e \quad Re > 10^4. \quad (15a)$$

I numeri di Nusselt risultano essere più alti tanto più elevata è la curvatura dei condotti, dimostrando quello che era stato già intuito facendo riferimento alla fluidodinamica del condotto.

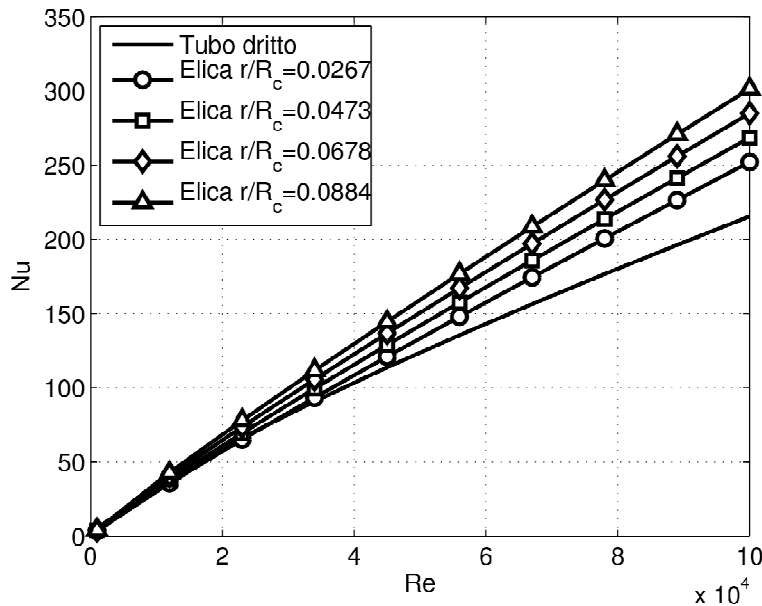


Fig. 9 Confronto numeri di Nusselt: relazione di Xin ed Ebadian turbolento [7], Dittus-Boelter per tubi dritti ($Pr = 0.85$).

1.4 Termofluidodinamica bifase

Lo studio della termofluidodinamica bifase in un condotto rettilineo è generalmente molto complessa a causa della difficoltà di modellizzazione degli scambi di massa, energia e quantità di moto all'interfaccia tra le fasi. Nei condotti elicoidali la presenza di moti secondari, dell'effetto della forza centrifuga complica notevolmente il problema. Inoltre, se il deflusso è caratterizzato da liquido in cambiamento di fase (come nel caso di un generatore di vapore), si introducono ulteriori problemi legati a disequilibri termofluidodinamici. Per ovviare a questi problemi, nella pratica comune si preferisce utilizzare un approccio empirico o semi-empirico.

Effetto sui flow-pattern

L'individuazione dei regimi di deflusso è uno dei primi problemi da affrontare nello studio di un sistema multifase. In un condotto percorso da una miscela di liquido e gas (o vapore), le due fasi tendono ad assumere differenti configurazioni denominate flow-pattern⁶. I parametri che permettono di prevedere il tipo di flow-pattern assunto sono diversi e non sempre di facile individuazione; questi possono essere legati alla geometria (inclinazione del condotto, curvatura, torsione...), allo stato termodinamico (titolo termodinamico, densità, viscosità...) o allo stato fluidodinamico (titolo fluidodinamico, velocità...) della miscela. L'approccio più frequente nell'affrontare questo genere di problematiche è quello di trascurare le grandezze i cui effetti sono ritenuti essere secondari e individuare quelle fondamentali; in un circuito sperimentale si osservano i regimi di deflusso ottenuti al variare di queste grandezze e si costruiscono *mappe (flow-maps)*.

In condotti curvilinei l'effetto principale della forza centrifuga è quello di separare le fasi caratterizzate da quantità di moto differenti. Questo induce la scomparsa di regimi di deflusso di tipo bolle e favorisce l'instaurazione di regimi di tipo stratificato o a tappi.

Cadute di pressione per attrito

La trattazione delle perdite per attrito in deflusso bifase generalmente segue l'approccio utilizzato per tubi dritti: si utilizzano fattori correttivi denominati *moltiplicatori bifase* definiti come il rapporto tra le cadute di pressione per attrito della miscela e quelle che si avrebbero se nel condotto scorresse un fluido monofase.

⁶ Esistono numerose classificazioni dei regimi di deflusso le cui definizioni non sono unificate. Si possono comunque individuare 4 famiglie principali di flow-pattern: regime a bolle, regime a tappi, regime anulare e regime stratificato.

$$\phi^2 = \frac{\left(\frac{dp}{dz}\right)_{TP}}{\left(\frac{dp}{dz}\right)_{mf}} \quad (16)$$

Esistono principalmente quattro tipi di moltiplicatori bifase e dipendono da come si definisce il deflusso monofase di riferimento:

ϕ_l^2 **tutto liquido** – il canale è percorso da liquido con portata pari a quella totale della miscela G;

ϕ_g^2 **tutto gas** – il canale è percorso da gas (o vapore) con portata pari a quella totale della miscela G;

ϕ_{lv}^2 **solo liquido** – il canale è percorso dalla sola fase liquida con portata $G(1-x)$;

ϕ_{gv}^2 **solo gas** – il canale è percorso dalla sola fase gas con portata Gx ;

Normalmente le correlazioni per il calcolo di questi moltiplicatori hanno una forma del tipo

$$\phi_l = 1 + \frac{C}{\chi} + \frac{1}{\chi^2}, \quad (17)$$

con χ parametro detto *parametro di Martinelli* e definito come

$$\chi^2 \triangleq \frac{\left(\frac{dp}{dz}\right)_l}{\left(\frac{dp}{dz}\right)_g}. \quad (18)$$

Il coefficiente C dipende dalle caratteristiche del deflusso ed è stato dimostrato (ved. [8] e [9]) essere connesso al grado di dissipazione viscosa dovuto alle interazioni tra le due fasi. Numerose campagne sperimentali sono state effettuate per confrontare i moltiplicatori bifase per geometrie curvilinee e per tubi dritti (ved. [3]), talvolta correlandoli al parametro di curvatura (R_c/r), altre volte considerandolo ininfluenza.

In accordo con [9], una formulazione alternativa e molto raccomandata nel caso dei condotti dritti è la correlazione di Friedel.

Effetto sul flusso termico critico

Il *flusso termico critico* (o CHF) è il valore di potenza termica specifica scambiata oltre il quale si ha un'improvvisa degradazione del coefficiente di scambio termico, detta *crisi termica*. Campagne sperimentali (ved. [10]) hanno mostrato che l'utilizzo di condotti elicoidali migliora le caratteristiche dello scambiatore aumentandone il CHF. Come già descritto nelle sezioni precedenti, i moti secondari aumentano il grado di rimescolamento del fluido, diminuendo così la probabilità che il vapore si accumuli sulle pareti del condotto, fenomeno che peggiorerebbe lo scambio termico. D'altra parte in alcune condizioni la

separazione delle fasi indotta dalla forza centrifuga potrebbe provocare crisi termica sulle zone del canale lambite dalla fase gassosa.

Il grafico in fig. 10 mostra il confronto sperimentale effettuato da Styrikovich et al. (ved. [10]) sull'effetto della curvatura del condotto sul flusso termico critico: l'approccio utilizzato è quello di flusso termico specifico in formulazione locale, ovvero quello che induce la crisi termica per un dato titolo x del fluido. In particolare si confrontino le curve *a*, *b* e *c* rispettivamente con 1, 4 e 5: a parità di titolo e condizioni di esercizio il flusso termico critico dei condotti diritti è notevolmente inferiore a quello relativo a tubi elicoidali.

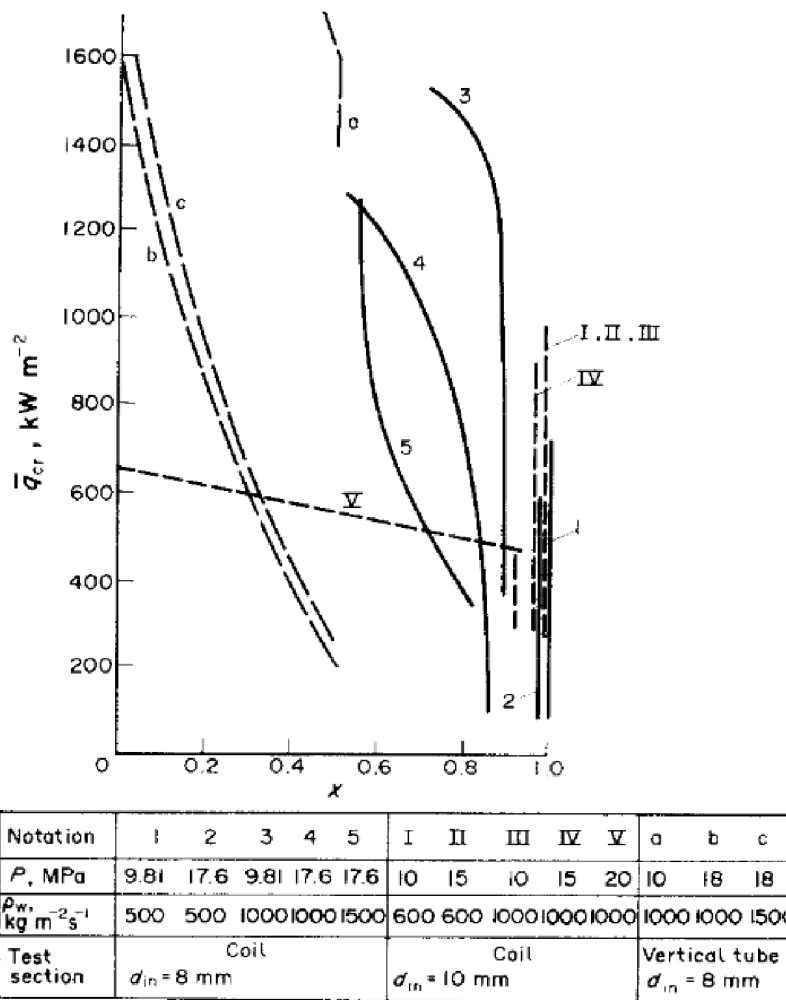


Fig. 10 Confronto sperimentale tra flusso termico critico per condotti diritti e condotti curvi in funzione del titolo termodinamico x [10]

Conclusioni

Alla luce di quanto appena detto circa gli effetti della curvatura del condotto sui principali fenomeni termofluidodinamici, sembrano evidenti i vantaggi che derivano dall'utilizzo di uno scambiatore composto da tubi elicoidali piuttosto che uno con tubi dritti. Tra questi possiamo includere:

- Minore ingombro;
- Migliore comportamento termomeccanico;
- Maggiore stabilità termofluidodinamica (es. crisi termica);
- Migliore scambio termico.

Nelle tabelle seguenti sono riassunte le principali correlazioni citate da Paisarn in [5] per il calcolo dei coefficienti di scambio termico monofase e bifase per deflussi in condotti elicoidali con asse verticale.

Si noti la carenza di formulazioni per i coefficienti di scambio termico dei deflussi bifase e di correlazioni per lo scambio termico relativamente al lato esterno alle eliche.

Scambio termico monofase	
Correlazione di Dravid [?]	
$Nu = \left(0.65\sqrt{De} + 0.76\right) Pr^{0.175}$	Laminare $50 < De < 200$ $5 < Pr < 175$
Correlazione di Xin ed Ebdian [?]	
$Nu = \left(2.153 + 0.318De^{0.643}\right) Pr^{0.177}$	Laminare $0.7 < Pr < 175$ $0.0267 < d/D < 0.0884$ $20 < De < 2000$
$Nu = 0.00619Re^{0.92}Pr^{0.4}\left(1 + 3.455d/D_c\right)$	Turbolento $0.7 < Pr < 5$ $0.0267 < d/D < 0.0884$ $5 \cdot 10^3 < Re < 10^5$
Correlazione di Rahul [?]	
$Nu_0 = 0.5186Re_D^{0.595}\left[H/d_{ext}\right]^{0.857}$	Esterno eliche $1.1275 < p/d_{ext} < 1.8675$ $7000 < Re_0 < 55000$
Scambio termico bifase	
Correlazione di Kang [?]	
$Nu = 2.3(Re^*)^{0.94}Pr^{-0.4}$	In condensazione $1500 < Re < 9000$ $100 < G < 400 \text{ kg/m}^2\text{s}$ $d_i = 12.7\text{mm}$
$Re^* = \frac{Gx d_i}{\mu_i \sqrt{\rho_l/\rho_v}}$	

2. Studio delle condizioni stazionarie

I generatori di vapore sono progettati in definite condizioni nominali di pressione di esercizio, temperatura del fluido in ingresso (temperatura di alimentazione), temperatura e titolo del fluido in uscita, produzione di vapore. Essi sono poi disposti per poter lavorare tra una potenza minima ed una potenza massima con deboli variazioni di pressione e di temperatura, variando le portate e le cadute di pressione.

Nella pratica, lo studio del comportamento del dispositivo al variare della potenza viene effettuato risolvendo le equazioni di conservazione di massa, energia e quantità di moto nella loro forma stazionaria, ovvero quella per la quale non si hanno variazioni temporali delle grandezze caratteristiche del sistema.

L'aspetto principale da affrontare è dunque la definizione delle condizioni di utilizzo (potenza nominale, potenza minima e potenza massima) compatibili con i materiali e con le componenti con le quali il dispositivo è accoppiato. A tal proposito è fondamentale la conoscenza di grandezze come:

- temperatura media in uscita dallo scambiatore/temperatura d'ingresso in turbina;
- pressione in uscita dallo scambiatore del fluido secondario;
- temperature in ingresso e in uscita del fluido primario
- portata circolante;
- cadute di pressione;
- temperatura massima delle pareti dei tubi costituenti lo scambiatore;
- potenza termica scambiata tra fluido primario e fluido secondario.

il cui valore può essere un dato di progetto o funzione delle condizioni di funzionamento del dispositivo.

Per avere una conoscenza dettagliata delle grandezze appena citate è necessario lo studio della distribuzione delle portate nei condotti e, laddove possibile, modificare il progetto al fine di ottimizzare il comportamento di sistema. È auspicabile, da questo punto di vista, che il range di funzionamento sia il più esteso possibile.

In un sistema composto da canali in configurazione parallela, l'intera portata si ripartisce in modo da avere uguale differenza di pressione ai capi di ogni canale. È evidente che se i canali differiscono in lunghezza e in geometria la distribuzione delle portate non avviene in modo uniforme.

Di seguito verrà illustrato il metodo che è stato sviluppato per calcolare le cadute di pressione e la distribuzione della portata per il sistema appena descritto. Allo scopo si è sviluppato un programma in ambiente Matlab per lo studio della distribuzione di portata. Si rimanda allo studio [18] per ulteriori dettagli sul metodo utilizzato.

2.1 Calcolo delle cadute di pressione

2.1.1 Ipotesi

Le ipotesi utilizzate per lo sviluppo del metodo sono

- flusso termico imposto e uniformemente distribuito sulle pareti dei condotti;
- utilizzo della correlazione di Ito [4] per il calcolo dei coefficienti d'attrito monofase;
- utilizzo della correlazione di Friedel [8] per il calcolo del moltiplicatore bifase;
- utilizzo della correlazione del CISE [8] per il calcolo del grado di vuoto;
- effetto trascurabile dell'ebollizione sottoraffreddata
- equilibrio termodinamico

Si noti come l'effetto della curvatura entra in gioco solo nella definizione di fattore d'attrito, per il resto la trattazione è del tutto analoga a quella di un tubo inclinato.

2.1.2 Descrizione del metodo

Il codice sviluppato permette di integrare le equazioni di conservazione della quantità di moto in condizioni stazionarie di un deflusso monofase:

$$\int_a^b -\frac{dp}{dz} dz = \int_a^b \left\langle \rho_{mf} g \sin\theta + G^2 \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_{mf}} \right) + \frac{2 f_c G^2}{\rho_{mf}} \right\rangle dz \quad (2.1)$$

e di uno bifase:

$$\int_a^b -\frac{dp}{dz} dz = \int_a^b < -\left(\frac{dp}{dz}\right)_{f,TP} + [\rho_v \alpha + \rho_l (1 - \alpha)] g \sin\theta + \quad (2.2)$$

$$+ G^2 \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2}{\alpha \rho_v} + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha) \rho_l} \right] > dz \quad (2.3)$$

utilizzando il metodo di *eulero esplicito* con *mesh uniforme*. In altre parole il condotto viene suddiviso in un numero finito di tratti di dimensioni uguali e per ogni tratto si assumono costanti le proprietà del deflusso.

Nello schema in figura (2.1) viene illustrato il diagramma di flusso semplificato del codice.

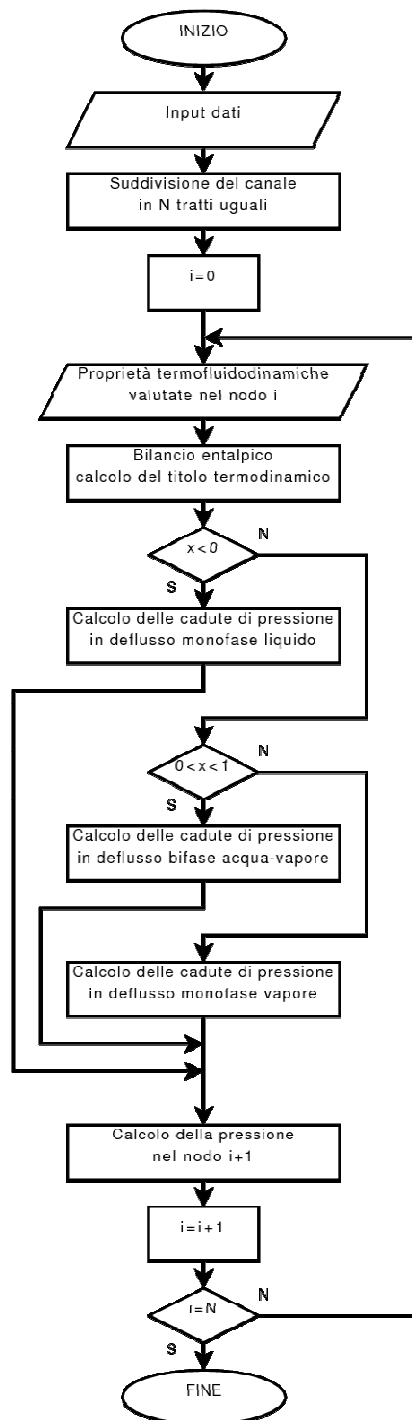


Fig. 2.1 Diagramma di flusso del programma per il calcolo delle cadute di pressione

2.2 Metodo per il calcolo della distribuzione delle portate

Si consideri il generico canale j-esimo; per mezzo dell'algoritmo appena descritto è possibile scrivere la funzione

$$\Delta P_j = f(G_j, \text{dati geometrici elica}_j, \text{condizioni ingresso, flusso termico}); \quad (2.4)$$

che associa ad una portata la differenza di pressione tra i capi del canale.

Per la determinazione della distribuzione delle portate l'ipotesi di uguaglianza di differenza di pressione ai capi è sicuramente utilizzabile; tuttavia è necessaria un'ulteriore condizione affinché il sistema di equazioni possa essere risolvibile. L'algoritmo utilizzato (ved. [18]) permette di studiare due scenari distinti:

- ΔP fissata ai capi del generatore di vapore;
- portata totale fissata.

Esso risolve il *sistema non lineare* di $2N_{canali}$ equazioni in $2N_{canali}$ incognite. Partendo da una condizione iniziale (non reale) di portata equamente distribuita, esso impone l'uguaglianza della differenza di pressione ai capi di tutti i condotti. In termini pratici viene utilizzato uno sviluppo di Taylor della funzione ΔP_j in modo che sia

$$\Delta P_j^* \approx \Delta P_{j,i} + \left(\frac{\partial \Delta P}{\partial G} \right)_{G_{j,i}} (G_j^* - G_{j,i}) \quad (2.5)$$

dove i indica l' i -esima iterazione, j il j -esimo canale e le variabili asteriscate indicano la soluzione del problema. Le derivate sono calcolate mediante metodo delle differenze finite del tipo centrato.

Nel primo scenario la ΔP^* equivale a quella imposta mentre nello scenario con portata totale imposta si utilizza una ΔP media così definita:

$$\Delta \bar{P} = \frac{\sum_j \Delta P_j G_j N_j}{G_j N_j}. \quad (2.6)$$

Essa non ha uno specifico significato fisico ma è utile all'individuazione della soluzione del sistema.

Inoltre per ogni iterazione si effettua una correzione sulla portata specifica G_j circolante nel condotto, aggiungendo una quantità ω definita come:

$$\omega = \frac{W_{tot} - \sum_j N_j G_j A_j}{\sum_j N_j A_j}, \quad (2.7)$$

con A_j area della sezione del condotto. La quantità ω tiene conto della differenza tra la portata fissata e quella totale all'iterazione i -esima e la ridistribuisce uniformemente in tutti i condotti.

Infine la condizione di uscita per il processo iterativo è un controllo sull'uguaglianza delle cadute di pressione ai capi dei condotti definita come

$$err = \frac{\max_j [\Delta P_{i,j} - \Delta \bar{P}]}{\Delta \bar{P}}$$

Uno schema semplificato dell'algoritmo è descritto nella figura 2.2

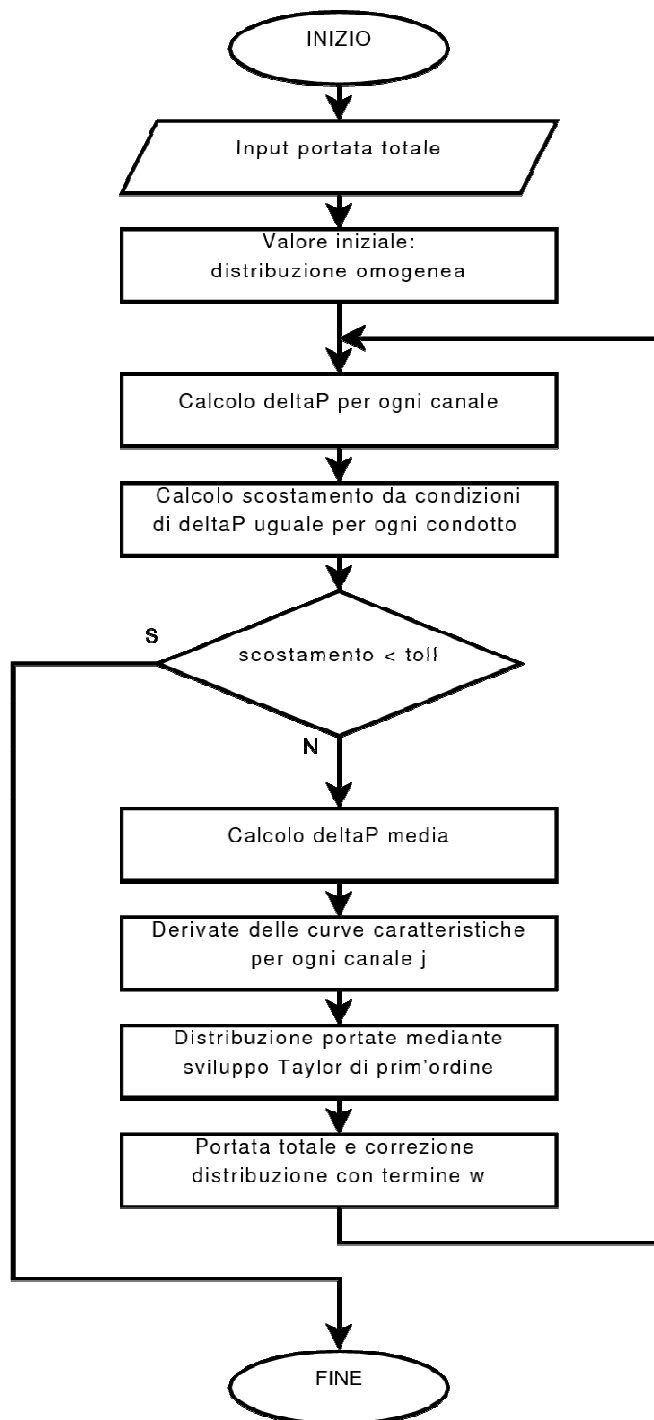


Fig.2.2 Diagramma di flusso del programma per il calcolo della distribuzione delle portate per un sistema di N_{canali} canali in parallelo

Ai fini di determinazione della soluzione in condizioni nominali è stata utilizzata la seconda condizione in quanto l'alimentazione del generatore di vapore si può considerare a portata imposta con cadute di pressione dell'ordine di 2 bar.

2.3 Distribuzione della portata

I risultati che verranno mostrati di seguito sono stati ottenuti applicando il metodo appena descritto al generatore di vapore del reattore innovativo IRIS del quale si è già discusso nella sezione 1.2. Per comodità nelle tabelle 2.1 e 2.2 vengono riassunte le caratteristiche geometriche dell'impianto e le condizioni di lavoro. Ai fini del calcolo è stato necessario definire i valori del flusso termico medio Φ (eq. 8), della portata totale di feedwater W_{tot} (eq. 2.10), nonché dell'area della sezione dei condotti $A_{tubo} = \frac{\pi d^2}{4}$. I valori sono riassunti nella tabella 2.2.

$$\Phi = \frac{P_{tot}}{8A_{scambio}}; \quad (2.8)$$

$$A_{scambio} = \pi d \sum_j N_{tubi,j} L_j; \quad (2.9)$$

$$W_{tot} = \frac{P_{tot}}{8(h_{out} - h_{in})}. \quad (2.10)$$

Fila n°	N_{tubi}	L_H (m)	D (m)	p (m)
1	20	30,3	0,64	0,485
2	20	32,5	0,69	0,485
3	24	30,2	0,74	0,5625
4	24	31,1	0,79	0,5625
5	26	30,3	0,84	0,6075
6	26	33,2	0,89	0,6075
7	28	32,1	0,94	0,6665
8	28	33,7	0,99	0,6665
9	30	32,1	1,04	0,735
10	30	33,6	1,09	0,735
11	34	31,6	1,14	0,814
12	34	33,0	1,19	0,814
13	38	30,5	1,24	0,907
14	38	31,7	1,29	0,907
15	40	30,9	1,34	0,954
16	40	31,9	1,39	0,954
17	44	31,8	1,44	1,1
18	44	32,9	1,49	1,1
19	44	31,5	1,54	1,198
20	44	32,6	1,59	1,198
d	13,24 mm			
$A_{scambio}$	870,2 m^2			

Table 2.1: IRIS: Dati geometrici delle eliche; L_H lunghezza, D diametro elica, p passo elica, d diametro canale

Lato secondario	
Temperatura ingresso feedwater	223.9°C
Temperatura uscita feedwater	317°C
Pressione uscita feedwater	58 bar
Portata totale feedwater W_{tot}	62,85 kg/s
Lato primario	
Temperatura di ingresso core	292°C
Temperatura di uscita core	330°C
Pressione di esercizio	155 bar
Potenza termica nominale reattore	1000 MW
Flusso termico medio Φ	143,65 kW/m^2

Table 2.2: Condizioni nominali del GdV

La distribuzione delle portate con relative condizioni di uscita del fluido da ogni canale è riassunta nella tabella 2.3. I dati ottenuti non sono compatibili col tipo sistema considerato in quanto si tratta di scambiatore caratterizzato da uno scambio termico del tipo a temperatura imposta e deve rispettare il vincolo di $T_{e,II} < T_{i,I}$ (con $T_{e,II}$ temperatura di uscita del fluido secondario e $T_{i,I}$ temperatura di ingresso del fluido primario). Dai dati di progetto del generatore di vapore 2.2 si nota che la temperatura di uscita massima ammissibile è di 330°C. Dunque l'approssimazione di flusso termico imposto in questo caso risulta essere inadeguata.

Per ottenere temperature di uscita accettabili ed una migliore distribuzione delle portate, si inseriscono delle cadute di pressione localizzate all'ingresso dei condotti. Il criterio utilizzato per la scelta dei coefficienti di caduta di pressione localizzata è quello di imporre la temperatura di uscita del fluido uguale per tutti i condotti. I risultati ottenuti sono riassunti nella tabella 2.4 e verranno presi come riferimento nell'analisi di stabilità affrontata successivamente.

Fila n°	G_i	ΔP_i (bar)	x_{out}	T_{out} (°C)
1	707,4	2,50	1,02	280,5
2	639,2	2,50	1,24	394,6
3	719,1	2,50	1,00	272,8
4	698,8	2,50	1,07	299,5
5	726,5	2,50	0,99	272,8
6	628,0	2,50	1,30	429,8
7	675,4	2,50	1,15	341,1
8	612,0	2,50	1,36	469,0
9	681,3	2,50	1,14	335,0
10	623,9	2,50	1,32	447,2
11	703,6	2,50	1,08	304,5
12	656,5	2,50	1,22	384,8
13	747,2	2,50	0,97	272,8
14	708,1	2,50	1,07	302,7
15	732,5	2,50	1,00	274,1
16	706,2	2,50	1,09	308,4
17	705,6	2,50	1,08	306,6
18	670,2	2,50	1,19	365,5
19	718,5	2,50	1,05	291,5
20	683,4	2,50	1,15	343,7

Table 2.3: Risultati in condizioni stazionarie senza orifiziatura dei canali

Fila n°	G_i	ΔP_i (bar)	x_{out}	T_{out} (°C)	k_{loc}
1	661,4	2,32	1,10	317,0	231,2
2	709,4	2,75	1,10	317,0	56,3
3	659,2	2,27	1,10	317,0	252,5
4	678,8	2,42	1,10	317,0	181,7
5	661,4	2,25	1,10	317,0	256,3
6	724,7	2,84	1,10	317,0	26,9
7	700,7	2,59	1,10	317,0	113,3
8	735,6	2,92	1,10	317,0	0,0
9	700,7	2,57	1,10	317,0	121,0
10	733,4	2,88	1,10	317,0	14,5
11	689,7	2,45	1,10	317,0	167,2
12	720,3	2,72	1,10	317,0	63,7
13	665,7	2,22	1,10	317,0	265,0
14	691,9	2,44	1,10	317,0	168,2
15	674,5	2,28	1,10	317,0	236,5
16	696,3	2,46	1,10	317,0	158,1
17	694,1	2,45	1,10	317,0	162,6
18	718,1	2,67	1,10	317,0	82,1
19	687,6	2,39	1,10	317,0	189,8
20	711,6	2,60	1,10	317,0	107,4

Table 2.4: Risultati in condizioni stazionarie con orifiziatura dei canali e condizioni di uscita uniformi

2.4 Comportamento in condizioni non nominali

Nella pratica le cadute di pressione localizzate individuate nella sezione precedente vengono realizzate installando degli orifizi all'ingresso dei canali in fase di assemblaggio del generatore di vapore. É evidente come questo tipo di soluzione sia definitiva e i coefficienti di caduta non possono essere variati in fase di regolazione dell'impianto. Per questo motivo è necessario studiare il comportamento del sistema al variare delle condizioni di lavoro. Questo si traduce nello studio della distribuzione delle portate e nell'individuazione delle condizioni di uscita del fluido dai canali al variare della portata totale. Infine l'analisi dello stato stazionario si conclude con la determinazione della cosiddetta *curva caratteristica*.

Scostamento dalle condizioni omogenee

Nella figura 2.3 viene illustrato il coefficiente di scostamento dalle condizioni omogenee definito come:

$$\epsilon \triangleq \frac{\max_j [x_{j,out} - \bar{x}]}{\bar{x}}, \quad (2.11)$$

dove \bar{x} è il titolo medio di uscita della miscela. Questo valore descrive il massimo scostamento tra le condizioni di uscita del canale j-esimo e la condizione media di uscita dal dispositivo; alternativamente si sarebbe potuto utilizzare lo *scarto quadratico medio* σ per avere un'indicazione complessiva dello scostamento dalla distribuzione omogenea.

$$\sigma = \frac{\sum_j N_{tubi,j} (x_{j,out} - \bar{x})^2}{\sum_j N_{tubi,j}} \quad (2.12)$$

Il range di portate considerato è quello tale per cui le condizioni medie di uscita variano da titolo unitario \bar{x} ad una temperatura in uscita pari a 350°C mantenendo costanti la potenza termica trasferita (1000 MW_{th}) e le condizioni d'ingresso del fluido. La scelta del limite superiore è legata a problemi di resistenza meccanica della turbina: la presenza di fase liquida ad elevata energia cinetica potrebbe danneggiare le palette dei primi stadi di espansione. L'altro limite è stato scelto non tanto per problematiche legate alla resistenza termomeccanica dei materiali, piuttosto per compatibilità con il fluido primario che sappiamo avere una temperatura massima di 330°C.

Nel range analizzato il dispositivo è caratterizzato da un ottimo comportamento; i massimi scostamenti osservati sono infatti di qualche punto percentuale e relativi a condizioni di funzionamento limite. Nell'intorno delle condizioni nominali l'omogeneità delle condizioni di uscita è garantita.

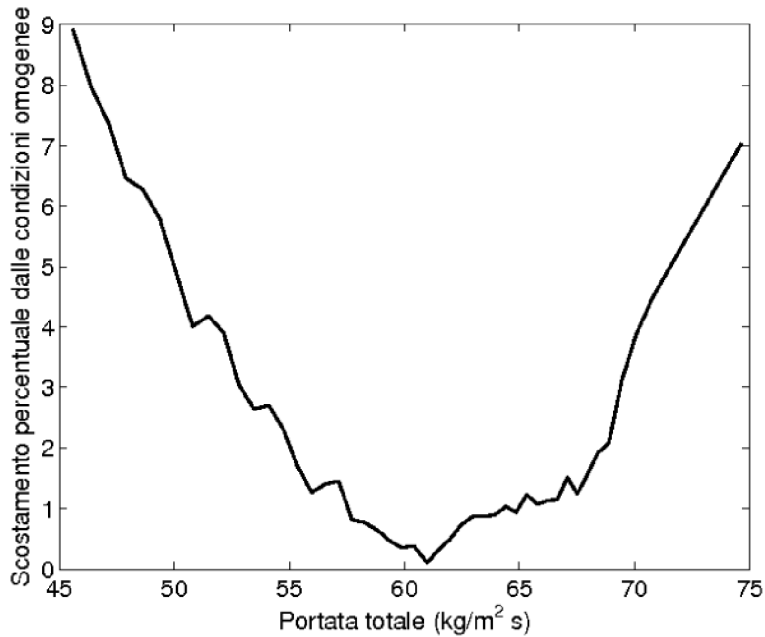


Fig. 2.3 Massimo scostamento del titolo in uscita dal titolo medio $\frac{\max_j |x_{j,out} - \bar{x}|}{\bar{x}}$ in funzione della portata totale - Potenza termica imposta pari a $1000 MW_{th}$

Curva caratteristica

Si va ora ad analizzare la curva caratteristica dello scambiatore, definita come la funzione che associa ad una data portata circolante nel sistema la caduta di pressione totale tra i due collettori. La conoscenza di questa grandezza è utile ai fini del dimensionamento dei sistemi di pompaggio ed in fase di regolazione. Essa permette inoltre di prevedere potenziali condizioni di instabilità come l'*instabilità di Ledinegg*.

La curva (fig. 2.4) è stata realizzata andando a variare solo le portate e lasciando inalterati i valori di flusso termico imposto e le condizioni di ingresso del fluido. Si nota come la funzione sia strettamente monotona; questo ci permette di eliminare la possibilità che possa presentarsi l'instabilità di Ledinegg la cui condizione necessaria è la presenza di un tratto della curva caratteristica con pendenza negativa.

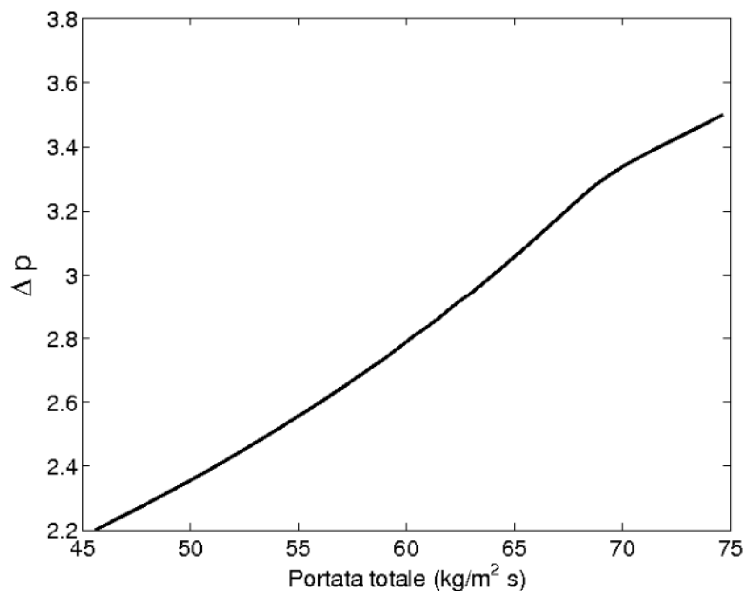


Fig. 2.4 Curva caratteristica del sistema per potenza termica imposta pari 1000 MW_{th}

2.5 Conclusioni dello studio delle condizioni stazionarie

Lo studio delle condizioni di stazionarie ha permesso di caratterizzare un aspetto fondamentale del dispositivo studiato. Esso è stato utile a valutare il comportamento del generatore di vapore nelle condizioni nominali e, in questo modo, a prendere provvedimenti necessari per migliorarlo.

In seguito è stato analizzato il comportamento del generatore di vapore in condizioni differenti da quelle nominali; questo ha evidenziato un ottima risposta nel range di funzionamento esplorato permettendo di eliminare la possibilità dell'incorrere di effetti di instabilità come le instabilità di Ledinegg o le instabilità delle cadute di pressione.

Alla luce di questo non resta altro che andare a investigare le caratteristiche *dinamiche* del dispositivo che mettano in evidenza possibili fenomeni di instabilità non osservabili con lo studio in condizioni stazionarie.

3. Instabilità dei deflussi bifase

Definita una *condizione di esercizio stazionaria* una qualsiasi condizione di funzionamento in cui le derivate temporali delle equazioni di conservazione di massa, energia e quantità di moto vengono ad essere nulle, ci si chiede cosa accade quando una grandezza caratteristica del sistema (es. velocità del fluido in ingresso) viene perturbata. Il sistema è in grado di tornare al suo stato iniziale o si allontana in modo definitivo da esso? In altre parole è *stabile* o *instabile*?

Per dare una risposta alle precedenti domande è necessario analizzare e classificare i potenziali fenomeni di instabilità, individuare i meccanismi con i quali questi si verificano e soprattutto come possono essere previsti ed evitati. Essi infatti possono causare vibrazioni meccaniche e problemi di controllo del sistema.

3.1 Classificazione

In accordo al lavoro svolto da Bouré (ved. [19]) e successivamente da Kakaç (ved. [20]), qui di seguito viene riportata una possibile classificazione dei fenomeni di instabilità dei deflussi bifase. Innanzitutto occorre definire un deflusso stabile:

Un regime di deflusso viene detto *stabile* se in seguito ad una perturbazione del suo stato, esso ritorna al suo stato iniziale. Se ciò non avviene allora il deflusso viene considerato *instabile*.

Fatto ciò è utile individuare due famiglie di instabilità dei deflussi bifase:

Instabilità statiche (S) – appartengono a questa classe quelle instabilità dovute all’incapacità del flusso di ristabilire la condizione originale in seguito ad una piccola perturbazione del suo stato. Essendo principalmente legate ad una successione di stati stazionari è possibile studiarle facendo uso delle leggi di conservazione in forma stazionaria.

Instabilità dinamiche (D) – appartengono a questa classe quelle instabilità dovute all’azione combinata di componenti dinamiche del sistema. Non è sufficiente dunque studiarne il comportamento assumendo lo stato stazionario ma è necessario conoscerne l’evoluzione temporale.

A questa prima distinzione si possono aggiungere le definizioni di:

Fenomeni Primari – Fenomeni di instabilità la cui esistenza non è strettamente connessa all’esistenza di altre instabilità;

Fenomeni Secondari – Fenomeni di instabilità il cui verificarsi è esclusivamente connesso alla presenza di altre instabilità;

Instabilità *Pure* (P)– Quando la causa dell’instabilità è un unico meccanismo fisico;

Instabilità *Composte* © – Quando non è possibile individuare un unico meccanismo che causa l’instabilità.

Nella tabella 3.1 sono riassunte le principali instabilità osservate.

Instabilità	Tipo	Meccanismo
Instabilità di Ledinegg	S P	$\frac{\partial p}{\partial G} _{int} \leq \frac{\partial p}{\partial G} _{ext}$
Crisi termica	S P	Rimozione di calore dalla parete insufficiente
Instabilità del flow pattern	S P	Passaggio continuo tra moto a bolle e moto anulare
Ebollizione omogenea	S P	Permanenza del liquido nello stato di liquido surriscaldato
Bumping, Geysering o Chugging	S C	Periodico passaggio in condizioni metastabili
Oscillazioni acustiche	D P	Risonanza delle onde di pressione
Oscillazioni delle onde di densità	D P	Combinazione di effetti tra variazioni di portata, densità e cadute di pressione
Oscillazioni Termiche	D C	Variazione del coefficiente di scambio termico a causa della variazione di altri parametri
Instabilità in BWR	D C	Effetto del grado di vuoto sulla reattività del reattore
Oscillazioni delle cadute di pressione	D C	Interazione tra le cadute di pressione in un canale e un volume comprimibile
Instabilità canali in parallelo	D C	Influenza di canali paralleli sulla distribuzione di massa e fasi

Table 3.1: Classificazione delle instabilità (S=statiche, D=Dinamiche, P=Pure, C=Composte)

3.1.1 Instabilità statiche *pure*

Instabilità di Ledinegg

La portata che circola in un circuito in condizioni stazionarie è quella che corrisponde all'equilibrio tra la *caratteristica motrice*, rappresentata dalla curva prevalenza-portata della pompa, e la *caratteristica resistente*, rappresentata dalla curva ΔP -portata. Facendo riferimento alla figura 3.1 si notano tre punti per i quali questa condizione è soddisfatta. Si suppone di trovarsi nel punto A e di perturbare il sistema con una variazione positiva di portata circolante δG ; in questo stato il sistema è caratterizzato da una prevalenza imposta dalla pompa maggiore delle cadute di pressione: la portata circolante aumenta fino a raggiungere il punto B di equilibrio. Allo stesso modo se la perturbazione di portata è negativa si raggiungono le condizioni C.

Il fenomeno appena descritto è chiamato *Instabilità di Ledinegg* e si presenta se nel punto di equilibrio (punto A fig 3.1)

$$\left. \frac{\partial p}{\partial G} \right|_{int} \leq \left. \frac{\partial p}{\partial G} \right|_{ext} \quad (3.1)$$

dove *int* sta a indicare la caratteristica del circuito e *ext* quella della pompa.

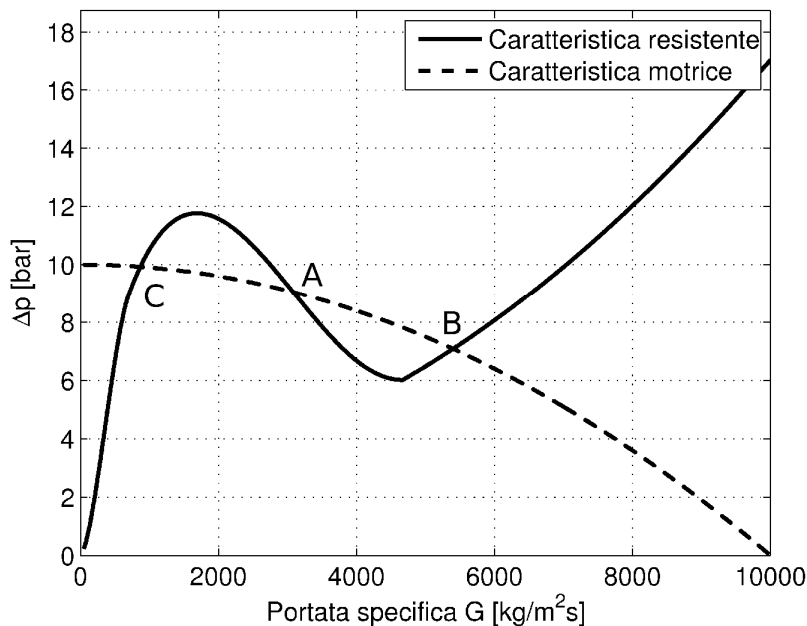


Fig. 3.1 Instabilità di Ledinegg

Per prevedere se un sistema è soggetto a questo tipo di instabilità, se ne studia la curva caratteristica $\Delta p - G$ e si verifica se esistono regioni in cui questa assume pendenza negativa. Se questo dovesse verificarsi si inserisce una caduta di pressione localizzata all'ingresso del tubo evaporatore.

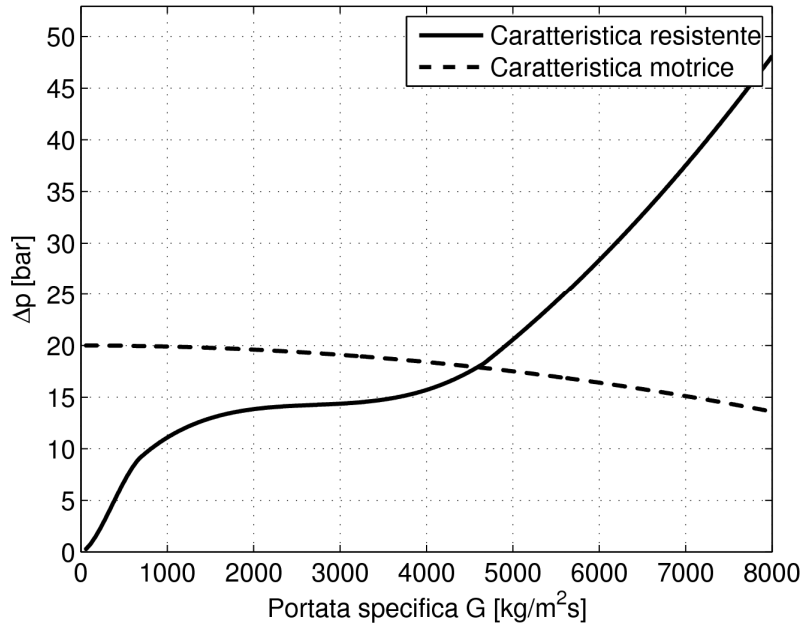


Fig. 3.2 Instabilità di Ledinegg - effetto della perdita localizzata

È possibile notare dalla figura 3.2 come la parte a pendenza negativa, al crescere delle perdite di carico localizzate tende ad essere assente.

Crisi termica

Per *crisi termica* si intende il momento in cui si ha una improvvisa degradazione del coefficiente di scambio termico. A seconda del regime di scambio del flusso termico questo può comportare un aumento sensibile della temperatura di parete oppure la diminuzione della potenza termica scambiata.

La crisi termica avviene generalmente quando l'interfaccia di scambio termico è costituita da solo vapore: esso infatti ha un conducibilità termica molto più bassa rispetto a quella dell'acqua

$$k_{vap}(@p = 1 \text{ bar}) = 2.5 \cdot 10^{-2} \frac{W}{m^2K} \text{ mentre } k_{H_2O}(@p = 1 \text{ bar}) = 6.7 \cdot 10^{-1} \frac{W}{m^2K}.$$

Prendendo in considerazione la legge di Fourier

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

e supponendo di lavorare in condizioni di flusso termico imposto, è evidente che il gradiente di temperatura è più elevato nel caso in cui l'interfaccia di scambio termico è costituita da un film di vapore.

La crisi termica in forced-convective boiling può avvenire principalmente

- per passaggio a *film boiling*: la quantità di vapore prodotto alla parete, proporzionale al flusso termico imposto, non viene smaltita efficacemente; si forma così un film di vapore e lo scambio termico peggiora sensibilmente. Il flusso termico al quale si presenta tale fenomeno viene detto *Flusso critico* (o Critical Heat Flux-CHF).
- per asciugamento del film liquido (o *dryout*): il film liquido che attraversa il condotto evapora completamente e lo scambio termico avviene solo per convezione forzata.

Mentre il dryout è una condizione inevitabile se si tratta di generatori di vapore once-through, il CHF può essere evitato riducendo il flusso termico trasferito al fluido.

Il flusso critico è funzione di diverse grandezze e parametri:

Pressione – Il flusso critico è fortemente influenzato dalla pressione e presenta un massimo a circa 70 bar per l'acqua (figura)

Rugosità della superficie del tubo – All'aumentare della *rugosità* del canale, aumenta il rimescolamento del fluido; in questo modo la probabilità che si formi il film di vapore diminuisce. Per conferire maggiore rugosità in genere si utilizzano tubi con superficie interna rigata.

Portata – Una portata maggiore diminuisce la probabilità di formazione del film di vapore.

Sottoraffreddamento – All'aumentare del grado di sottoraffreddamento del liquido all'ingresso, aumenta il flusso critico.

Diametro – Il flusso critico cresce linearmente col diametro della tubazione.

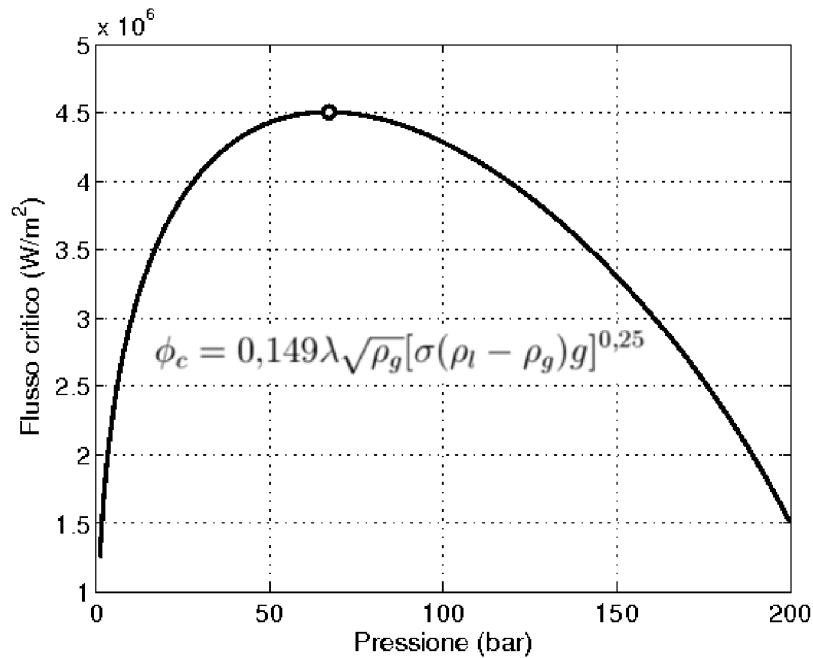


Fig. 3.3 CHF Pool Boiling: Effetto della pressione (correlazione di Kutateladze [8])

Per il calcolo del flusso critico in *tubi dritti verticali* con miscele di *acqua-vapore* esistono diverse correlazioni empiriche tra le quali vengono citate quelle di *Bowring* e di *Groeneveld* (vedere Whalley [8]). Esse possono essere strutturate in forma locale e mettono in relazione il flusso termico con il titolo di vapore, o in forma globale correlando flusso termico con lunghezza riscaldata. Nella figura 3.3 è mostrato l'andamento del flusso critico in *pool boiling* al variare della pressione; la correlazione utilizzata è la correlazione di Kutateladze

$$\phi_c = 0,149\lambda\sqrt{\rho_g}[\sigma(\rho_l - \rho_g)g]^{0,25},$$

dove σ è la tensione superficiale del liquido, g l'accelerazione gravitazionale e λ il calore latente di vaporizzazione.

Instabilità del flow-pattern

Sono instabilità legate al cambio di regime di deflusso da moto a tappi a moto anulare.

In un sistema caratterizzato da un regime di moto a tappi, un'oscillazione positiva di produzione di vapore potrebbe far evolvere il sistema verso un deflusso anulare. D'altra parte il moto anulare è caratterizzato da cadute di pressione minori rispetto al deflusso precedente, inducendo una variazione positiva di portata circolante nel condotto. La potenza termica fornita al fluido nelle condizioni appena descritte potrebbe non essere sufficiente alla produzione di vapore necessaria al sostenimento del moto anulare riportando il sistema al deflusso a tappi. Vengono così ristabilite le condizioni iniziali ed il ciclo può ripartire.

Le ampiezze di oscillazione dipendono dalle condizioni del sistema e potrebbero essere sufficientemente grandi da poter raggiungere la crisi termica.

Ebollizione omogenea

Definita una pressione di esercizio, in alcune situazioni è possibile riscaldare il liquido oltre la temperatura di saturazione a quella pressione; si ottiene così *liquido surriscaldato* le cui condizioni sono dette *metastabili*. Se si perturba la condizione del fluido variandone la temperatura o fornendo siti di nucleazione il cambio di stato avviene repentinamente, talvolta anche in modo esplosivo.

Per poter raggiungere le condizioni di metastabilità è necessaria l'assenza di *siti di nucleazione*; questi costituiscono luoghi dove l'ebollizione avviene con più facilità ed in genere sono rappresentati da residui di aeriformi intrappolati in microcavità presenti sulle superfici con le quali il fluido è in contatto. Nella pratica comune si utilizzano fluidi termovettori per i quali è improbabile raggiungere le condizioni appena descritte. Problemi di questo tipo sono stati invece riscontrati con l'utilizzo di metalli liquidi le cui elevate bagnabilità permettono di coprire la maggior parte dei siti di nucleazione.

3.1.2 Instabilità statiche composte

Bumping

Nell'ebollizione a bassa pressione potrebbe verificarsi la presenza di una regione di ebollizione dove la temperatura di superficie varia tra quella di convezione naturale e quella di ebollizione in cicli irregolari. Si pensa che questo sia dovuto alla presenza di gas intrappolato nelle irregolarità della superficie.

Geysering

Il fenomeno del Geysering consiste nell'espulsione improvvisa ad intervalli di tempo irregolari di vapore dall'estremità superiore di canali verticali riscaldati inferiormente. A causa della differenza di quota piezometrica alla base del canale vige una pressione maggiore di quella che si ha nella parte superiore. Il fluido riscaldato raggiunge la temperatura di saturazione e conseguentemente evapora; così facendo parte della colonna di liquido che sovrasta la base cambia fase e la pressione diminuisce così come diminuisce la temperatura di saturazione; si forma così ulteriore vapore innescando un processo degenerativo che si conclude con l'espulsione del vapore prodotto e con lo ristabilimento della colonna di liquido.

Chugging

"Per Chugging si intende un fenomeno ciclico caratterizzato da frequenze non molto elevate che crea un suono caratteristico che ricorda quello dei motori a bassi giri". Molto spesso a questo fenomeno è connessa la movimentazione di grandi quantità di fluido e la fuoriuscita di parte del fluido termovettore.

Un esempio di fenomeno di Chugging è quello che può succedere in un circuito raffreddato a metalli liquidi. I metalli infatti hanno una densità del vapore molto più bassa di quella del liquido; se dovesse verificarsi ebollizione sottoraffreddata, la bolla creatasi riempirebbe l'intera tubazione e collasserebbe subito dopo. La movimentazione delle grosse quantità di metallo indotte da questo fenomeno, a causa della grande inerzia, potrebbe causare problemi meccanici all'impianto ed è quindi da evitare.

Altro esempio è quello che potrebbe verificarsi in situazioni incidentali del tipo LOCA in centrali BWR: in tali situazioni il vapore generato viene inviato sotto un battente d'acqua; se la portata di vapore non è sufficientemente elevata potrebbe crearsi una bolla di vapore che cresce fino a quando la superficie di scambio termico con l'acqua circostante è tale da far ricondensare il vapore; si crea quindi un movimento ciclico di crescita e decrescita della bolla di vapore che potrebbe causare problemi strutturali.

3.1.3 Instabilità dinamiche pure

Sono instabilità strettamente connesse alla trasmissione di disturbi all'interno della miscela bifase. La propagazione può avvenire principalmente per due vie:

Onde di pressione – Onde che si propagano alla velocità del suono all'interno del fluido (dette anche *onde acustiche*);

Onde di densità – Onde la cui velocità di propagazione è connessa al tempo di residenza della particella all'interno del sistema.

Instabilità acustiche

Sono oscillazioni dovute alla propagazione dei disturbi lungo il condotto con velocità pari a quelle del suono all'interno della miscela bifase. Le intensità di oscillazione osservate possono raggiungere anche frazioni considerevoli dei valori stazionari; il periodo di oscillazione può essere ben descritto da quello della prima armonica di Helmholtz per un tubo aperto alle due estremità; le frequenze osservate vanno dai 10 Hz fino anche al campo dell'udibile e possono indurre pericolose vibrazioni del sistema.

Le osservazioni fatte su questo tipo di instabilità hanno mostrato che queste si verificano sia in ebollizione sottoraffreddata, sia in ebollizione saturata che in film boiling. L'intensità delle oscillazioni è funzione dei parametri del deflusso e

- aumenta con l'aumentare del *sottoraffreddamento* all'ingresso del condotto riscaldato;
- aumenta con l'aumentare della portata in massa in ingresso;
- varia a seconda del tipo di flow pattern con oscillazioni minori in ebollizione saturata.

A questi fenomeni sono associate anche delle fluttuazioni della temperatura di parete dovute alla variazione del coefficiente di scambio termico; all'onda di pressione infatti sono associate una zona ad alta densità ed un'altra a bassa densità alle quali corrispondono diversi coefficienti di scambio termico.

Oscillazione da onde di densità

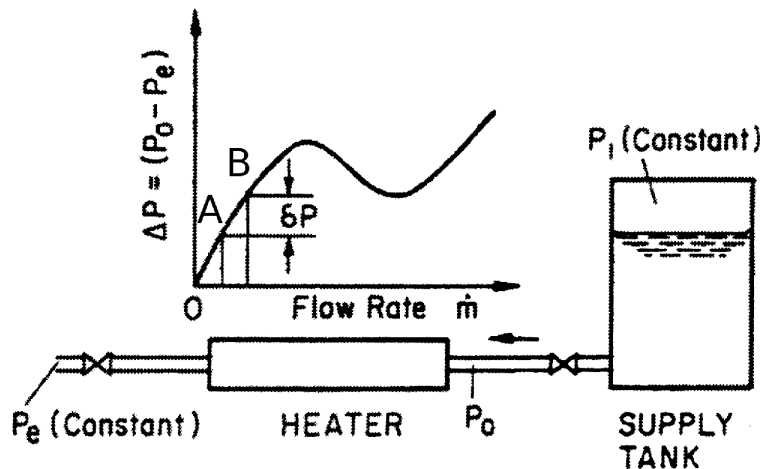


Fig. 3.4 Sistema semplificato per le oscillazioni di onde di densità

Il meccanismo delle oscillazioni dovute ad onde di densità può essere descritto in modo semplificato facendo riferimento alla figura 3.4.

Si suppone che la condizione di lavoro iniziale sia quella relativa al punto A, a cui sono associate $\Delta P_A, \dot{m}_A$; si suppone che la caduta di pressione localizzata a valle del canale riscaldato subisca una variazione negativa. Dopo il Δt necessario all'onda di pressione a raggiungere l'ingresso del tubo, P_0 diminuisce essendo P_e costante. La differenza di pressione tra il serbatoio e l'ingresso del canale ($P_i - P_0$) aumenta e allo stesso modo aumenta la velocità del fluido in quanto caratterizzata dalla:

$$v_i \propto \sqrt{P_i - P_0}. \quad (3.2)$$

Il sistema si porta alla condizione B alla quale corrisponde \dot{m}_B con $\dot{m}_B \geq \dot{m}_A$. Da un bilancio di primo principio sul tubo evaporatore, supponendo costante il flusso termico, si ottiene $x_B < x_A$ quindi $\rho_B > \rho_A$.

Dopo il tempo τ necessario a percorrere il canale, la particella raggiunge l'uscita dalla quale parte un'onda di pressione che porta le cadute di pressione al valore di ΔP_B . P_0 dunque aumenta nuovamente, la velocità del fluido che proviene dal serbatoio diminuisce (3.2) così come la portata nel tubo evaporatore e la densità della miscela. Dopo il tempo τ questa informazione viene nuovamente trasmessa a monte ed il ciclo ricomincia. Il periodo del ciclo limite è quindi in prima approssimazione pari a 2 volte il tempo di permanenza di una particella all'interno del sistema.

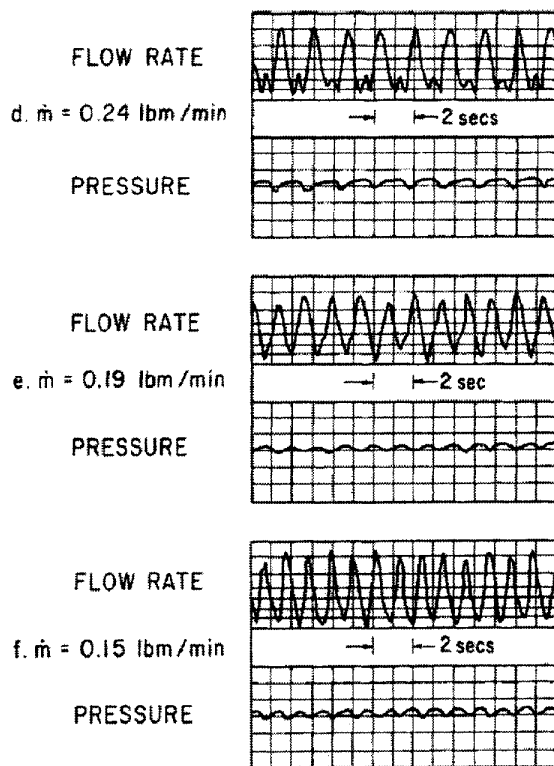


Fig. 3.5 Tipico andamento per le oscillazioni di onde di densità

Più in generale il fenomeno può essere inteso come la combinazione di variazione di velocità nel condotto e variazione delle cadute di pressione che causa un'oscillazione del titolo medio della miscela e quindi anche della densità media. Un tipico andamento delle onde di densità è descritto nella figura 3.5

Nella pratica le onde di densità sono un fenomeno di grande rilievo e sono state abbondantemente studiate. Sono stati effettuati numerosi studi teorici e sperimentali che hanno permesso di caratterizzare il loro comportamento al variare dei parametri del deflusso (ved. [21] [19]): pressione, portata, sottoraffreddamento in ingresso.

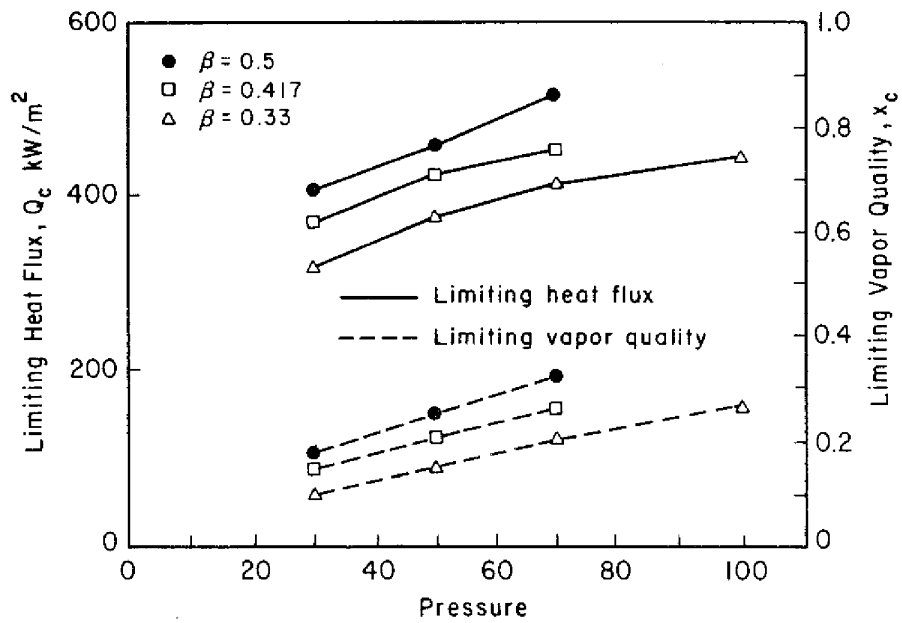


Fig. 3.6 Onde di densità: effetto della pressione e della caduta di pressione all'uscita del condotto [21] - $\beta = d_{exit}/d_{can}$

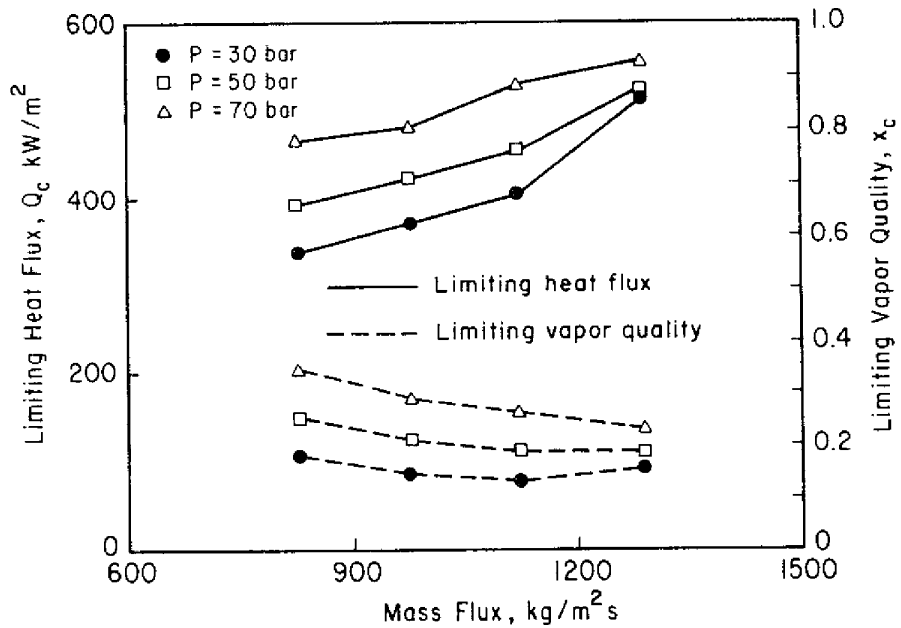


Fig. 3.7 Onde di densità: effetto della portata aerica [21]

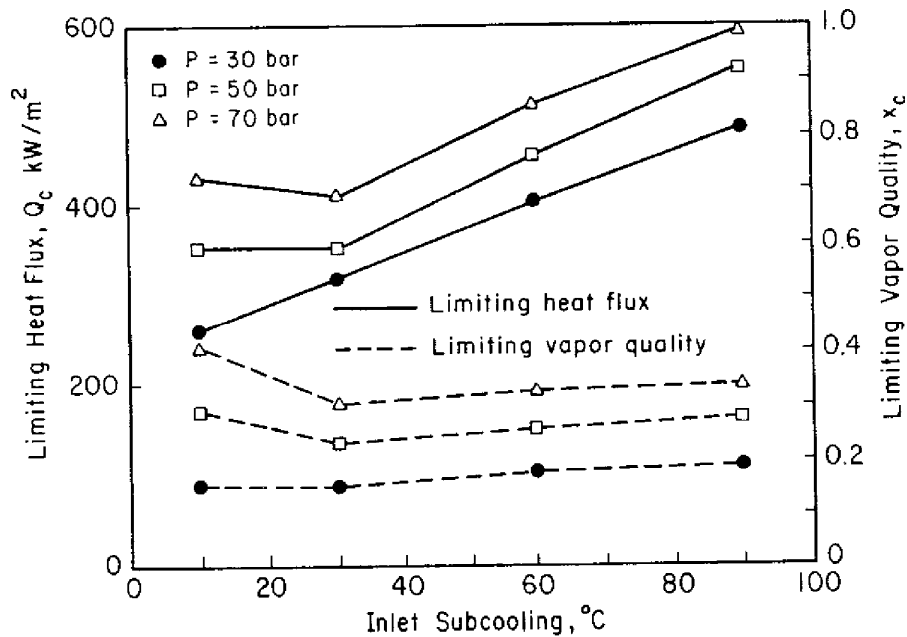


Fig. 3.8 Onde di densità: effetto del sottoraffreddamento [21]

- le oscillazioni sono state osservate nella zona con $\frac{\partial \Delta p}{\partial G} > 0$ della *curva caratteristica* ;
- l'aumento di *portata specifica* ha un effetto stabilizzante e il flusso termico massimo aumenta;
- ampiezza e periodo delle oscillazioni diminuiscono con l'aumentare del *flusso termico* imposto;
- il sistema diviene più *stabile* con l'aumentare della *pressione* in quanto le densità delle fasi tendono a coincidere ;
- l'aumento di grado di *sottoraffreddamento* ha effetti differenti a seconda del grado di sottoraffreddamento e sono frutto di due meccanismi contrapposti:
 1. a *medio-alti gradi di sottoraffreddamento* l'effetto è stabilizzante in quanto aumenta la lunghezza di tratto non bollente e quindi l'inerzia del canale;
 2. a *bassi gradi di sottoraffreddamento* l'effetto è destabilizzante in quanto aumenta il tempo di residenza del fluido all'interno del canale ($\rho_l > \rho_g \rightarrow u_l < u_g$ se $W = cost$).

Questo genera un punto di minima stabilità a bassi gradi di sottoraffreddamento le cui coordinate variano a seconda della pressione di esercizio (fig. 3.9).

- l'inserimento di una *perdita localizzata* (orifizio) in uscita dal condotto induce un effetto destabilizzante;
- l'inserimento di una *perdita localizzata* (orifizio) all'ingresso del condotto ha un effetto stabilizzante.

Per lo studio delle onde di densità vengono utilizzati metodologie differenti:

Approccio teorico – si crea un modello del sistema e si ricava la soluzione stazionaria; in seguito tale situazione viene perturbata e si individuano le condizioni per le quali il deflusso risulta stabile e quelle dove si verificano instabilità. Tra i metodi teorici si distinguono:

Analisi numerica diretta – Risoluzione delle equazioni di conservazione con metodi alle differenze finite;

Analisi nel dominio delle frequenze – Analisi mediante teoria del controllo di sistemi dinamici;

Approccio sperimentale – si effettuano diversi esperimenti e si verificano le condizioni tali per cui il sistema risulta instabile.

In entrambi i casi si costruiscono correlazioni o mappe di stabilità che mettono in relazione le condizioni di funzionamento del sistema (opportunamente adimensionate) con la sua stabilità (fig.3.9) entalpie adimensionate (eq. 3.4)). Generalmente si utilizzano numeri adimensionati che tengano conto del grado di sottoraffreddamento del liquido in ingresso, della velocità in ingresso e dell'effetto del galleggiamento.

$$u^+ = \frac{u_{in}}{\bar{u}}; \quad (3.3)$$

$$H^+ = \frac{h_l - h_{in}}{h_{lv}} \frac{v_{lv}}{v_l}; \quad (3.4)$$

dove \bar{u} è la velocità media della miscela e h_{in} l'entalpia in ingresso.

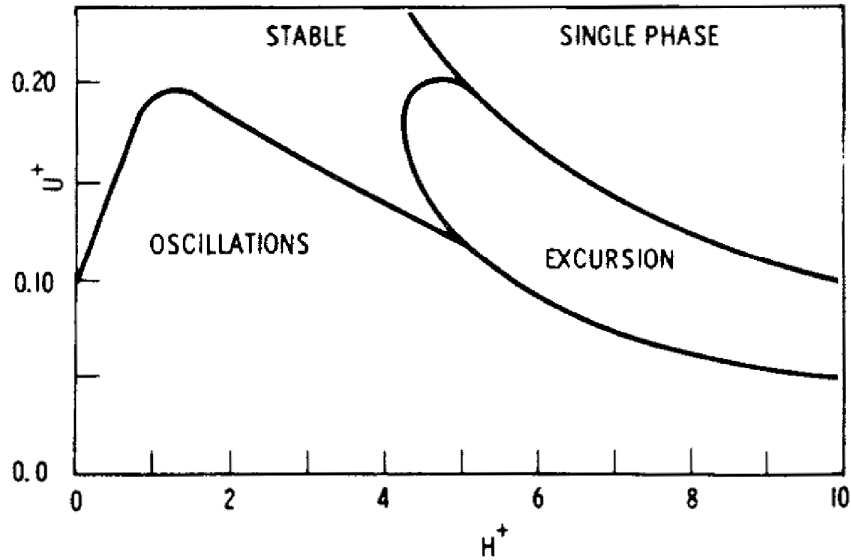


Fig. 3.9 Esempio di mappa per oscillazioni di onde di densità - $U^+ = \frac{u_{in}}{u}$ velocità d'ingresso adimensionata, $H^+ = \frac{h_l - h_{in}}{h_{lv}} \frac{v_{lv}}{v_l}$ sottoraffreddamento adimensionato [22]

Come correlazioni empiriche si citano la correlazione di Ünal [23] e il criterio di adimensionalizzazione di Chen e Kakaç [21].

Un semplice codice numerico per la previsione delle onde di densità mediante modello omogeneo è descritto nel [24].

3.1.4 Instabilità dinamiche *composte*

Oscillazioni termiche

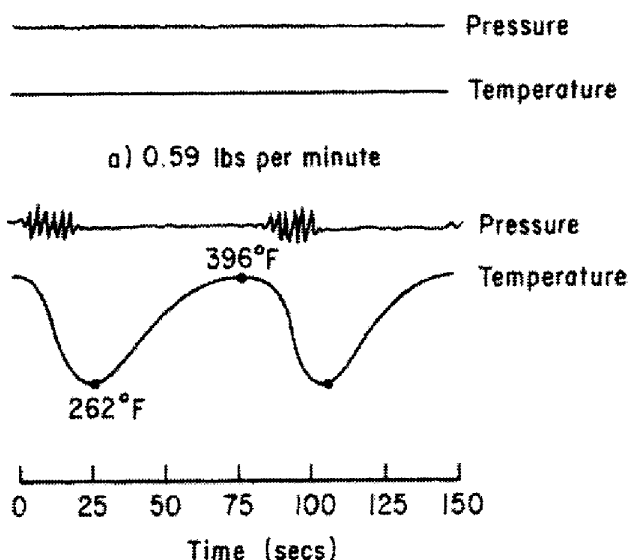


Fig. 3.10 Tipico andamento della temperatura di parete per oscillazioni termiche

Per *oscillazioni termiche* si intendono le variazioni cicliche del coefficiente di scambio termico e quindi della temperatura della parete del condotto. Tali oscillazioni sono caratterizzate da un lungo periodo e da grandi ampiezze di oscillazione (figura 3.10). Le instabilità sono dovute ad un effetto combinato di *instabilità del tipo di deflusso* e delle *onde di densità*.

Instabilità BWR

In un reattore del tipo BWR (Boiling Water Reactor), all'interno del vessel si ha dell'acqua in cambiamento di fase. La capacità di moderare i neutroni dell'acqua in fase vapore è molto piccola rispetto a quella dell'acqua in fase liquida.

Questo fenomeno generalmente è sinonimo di elevata stabilità: se infatti c'è un aumento di potenza del reattore, si ha una maggiore produzione di vapore e i neutroni moderati diminuiscono così come le fissioni; questo fenomeno si traduce in una diminuzione della potenza e quindi anche della produzione di vapore. Se però la costante di tempo del sistema termoidraulico è dello stesso ordine di grandezza della costante di tempo delle reazioni all'interno dell'elemento di combustibile si potrebbero avere effetti di risonanza e i parametri termofluidodinamici e neutronici continuerebbero ad oscillare.

3.1.5 Instabilità dinamiche *composte secondarie*

Oscillazione delle cadute di pressione

Quelle delle cadute di pressione sono delle oscillazioni caratterizzate da periodi piuttosto elevati, confrontabili con quelli delle oscillazioni termiche (figura) e sono connesse all'utilizzo di fluido molto comprimibile o alla presenza di un serbatoio di accumulo (*surge tank*) all'interno del circuito. Condizione necessaria è la presenza della zona a pendenza negativa sulla curva caratteristica del circuito.

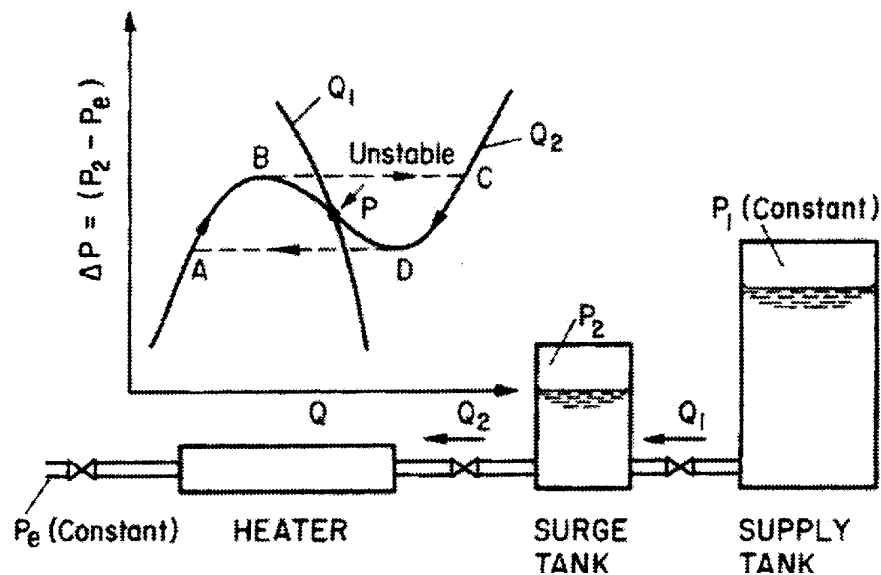


Fig. 3.11 Sistema descrittivo per oscillazione delle cadute di pressione

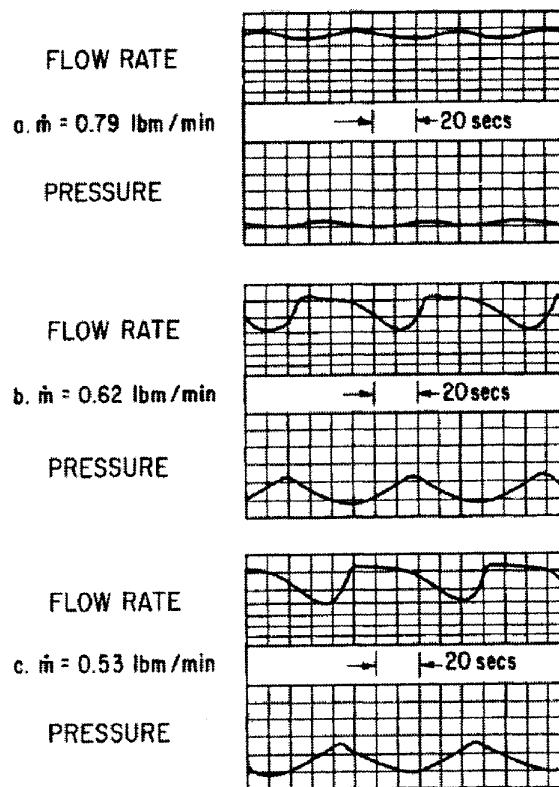


Fig. 3.12 Tipico andamento delle oscillazioni delle cadute di pressione

Il principio di funzionamento è facilmente deducibile se si fa riferimento alla figura 3.11: se si ha un disequilibrio tra la portata in ingresso e quella in uscita dal serbatoio, si ha una variazione del livello di liquido e della pressione; questa ad esempio può aumentare a causa di un accumulo di liquido nel serbatoio. Se si assume costante la pressione esterna, Δp aumenta e la portata diminuisce ($\frac{\partial \Delta p}{\partial G} < 0$). In seguito a tale diminuzione, il livello del liquido all'interno del serbatoio cresce fino a quando la Δp è superiore a quella massima ammissibile dal sistema a basse portate; si ha dunque un salto verso destra del punto di equilibrio (l'unico punto con la Δp imposta). In questa situazione aumenta notevolmente la portata in massa che scorre all'interno del generatore di vapore e il livello del serbatoio comincia a calare così come la pressione al suo interno e la portata. Una volta raggiunto il minimo si ha nuovamente un salto sulla curva caratteristica con un calo drastico della portata. Il livello all'interno del serbatoio torna a crescere ed il ciclo riparte. Questo fenomeno può avvenire anche se il volume del condotto è così elevato da poter considerare la miscela in cambio di stato (fluido comprimibile) come un serbatoio di accumulo.

Come per l'instabilità di Ledinegg la soluzione sta nell'appiattire la curva fino a far sparire la zona a pendenza negativa (fig. 3.11)

3.1.6 Instabilità di canali in parallelo

Dagli esperimenti effettuati sui canali in parallelo si sono osservate le stesse instabilità che si hanno nel deflusso nel singolo canale ma le ampiezze delle oscillazioni variano a seconda di come sono collegati i condotti paralleli e al loro numero.

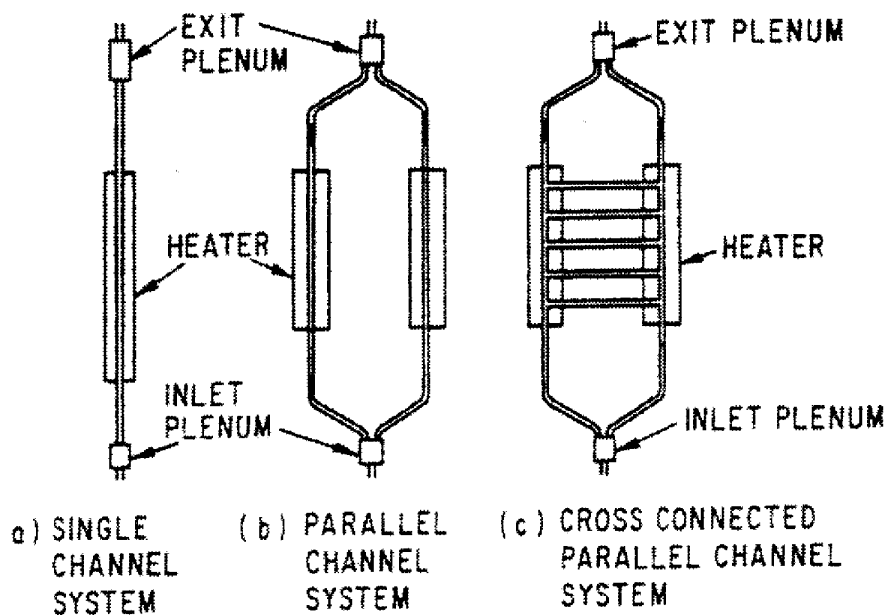


Fig. 3.13 Schemi delle diverse configurazioni dei canali

Sistema con canali paralleli

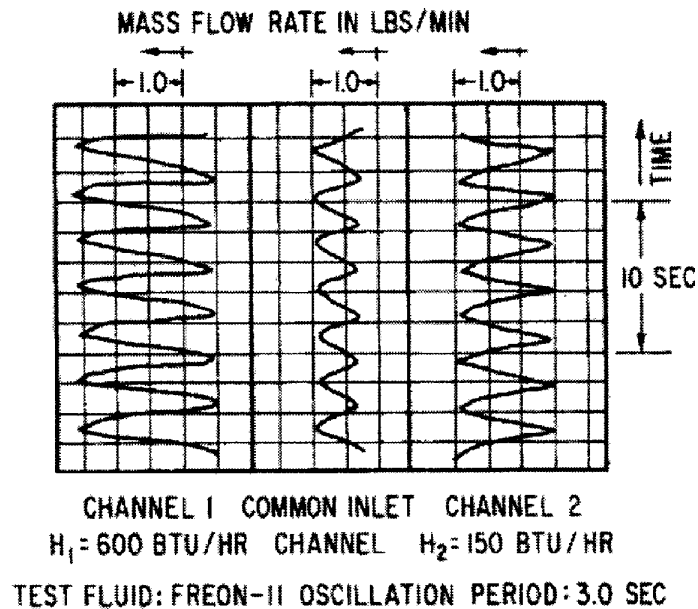


Fig. 3.14 Oscillazione delle portate per onde di densità in condotti paralleli [20]

Il caso preso in considerazione è quello relativo allo schema nella figura b; in questo tipo di sistema si è osservato che le oscillazioni dovute alle instabilità sono sfasate fra loro di 180° (fig. 3.14)

Lo studio dell'effetto sulle **onde di densità** della presenza di due canali paralleli indipendenti ha mostrato che (ved [20]):

- la presenza di un grande *rapporto di by-pass* destabilizza il moto;
- l'aumento della *portata in massa* totale ha effetto stabilizzante;
- l'aumento delle *cadute di pressione* aumenta la stabilità del flusso;
- una distribuzione *non omogenea* tra i canali del *flusso termico* tende a destabilizzare il sistema;

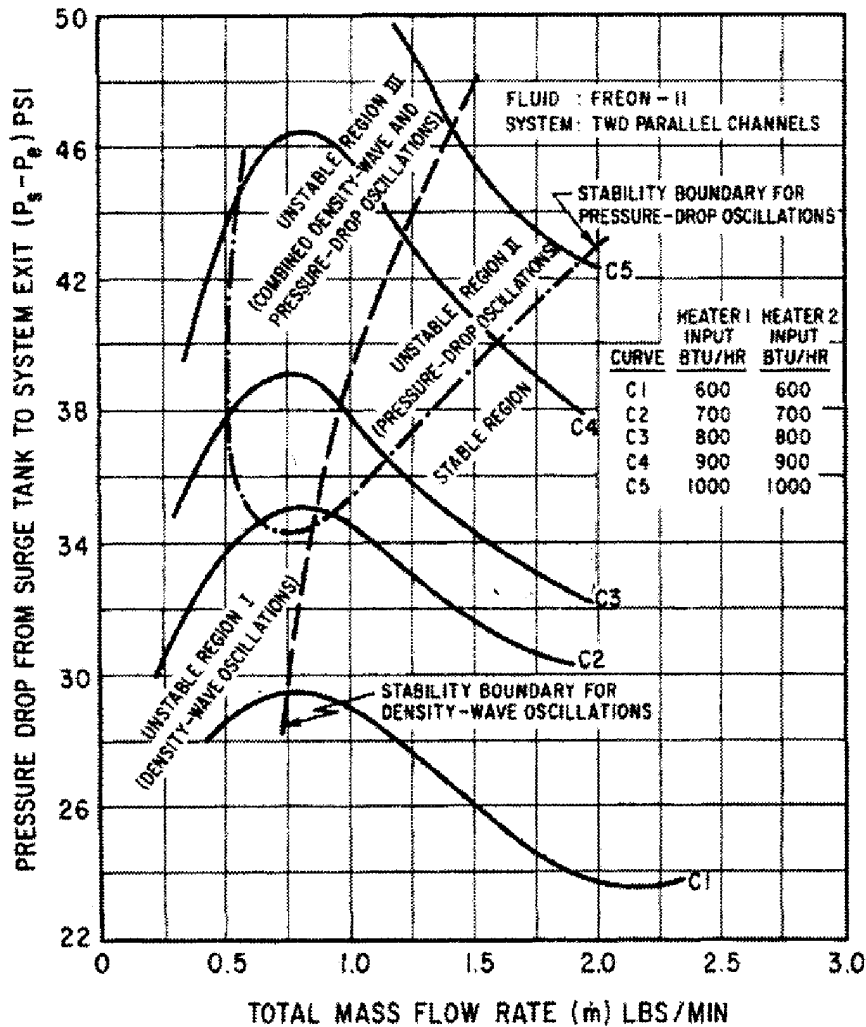


Fig. 3.15 Mappa instabilità per canali paralleli e indipendenti [20]

Nel caso di oscillazione delle **cadute di pressione** si ha un diverso comportamento (fig.3.16):

- l'aumento della *portata in massa* totale ha effetto stabilizzante;
- l'aumento delle *cadute di pressione* diminuisce la stabilità del flusso;
- un aumento del *flusso termico* totale tende a destabilizzare il moto;

Se si aumenta il numero di canali posti in parallelo non si hanno variazioni sensibili delle soglie di instabilità. Le oscillazioni inoltre non sempre sono sfasate tra loro ma c'è una certa probabilità che alcuni canali abbiano stessa fase e altri no; tale situazione non è stazionaria e può cambiare in seguito ad una sufficiente perturbazione dello stato del sistema.

Canali paralleli con cross-connections

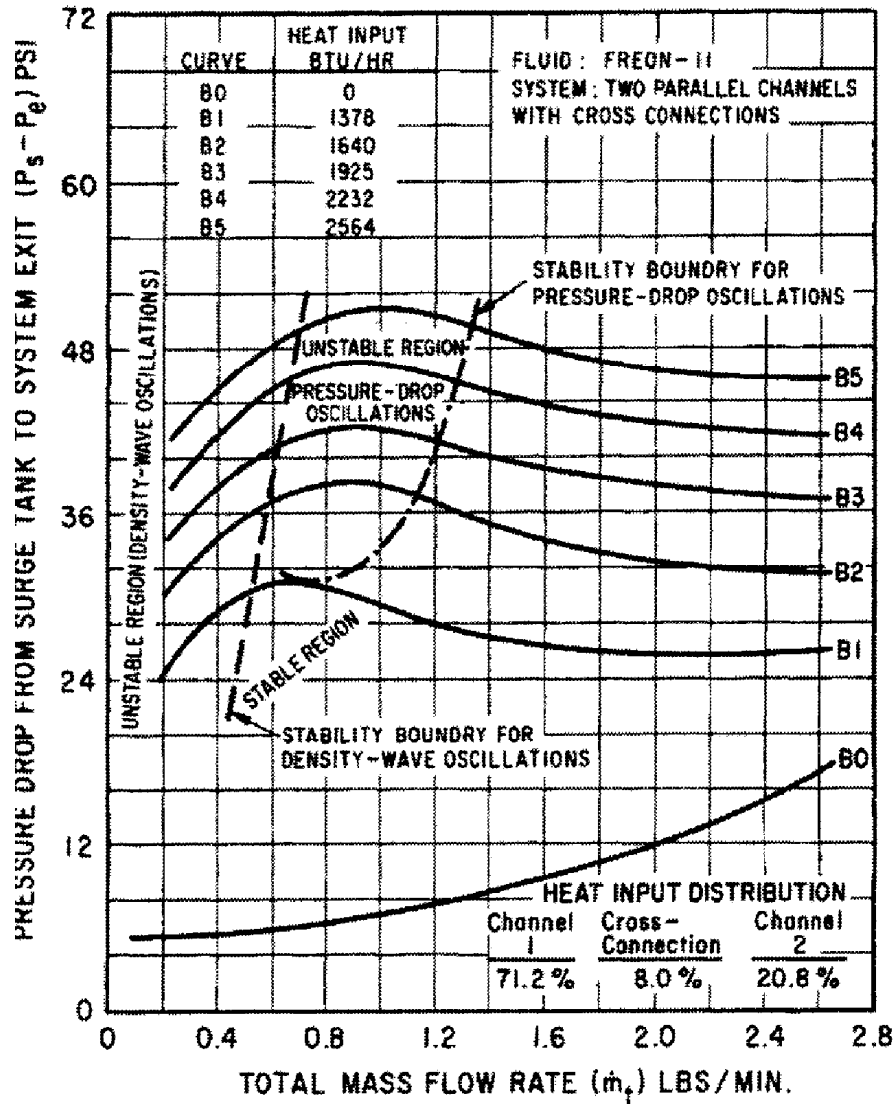


Fig. 3.16 Mappa instabilità per canali paralleli con cross-connections – distribuzione omogenea dei flussi termici [20]

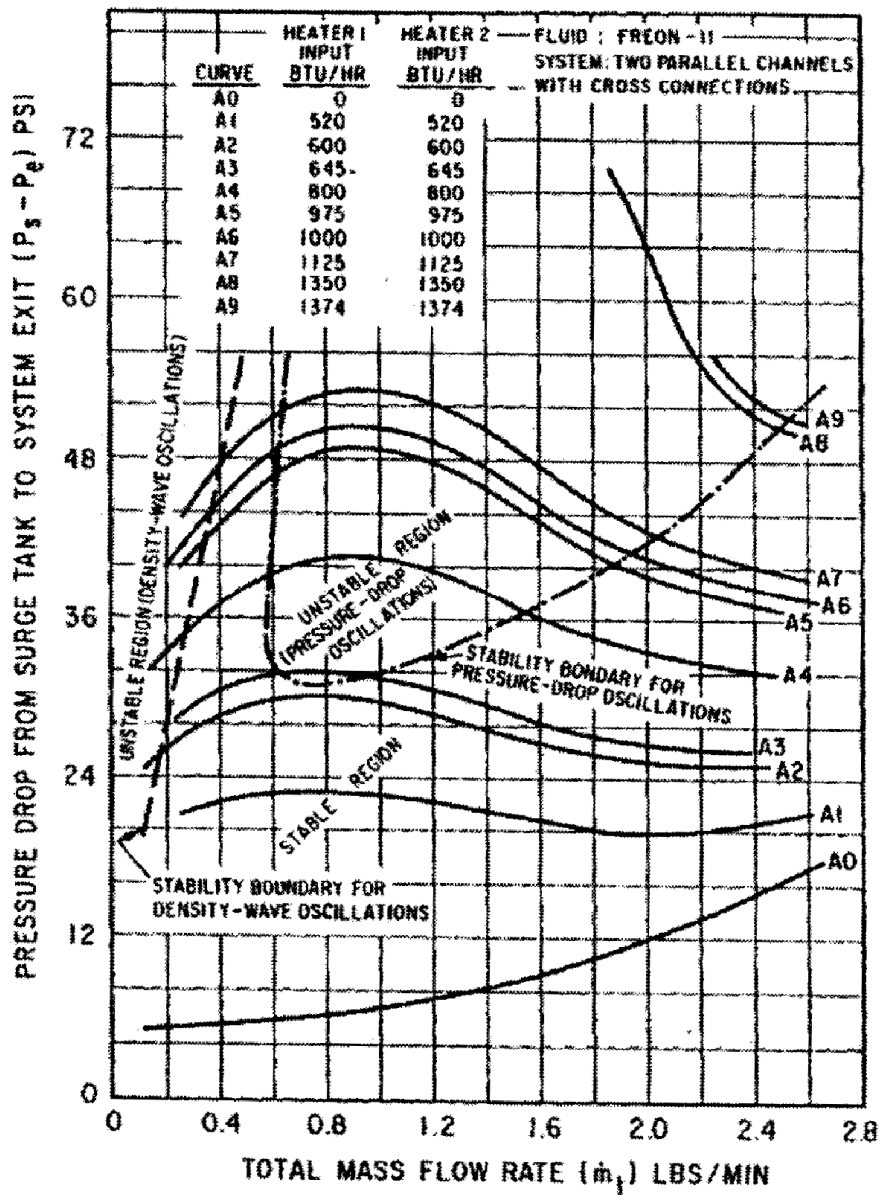
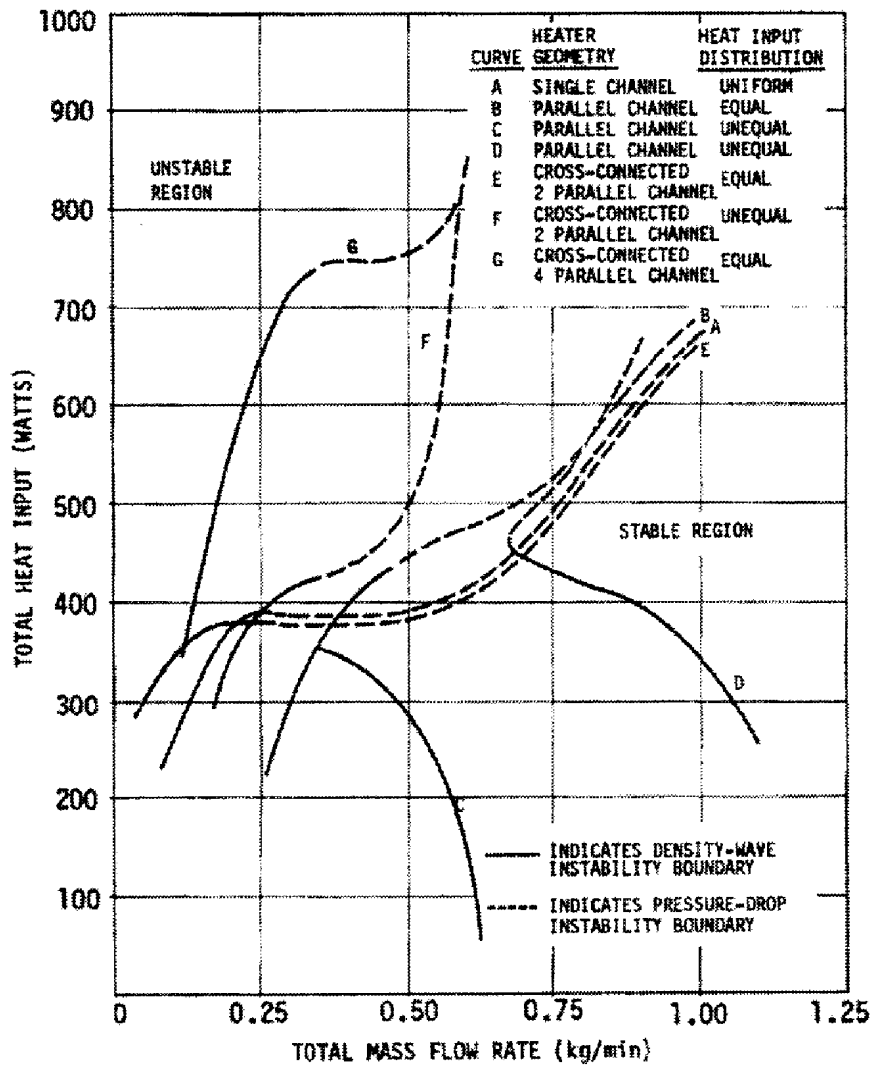


Fig. 3.17 Mappa instabilità per canali paralleli con cross-connections – distribuzione non omogenea dei flussi termici [20]

Il sistema di tubi in parallelo con cross-connections (fig. c) è quello generalmente più utilizzato nei generatori di vapore industriali; sono ad esempio costruiti in questo modo i tubi evaporatori delle caldaie di centrali termoelettriche convenzionali). Una delle ragioni di questa scelta è proprio legata alla stabilità del sistema: si è infatti osservato sperimentalmente che un sistema di questo tipo è molto più stabile di un sistema con tubi semplicemente paralleli.

A differenza del caso dei canali paralleli, si è osservato che le instabilità nei canali con cross-connections sono *in fase* tra loro e l'ampiezza delle oscillazioni a monte dei condotti è la somma algebrica di quelle all'interno dei condotti paralleli. Le ampiezze di oscillazione sono quindi più elevate rispetto al caso dei canali in parallelo senza cross-connections.



3.18 Mappa instabilità per diverse configurazioni del sistema [20]

Nella figura 3.18 viene riportato un esempio di mappa con i limiti di instabilità per differenti geometrie e diversi parametri di sistema. Dal punto di vista delle oscillazioni di *cadute di pressione* si nota che il sistema a singolo canale, quello con due canali in parallelo e quello con cross-connections (rispettivamente curve A, B, E), si comportino allo stesso modo per un flusso termico distribuito in modo omogeneo, e che il sistema più stabile da questo punto di vista è quello con quattro canali interconnessi. Inoltre se si osservano i limiti di stabilità per oscillazioni dovute a onde di densità, si nota come, anche in questo caso, il sistema più stabile è quello con quattro condotti posti in parallelo con interconnessioni tra i canali (curva G), seguito da quello a singolo canale (curva A) e dal sistema a due tubi con cross-connections e flusso non uniforme (curva F). In tal modo si dimostra che, come già precedentemente accennato, per ottenere generatori di vapore che abbiano un range di funzionamento in condizioni stabili il più ampio possibile, è auspicabile avere:

1. Numerosi canali in parallelo;
2. Interconnessioni tra i canali;
3. Un flusso termico uniformemente distribuito;

In tal caso si riesce a garantire una sufficiente controllabilità e sicurezza dell'impianto sia in fase di regolazione e avviamento, sia in situazioni incidentali che possono comportare la variazione del flusso termico o della portata di refrigerante.

Instabilità della distribuzione delle portate in canali in parallelo

Le instabilità dinamiche appena descritte non sono gli unici fenomeni di instabilità riscontrabili nel deflusso di una miscela bifase all'interno di canali in parallelo. Un altro tipo di instabilità è quella legata alla distribuzione delle portate tra i diversi canali; questo tipo di instabilità è generalmente classificabile come instabilità *statica* ed è connessa in qualche modo al fenomeno dell'instabilità di Ledinegg. Si suppone ad esempio di avere un sistema che abbia una curva caratteristica che presenta una zona a pendenza negativa ($\frac{\partial \Delta p}{\partial G} < 0$). Per una data condizione di funzionamento, esistono differenti stati di equilibrio equiprobabili tra loro. È quindi sconsigliabile lavorare in queste condizioni perchè piccole perturbazioni del sistema potrebbero modificare completamente la distribuzione delle portate inducendo:

- continui spostamenti di fluido e problemi strutturali connessi
- disuniformità dello scambio termico tra i tubi
- rischio di raggiungere il *burn-out* in tubi che non ricevono sufficiente portata in massa

4. Metodi di analisi della stabilità di un generatore di vapore con canali in parallelo

La classificazione proposta ha fornito elementi sufficienti ad identificare i fenomeni in gioco nella comparsa delle instabilità oltre che a fornire i motivi sufficienti a giustificare il loro studio. I fenomeni che hanno suscitato più interesse dal punto di vista della sicurezza e del controllo di sistemi caratterizzati da un fluido in cambiamento di fase sono:

- Instabilità di Ledinegg;
- Oscillazioni delle onde di densità;
- Oscillazioni delle cadute di pressione;
- Instabilità acustiche;
- Instabilità del flow-pattern.

Lo studio della curva caratteristica effettuato nel capitolo 2 ha permesso di eliminare la possibilità che il generatore di vapore studiato potesse incorrere in instabilità di Ledinegg e di cadute di pressione.

Nelle prossime sezioni verranno descritti due approcci differenti per lo studio delle onde di densità. Uno è il metodo storico utilizzato sin da subito per lo studio di queste problematiche e vede l'applicazione della teoria del controllo dei sistemi a retroazione al condotto con fluido in cambiamento di fase (ved. [25]); l'altro è un metodo di sviluppo più recente nel quale si utilizzano i moderni strumenti numerici per la risoluzione delle equazioni di conservazione di massa, energia e quantità di moto in condizioni *non stazionarie* (ved. [26] e [27]).

Entrambe le metodologie permettono di studiare il sistema al variare delle condizioni di funzionamento e costruire così mappe di stabilità caratteristiche dell'oggetto studiato.

4.1 Notazione e simboli

Nello sviluppo dei modelli seguenti è stata utilizzata la seguente notazione:

g =accelerazione gravitazionale

α =angolo di inclinazione delle eliche

L_H =lunghezza canale;

A =area sezione condotto;

t =tempo;

z =coordinata curvilinea;

s =variabile complessa del dominio di Laplace;

u =velocità;

G =portata specifica;

W =portata in massa;

P =pressione;

ρ =densità;

v =volume specifico;

h =entalpia;

x =titolo termodinamico della miscela;

q =calore trasferito per unità di volume;

y_1 =coordinata curvilinea corrispondente alla separazione tra regione di liquido sottoraffreddato e regione bifase;

y_2 =coordinata curvilinea corrispondente alla separazione tra regione bifase e regione di vapore surriscaldato;

δx =perturbazione della generica grandezza x ;

\tilde{X} =trasformata di Laplace della perturbazione della generica grandezza x ⁷;

N_e =numero canali in parallelo;

N_s =numero di suddivisioni del tratto sottoraffreddato.

Pedici

l =liquido;

v =vapore;

⁷ La trasformata di Laplace della densità è indicata con Π

TP =bifase;

lv =differenza proprietà tra liquido e vapore;

0 =condizioni stazionarie;

I =regione liquido sottoraffreddato;

II =regione miscela bifase;

III =regione vapore surriscaldato;

j =canale j-esimo;

i =nodo i-esimo;

$fric$ =attrito;

g =gravitazionale;

acc, z =accelerazione spaziale;

acc, t =accelerazione temporale;

loc =localizzate.

4.2 Analisi in frequenza: modello matematico

Lo studio della stabilità del sistema è stata effettuata costruendo un modello matematico con le seguenti ipotesi e assunzioni:

- Sistema composto da tre regioni: sottoraffreddata, satura, surriscaldata
- Deflusso a sviluppo monodimensionale
- Utilizzo del modello omogeneo nella regione bifase
- Fluido monofase considerato incomprimibile
- Le cadute di pressione sono piccole e le proprietà del fluido si possono considerare costanti e pari a quelle della pressione media del condotto
- Assenza di ebollizione sottoraffreddata (separazione netta tra zona monofase e zona bifase)
- Equilibrio termodinamico tra le fasi
- Flusso termico di parete costante nel tempo e uniformemente distribuito

- Transitori di temperatura della parete del canale trascurabili
- Differenza di pressione ai capi del canale fissate e costanti nel tempo
- Ampiezza delle oscillazioni piccola rispetto ai valori stazionari

L'utilizzo del modello omogeneo generalmente non comporta grossi errori se le fasi della miscela hanno densità simile e se le portate in gioco sono sufficientemente alte; tali condizioni in questo caso non sono completamente soddisfatte ma si è scelto comunque di procedere con tale approssimazione per semplicità e perchè lo scopo dello studio è quello di dare una descrizione qualitativa del fenomeno. Solitamente trattazioni più precise e approfondite del fenomeno vengono effettuate mediante l'ausilio di metodi numerici e l'utilizzo di modelli a fasi separate come ad esempio il modello *drift-flux*.

L'approssimazione di flusso termico imposto costante sembrerebbe essere invece molto più pesante in un sistema il cui scambio termico è controllato dalla temperatura di parete. Tuttavia questa è giustificabile se si osserva che le onde di densità hanno tempi caratteristici molto minori se confrontati con quelli delle fluttuazioni termiche e che l'analisi viene effettuata in un intorno piccolo delle condizioni stazionarie; in questo modo risulta ragionevole assumere che i profili di temperatura delle pareti del canale non subiscano variazioni e conseguentemente anche il flusso termico trasferito. Con le stesse considerazioni è possibile giustificare la scelta di trascurare l'effetto dei transitori di temperatura delle pareti del canale e di assumere equilibrio termodinamico tra le fasi. Per quanto riguarda l'assenza di ebollizione sottoraffreddata, si è ipotizzato che questa abbia un ruolo secondario nello sviluppo delle onde di densità.

La scelta di avere una pressione media di riferimento del condotto costante è giustificata in quanto le cadute di pressione totali sono dell'ordine di 2 bar; le proprietà quindi possono essere considerate costanti senza commettere grossi errori.

L'assunzione di sviluppo del moto in un'unica dimensione costituisce un'ulteriore approssimazione nel caso dei tubi ad elica; il deflusso in sistemi così costituiti è caratterizzato dalla presenza di moti secondari che contribuiscono ad aumentare le cadute di pressione ed il coefficiente di scambio termico. Per includere l'effetto di questi fenomeni si sono introdotti fattori correttivi semi-empirici e si è assunto che questi fossero sufficienti a descrivere la dinamica del sistema.

Lo schema di riferimento per la costruzione del modello è descritto nella figura 4.1

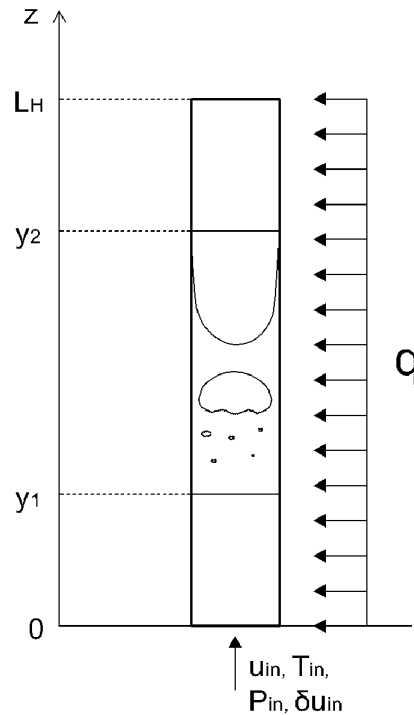


Fig. 4.1 Schema di riferimento del canale

Nella derivazione delle formule l'approccio utilizzato è stato simile per tutte le equazioni di conservazione ed in tutte le regioni considerate:

- Individuazione dello stato stazionario del sistema (indicato con pedice 0) e integrazione lungo la direzione assiale;
- Linearizzazione delle grandezze di stato del sistema con la

$$X(z, t) = X_0(z) + \delta X(z, t) \quad (4.1)$$

con X generica grandezza di stato e $\delta X(z, t)$ piccola perturbazione;

- Trasformazione integrale di Laplace dell'equazione considerata;
- Integrazione lungo la direzione assiale;
- Differenza tra stato perturbato e stato stazionario.

In questo modo si è riusciti ad individuare le cosiddette *funzioni di trasferimento* definite come quelle particolari funzioni, nel dominio di complesso di Laplace, che associano ad un vettore di perturbazioni in ingresso $\delta \vec{x}_{in}$ il vettore delle perturbazioni in uscita $\delta \vec{y}_{out}$.

Le equazioni di conservazione considerate sono le seguenti:

$$\frac{\partial \rho(z, t)}{\partial t} + \frac{\partial [\rho(z, t) u(z, t)]}{\partial z} = 0 \quad (4.2)$$

(4.3)

$$\rho(z, t) \frac{\partial h(z, t)}{\partial t} + \rho(z, t) u(z, t) \frac{\partial h(z, t)}{\partial z} = q(z, t) \quad (4.4)$$

4.2.1 Regione liquido sottoraffreddato

Perturbazione della velocità in ingresso

Nella prima regione considerata si è assunto un flusso incomprimibile; si possono scrivere quindi le

$$\frac{\partial \rho_l(z, t)}{\partial t} = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \rho_l(z, t)}{\partial z} = 0 \quad (4.6)$$

che impongono l'invarianza temporale e spaziale della densità.

L'equazione della continuità (4.2) diviene dunque

$$\rho_l \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = 0. \quad (4.7)$$

Scrivendo la velocità all'interno della prima regione come

$$u_I(z, t) = u_{I,0}(z) + \delta u_I(z, t) \quad (4.8)$$

e considerando che in condizioni stazionarie

$$\rho_l \frac{\partial u_{I,0}(z)}{\partial z} = 0. \quad (4.9)$$

si ricava che la perturbazione della velocità nella regione I è costante lungo la direzione z e pari a quella in ingresso:

$$\delta u_I(z, t) = \delta u_{I,in}(t) \quad (4.10)$$

Per effettuare l'analisi nel dominio complesso delle frequenze è conveniente trasformare secondo *Laplace* la 4.10 ottenendo:

$$\tilde{U}_I(z, s) = \tilde{U}_I(s) \quad (4.11)$$

Perturbazione dell'entalpia in ingresso

Si prende ora in considerazione la 4.4 e allo stesso modo ponendo

$$h_I(z, t) = h_{I,0}(z) + \delta h_I(z, t) \quad (4.12)$$

tenendo conto delle condizioni di incomprimibilità (4.6, 4.5) e delle 4.9 4.10 si ottengono le:

$$\rho_I u_{I,0} \frac{\partial [h_{I,0}(z)]}{\partial z} = q \quad (4.13)$$

$$\rho_I \frac{\partial [\delta h_I(z, t)]}{\partial t} + \rho_I [u_{I,0} + \delta u_I(t)] \frac{\partial [h_{I,0}(z) + \delta h_I(z, t)]}{\partial z} = q. \quad (4.14)$$

Trascurando gli infinitesimi di ordine superiore e trasformando secondo Laplace si ottiene l'equazione:

$$\frac{d[\tilde{H}_I(z, s)]}{dz} + \frac{s}{u_{I,0}} \tilde{H}_I(z, s) = -\frac{q}{\rho_I u_{I,0}^2} \tilde{U}_I(s). \quad (4.15)$$

L'equazione può essere risolta imponendo come condizione al contorno

$\tilde{H}_I(z = 0, s) = \tilde{H}_{I,in}(s)$, valutata alla fine della regione monofase ($z = y_1$) per ottenere la perturbazione di entalpia all'ingresso della regione bifase:

$$\tilde{H}_I(y_1, s) = \exp(-s\tau_I) \tilde{H}_{I,in}(s) - \frac{q y_1}{\rho_I u_{I,0}} \left[\frac{1 - \exp(-s\tau_I)}{s\tau_I} \right] \frac{\tilde{U}_I(s)}{u_{I,0}} \quad (4.16)$$

con τ_I tempo impiegato dal fluido per percorrere la regione I del canale

$$\tau_I = \int_0^{y_1} \frac{dz}{u_{I,0}}. \quad (4.17)$$

Perturbazione del fronte di ebollizione

Si considera ora la perturbazione del *fronte di ebollizione*. Avendo assunto che il flusso termico imposto fosse uniforme e costante nel tempo, l'entalpia del condotto cresce linearmente con la coordinata assiale z . Si può dire allora che una variazione di entalpia al confine di ebollizione comporta una perturbazione della lunghezza della regione monofase pari a:

$$\delta y_1(t) = \frac{h(t, y_{1,0} + \delta y_1(t)) - h(y_{1,0})}{\left[\frac{dh(y_{1,0})}{dz} \right]_0} \quad (4.18)$$

Sostituendo la 4.13 nella 4.18, trasformando secondo Laplace e, tenendo presente la variazione di entalpia alla fine della regione monofase (4.16), si ottiene la funzione di trasferimento della perturbazione della lunghezza non bollente in funzione delle perturbazioni di velocità e dell'entalpia del fluido in ingresso:

$$\tilde{Y}_1(s) = -\frac{G_0}{q} \exp(-s\tau_I) \tilde{H}_{I,m}(s) + y_{1,0} \left[\frac{1 - \exp(-s\tau_I)}{s\tau_I} \right] \frac{\tilde{U}_I(s)}{u_{I,0}} \quad (4.19)$$

La 4.19 è di semplice interpretazione fisica:

- una perturbazione positiva della velocità in ingresso può essere vista come un aumento di portata in massa entrante nel canale; per poter portare a saturazione una maggiore quantità di fluido, è necessaria una quantità maggiore di calore fornito dall'esterno; tale aumento si traduce in un aumento della posizione assiale dove avviene la saturazione;
- avere una perturbazione positiva dell'entalpia in ingresso significa trovarsi più vicini alle condizioni di saturazione, questo comporta una diminuzione della posizione assiale in corrispondenza della quale avviene la saturazione.

Perturbazione delle cadute di pressione

Si prende ora in considerazione l'equazione di conservazione della quantità di moto (4.3) e la si integra nello spazio tra l'ingresso del condotto ed il confine di ebollizione. In condizioni stazionarie si ottiene:

$$\begin{aligned} \Delta P_{I,0} &= \int_0^{y_{1,0}} [-\rho_l g \sin(\alpha) - \sum_i \frac{k_{loc,i}}{2} \rho_l u^2(z) \delta(z - z_i) - k_{fric}(z) \rho_l u^2(z)] dz \\ &= \Delta P_{I,0,g} + \Delta P_{I,0,loc} + \Delta P_{I,0,fric} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Inserendo invece le grandezze perturbate si ottiene:

$$\begin{aligned} \Delta P_{I,0} + \delta[\Delta P_I(t)] = & \int_0^{y_{1,0} + \delta y_1(t)} < -\rho_l g \sin(\alpha) - \rho_l \frac{\partial[u_{I,0}(z) + \delta u_I(z,t)]}{\partial t} + \\ & - \sum_i \frac{k_{loc,i}}{2} \rho_l [u_{I,0}(z) + \delta u_I(z,t)]^2 \delta(z - z_i) - k_{fric}(z,t) \rho_l [u_{I,0}(z) + \delta u_I(z,t)]^2 + \\ & - \rho_l [u_{I,0}(z) + \delta u_I(z,t)] \frac{\partial[u_{I,0}(z) + \delta u_I(z,t)]}{\partial z} > dz \quad (4.21) \end{aligned}$$

Combinando le due equazioni, assumendo un k_{fric} medio che non varia se si hanno piccole perturbazioni dello stato del sistema, trasformando secondo Laplace finalmente si ottiene la funzione di trasferimento che mette in relazione le cadute di pressione nella regione di liquido sottoraffreddato con le perturbazioni in ingresso:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{P}_I(s) = & \Delta P_{I,0,g} \frac{\tilde{Y}_1(s)}{y_{1,0}} + \Delta P_{I,0,fric} \left(\frac{\tilde{Y}_1(s)}{y_{1,0}} + 2 \frac{\tilde{U}_I(s)}{u_{I,0}} \right) + \\ & - G_0 y_{1,0} s \frac{\tilde{U}_I(s)}{u_{I,0}} + 2 \Delta P_{I,0,loc} \frac{\tilde{U}_I(s)}{u_{I,0}} \quad (4.22) \end{aligned}$$

4.2.2 Regione bifase

Perturbazione della velocità

Nella regione bifase si è scelto di utilizzare il modello omogeneo; si possono quindi utilizzare le stesse leggi di conservazione per fluidi monofase curandosi di utilizzare le proprietà di miscela. Inoltre, avendo fatto l'assunzione che la miscela sia in equilibrio termodinamico, tali proprietà sono funzione del solo titolo e della pressione; nel particolare per la nostra analisi sono necessarie le espressioni della densità della miscela e dell'entalpia:

$$\frac{1}{\rho_{TP}} = v_l + x v_v; \quad (4.23)$$

$$h_{TP} = h_l + x h_v. \quad (4.24)$$

Differenziando le 4.23 , 4.24 rispetto al titolo e servendosi delle leggi di conservazione della massa e dell'energia (4.2, 4.4) si può ricavare che, in caso di flusso termico e pressione della miscela costanti, è sempre vero che

$$\frac{\partial u_{II}(z, t)}{\partial z} = q \frac{v_{lv}}{h_{lv}} \triangleq \Omega. \quad (4.25)$$

Dalla 4.25 si ricava, perturbando la velocità ($u_{II}(z, t) = u_{II,0}(z) + \delta u_{II}(z, t)$)

$$u_{II,0}(z) = u_{I,0}(y_{1,0}) + \Omega(z - y_{1,0}); \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial \delta u_{II}(z, t)}{\partial z} = 0. \quad (4.27)$$

Le perturbazioni della velocità restano costanti lungo la coordinata assiale nella zona bifase; per trovare la relazione che lega queste perturbazioni con quelle della regione monofase si integra la 5 dal fronte di ebollizione fino alla coordinata generica z' appartenente alla regione bifase ottenendo:

$$\int_{y_{1,0} + \delta y_1(t)}^{z'} \frac{\partial [u_{II,0}(z) + \delta u_{II}(z, t)]}{\partial z} dz = \int_{y_{1,0} + \delta y_1(t)}^{z'} \Omega dz; \quad (4.28)$$

$$\int_{y_{1,0}}^{z'} \frac{\partial u_{II,0}(z)}{\partial z} dz = \int_{y_{1,0}}^{z'} \Omega dz. \quad (4.29)$$

dalle quali si ricava, trasformando secondo Laplace

$$\tilde{U}_{II}(s) = \tilde{U}_I(s) - \Omega \tilde{Y}_1(s) \quad (4.30)$$

Perturbazione del titolo

Per poter ricavare una relazione che fornisce le oscillazioni del titolo lungo la regione bifase del canale è utile riscrivere l'equazione di conservazione dell'energia (4.4), andando a sostituire alla densità e all'entalpia le 4.23 e 4.24. , ottenendo la

$$\frac{\partial x(z, t)}{\partial t} + u(z, t) \frac{\partial x(z, t)}{\partial z} - \Omega x(z, t) = \frac{\Omega v_l}{v_{lv}}. \quad (4.31)$$

Perturbando il titolo ($x(z, t) = x_0(z) + \delta x(z, t)$), trasformando secondo Laplace si ottiene la

$$\frac{d\tilde{X}(z, s)}{dz} + \frac{s - \Omega}{u_{II,0}(z)} \tilde{X}(z, s) = -\frac{\Omega}{G_0 v_{lv}} \frac{\tilde{U}_{II}(s)}{u_{II,0}(z)}, \quad (4.32)$$

dove è stata utilizzata

$$\frac{\partial x_0(z)}{\partial z} = \frac{\Omega}{G_0 v_{lv}}. \quad (4.33)$$

La 4.32 può essere risolta imponendo come condizione al contorno la :

$$\tilde{X}(y_1, s) = \frac{\tilde{H}_{II}(y_1, s)}{h_{lv}} = -\frac{\Omega}{G_0 v_{lv}} \tilde{Y}_1(s), \quad (4.34)$$

nella quale si è fatto uso della 4.18. Dalla 4.3 possiamo dedurre che ad una perturbazione dell'entalpia al confine di ebollizione corrisponde una perturbazione del titolo in ingresso inversamente proporzionale al calore latente di saturazione del fluido. D'altra parte una perturbazione del confine di ebollizione può essere intesa come un ritardo nel raggiungimento delle condizioni di saturazione. Una variazione positiva della lunghezza non bollente è quindi causa di una variazione negativa del titolo di vapore all'ingresso della regione bifase.

La soluzione della 4.32 risulta essere:

$$\begin{aligned} \tilde{X}(z, s) = & \tilde{X}(y_1, s) \exp[-(s - \Omega)\tau_2(z)] + \\ & -\frac{1}{G_0 v_{lv}} \frac{\Omega}{s - \Omega} \left(1 - \exp[-(s - \Omega)\tau_2(z)]\right) \tilde{U}_{II}(s); \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\Omega} \log\left(\frac{u_{II,0}(z)}{u_{II,0}(y_{1,0})}\right). \quad (4.36)$$

Perturbazione della densità

Prendendo ora in considerazione l'equazione, perturbando titolo e densità della miscela, trasformando secondo Laplace, si ottiene:

$$\tilde{\Pi}(z, s) = -\frac{G_0^2 v_{lg}}{u_{II,0}^2(z)} \tilde{X}(z, s). \quad (4.37)$$

Perturbazione delle cadute di pressione

Per poter trovare una relazione che lega le oscillazioni delle cadute di pressione all'interno della regione bifase si considera l'equazione 4.3 e la si integra dal fronte di ebollizione fino alla fine del canale (se non si raggiungono le condizioni di vapore surriscaldato) o fino alla coordinata $y_2(t)$ dove la miscela raggiunge le condizioni di vapore saturo. Nell'ultimo caso le due equazioni risultano essere:

$$\begin{aligned} \Delta P_{II,0} = & - \int_{y_{1,0}}^{y_{2,0}} \rho_{II,0}(z) g \sin(\alpha) dz - \int_{y_{1,0}}^{y_{2,0}} \rho_{II,0}(z) u_{II,0}(z) \frac{\partial u_{II,0}(z)}{\partial z} dz + \\ & - \int_{y_{1,0}}^{y_{2,0}} k_{fric,II} \rho_{II,0}(z) u_{II,0}^2(z) dz \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{II,0} + \delta[\Delta P_{II}(t)] = & - \int_{y_{1,0} + \delta y_1(t)}^{y_{2,0} + \delta y_2(t)} [\rho_{II,0}(z) + \delta \rho_{II}(z, t)] g \sin(\alpha) dz + \\ & - \int_{y_{1,0} + \delta y_1(t)}^{y_{2,0} + \delta y_2(t)} [\rho_{II,0}(z) + \delta \rho_{II}(z, t)] [u_{II,0}(z) + \delta u_{II}(z, t)] \frac{\partial [u_{II,0}(z) + \delta u_{II}(z, t)]}{\partial z} dz + \\ & - \int_{y_{1,0} + \delta y_1(t)}^{y_{2,0} + \delta y_2(t)} k_{fric,II} [\rho_{II,0}(z) + \delta \rho_{II}(z, t)] [u_{II,0}(z) + \delta u_{II}(z, t)]^2 dz + \\ & - \int_{y_{1,0} + \delta y_1(t)}^{y_{2,0} + \delta y_2(t)} [\rho_{II,0}(z) + \delta \rho_{II}(z, t)] \frac{\partial [u_{II,0}(z) + \delta u_{II}(z, t)]}{\partial t} dz \end{aligned} \quad (4.39)$$

Sottraendo membro a membro le due equazioni, trascurando gli infinitesimi di ordine superiore, trasformando secondo Laplace e utilizzando la 4.2, si ottengono:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{P}_{g,II}(s) = & - \int_{y_{1,0}}^{y_{2,0}} \tilde{\Pi}_{II}(z, s) g \sin(\alpha) dz + \rho_l g \sin(\alpha) \tilde{Y}_1(s) + \\ & - \rho_v g \sin(\alpha) \tilde{Y}_2(s) \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\Delta \tilde{P}_{acc,t,II}(s) = - \int_{y_{1,0}}^{y_{2,0}} \rho_{II,0}(z) s \tilde{U}_{II}(s) dz; \quad (4.41)$$

$$\Delta \tilde{P}_{acc,z,II}(s) = - \int_{y_{1,0}}^{y_{2,0}} \Omega [\rho_{II,0}(z) \tilde{U}_{II}(s) + u_{II,0}(z) \tilde{\Pi}_{II}(z, s)] dz +$$

$$+ \rho_l u_{I,0} \Omega \tilde{Y}_1(s) - \rho_v u_{III,0} \Omega \tilde{Y}_2(s); \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{P}_{fric,II}(s) = & \rho_l u_{I,0}^2 k_{fric,I} \tilde{Y}_1(s) - \rho_v u_{III,0}^2 k_{fric,III} \tilde{Y}_2(s) + \\ & - \int_{y_{1,0}}^{y_{2,0}} k_{fric,II} [2 \rho_{II,0}(z) u_{II,0}(z) \tilde{U}_{II}(s) + u_{II,0}^2(z) \tilde{\Pi}_{II}(z, s)] dz; \end{aligned} \quad (4.43)$$

ed infine le funzioni di trasferimento delle cadute di pressione nella regione bifase:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{P}_{g,II}(s) = & \frac{\Delta P_{g,II,0}}{\log(\nu)} \frac{\Omega}{(s - \Omega)} \left\{ -\frac{\Omega}{s} [1 - \exp(-s\tau_2)] \left[\frac{\tilde{U}_I(s) - s \tilde{Y}_1(s)}{u_{I,0}} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{\nu - 1}{\nu} \left[\frac{\tilde{U}_I(s) - \Omega \tilde{Y}_1(s)}{u_{I,0}} \right] \right\} + \frac{\Delta P_{g,III,0}}{L_H - y_{2,0}} \tilde{Y}_2 - \frac{\Delta P_{g,I,0}}{y_{1,0}} \tilde{Y}_1; \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\Delta \tilde{P}_{acc,t,II}(s) = -\frac{s}{\Omega} G_0 u_{I,0} \log(\nu) \left[\frac{\tilde{U}_I(s) - \Omega \tilde{Y}_1(s)}{u_{I,0}} \right]; \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{P}_{acc,z,II}(s) = & \frac{\Delta P_{acc,z,II,0}}{(\nu - 1) u_{I,0}} \left\{ \frac{s}{s - \Omega} \log(\nu) [\tilde{U}_I(s) - \Omega \tilde{Y}_1(s)] + \right. \\ & \left. - \left(\frac{\Omega}{s - \Omega} \right)^2 [1 - \exp[(\Omega - s)\tau_2]] [\tilde{U}_I(s) - s \tilde{Y}_1(s)] + \Omega \tilde{Y}_2(s) - \Omega \tilde{Y}_1(s) \right\}; \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{P}_{fric,II}(s) = & -\Delta P_{fric,I,0} \frac{\tilde{Y}_1(s)}{y_{1,0}} + \Delta P_{fric,III,0} \frac{\tilde{Y}_2(s)}{L_H - y_{2,0}} + \\ & + \frac{2 \Delta P_{II,fric,0}}{\nu + 1} \left\{ \frac{2s - \Omega}{s - \Omega} \left[\frac{\tilde{U}_I(s) - \Omega \tilde{Y}_1(s)}{u_{I,0}} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{\Omega^2}{(s - \Omega)} \left[\frac{1 - \exp[(2\Omega - s)\tau_2]}{(\nu - 1)(2\Omega - s)} \right] \left[\frac{\tilde{U}_I(s) - s \tilde{Y}_1(s)}{u_{I,0}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.47)$$

nelle quali si sono sostituiti i valori di ΔP in condizioni stazionarie. Per il termine di caduta di pressione per attrito si è fatta l'ipotesi che $k_{fric,II}$ medio subisce perturbazioni trascurabili e può essere ricavato dalle cadute di pressione per attrito in condizioni stazionarie. Le relazioni risultanti sono

$$\Delta P_{fric,II,0} = -G_0 \frac{k_{fric,II}(u_{III,0}^2 - u_{I,0}^2)}{2\Omega}; \quad (4.48)$$

$$\Delta P_{g,II,0} = -\frac{G_0 g \sin(\alpha)}{\Omega} \log\left(\frac{u_{III,0}}{u_{I,0}}\right); \quad (4.49)$$

$$\Delta P_{acc,z,II,0} = -G_0(u_{III,0} - u_{I,0}); \quad (4.50)$$

$$\nu \triangleq \left(\frac{u_{III,0}}{u_{I,0}}\right). \quad (4.51)$$

Sono state dunque trovate le funzioni di trasferimento per la regione bifase nell'ipotesi che il fluido raggiunga la completa saturazione e passi allo stato di vapore surriscaldato. Se viceversa tali condizioni non vengono raggiunte allora le funzioni di trasferimento sono facilmente modificabili andando ad eliminare i termini dovuti all'oscillazione del confine di saturazione del vapore; si modificano inoltre le definizioni di τ e di ν con le

$$\nu \triangleq \left(\frac{u_{out,0}}{u_{I,0}}\right); \quad (4.52)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\Omega} \log\left(\frac{u_{out,0}}{u_{I,0}}\right). \quad (4.53)$$

4.2.3 Regione vapore surriscaldato

La regione surriscaldata del canale è caratterizzata dal deflusso di vapore surriscaldato supposto incomprimibile. Tale ipotesi è giustificata se si considera che i titoli in uscita di poco superiori all'unità⁸ e che quindi la variazione di densità è trascurabile.

⁸ Il titolo di vapore ha significato fisico se è compreso tra 0 e 1. Tuttavia a volte si utilizzano convenzionalmente titoli superiori all'unità o inferiori allo zero per indicare rispettivamente condizioni di vapore surriscaldato e liquido sottoraffreddato

Perturbazione del fronte di saturazione

Per conoscere l'entità della perturbazione del fronte di saturazione è sufficiente considerare che una variazione positiva della densità alla coordinata $y_{2,0}$ corrisponde una variazione positiva del fronte di ebollizione perchè è necessario più calore per poter portare la miscela in condizioni di vapore saturo. Per piccole perturbazioni si può considerare che l'andamento del fronte di saturazione sia lineare con le variazioni di densità. Utilizzando un'espressione simile alla 4.18 per le variazioni di densità in funzione della coordinata assiale, e servendosi dell'equazione di continuità (4.2) si ottiene:

$$\tilde{Y}_2(s) = \frac{u_{III,0}}{\rho_v \Omega} \tilde{\Pi}_{II}(s, y_{2,0}) \quad (4.54)$$

Perturbazioni di velocità

Così come è stata ricavata la perturbazione nella velocità nella sezione precedente allo stesso modo si può ricavare la perturbazione in uscita dalla regione bifase integrando fino al fronte di saturazione, ottenendo:

$$\tilde{U}_{III}(s) = \tilde{U}_I(s) + \Omega \left(\tilde{Y}_2(s) - \tilde{Y}_1(s) \right). \quad (4.55)$$

Perturbazioni di cadute di pressione

In modo del tutto analogo alla sezione vengono ricavate di seguito le funzioni di trasferimento per le cadute di pressione:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{P}_{III}(s) = & \Delta P_{III,0,fric} \left(2 \frac{\tilde{U}_{III}(s)}{u_{III,0}} - \frac{\tilde{Y}_2(s)}{L_H - y_{2,0}} \right) - \Delta P_{III,0,g} \frac{\tilde{Y}_2(s)}{L_H - y_{2,0}} + \\ & - G_0 (L_H - y_{2,0}) s \frac{\tilde{U}_{III,in}(s)}{u_{III,0}} \end{aligned} \quad (4.56)$$

4.3 Analisi nel dominio temporale: modello matematico

Il modello matematico è stato ottenuto andando a modificare in modo opportuno il modello utilizzato da Y.J.Zhang et al. [27] originariamente pensato per canali evaporatori caratterizzati da titolo della miscela in uscita minore di uno. Esso ha permesso di scrivere un sistema di equazioni differenziali di primo ordine che è stato risolto con l'ausilio di metodi numerici.

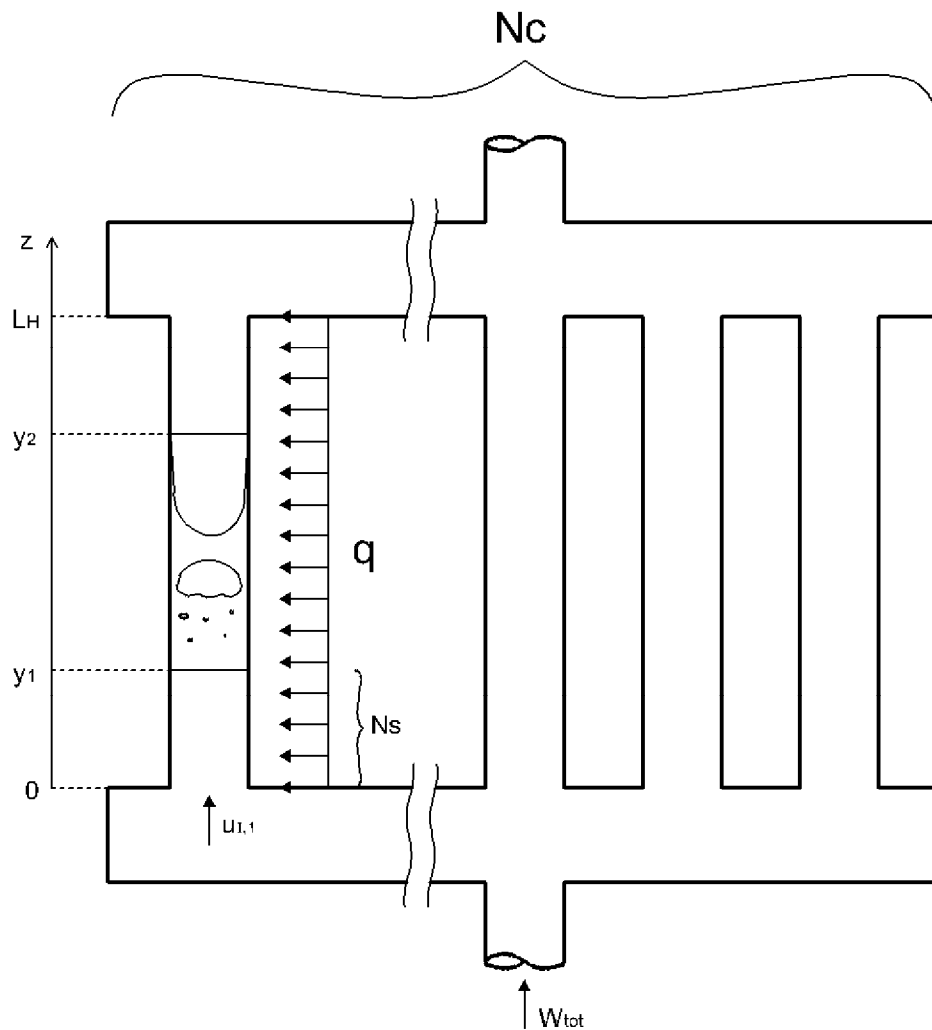
Si considera il set di equazioni di conservazione di massa, quantità di moto ed energia scritte nella seguente forma:

$$\frac{\partial[\rho(z,t)]}{\partial t} + \frac{\partial[\rho(z,t)u(z,t)]}{\partial z} = 0 \quad (4.57)$$

$$(4.58)$$

$$\frac{\partial[\rho(z,t)h(z,t)]}{\partial t} + \frac{\partial[\rho(z,t)u(z,t)h(z,t)]}{\partial z} = q(z,t) \quad (4.59)$$

Si considera il canale in fig., esso è stato suddiviso in tre regioni:



Schema di riferimento per canali in parallelo

- Regione sottoraffreddata
- Regione bifase

- Regione surriscaldata

trascurando così gli effetti dell'ebollizione sottoraffreddata. Il modello costruito consiste nell'integrazione delle eq. 4. 4. 4. lungo le regioni considerate sotto le seguenti ipotesi:

- Deflusso a sviluppo monodimensionale
- Fluido incomprimibile per le regioni monofase
- Modello omogeneo per la regione bifase
- Entalpia funzione lineare della coordinata curvilinea
- Le cadute di pressione sono piccole e le proprietà del fluido si possono considerare costanti e pari a quelle della pressione media del condotto
- Equilibrio termodinamico tra le fasi
- Flusso termico di parete costante nel tempo e uniformemente distribuito
- Transitori di temperatura della parete del canale trascurabili
- Ampiezza delle oscillazioni piccola rispetto ai valori stazionari
- Differenza di pressione ai capi dei canali uguale per tutti i canali

Si noti che le ipotesi sono le stesse del modello precedente; la differenza tra i due metodi non sta quindi nel modo di descrivere il fenomeno fisico ma nel come vengono risolte le equazioni di conservazione.

La regione sottoraffreddata è stata divisa in N_s nodi ai quali corrisponde una coordinata curvilinea variabile nel tempo.

Usando le ipotesi di:

- Fluido incomprimibile
- Entalpia con andamento lineare rispetto alla coordinata curvilinea

si può integrare l'equazione di conservazione dell'energia (eq.4.) tra il nodo (i-1)-esimo e i-esimo ottenendo:

$$\int_{z_{i-1}(t)}^{z_i(t)} \frac{\partial h(z, t)}{\partial t} dz + u_T(t) [h(z_i(t), t) - h(z_{i-1}(t), t)] = \frac{q}{\rho_l} (z_i(t) - z_{i-1}(t)). \quad (4.60)$$

La 0 può essere integrata utilizzando la formula di Leibnitz per integrali con limiti di integrazione variabili e la formula dei trapezi:

$$\frac{dz_i(t)}{dt} = 2u_I(t) - \frac{2N_s q(z_i - z_{i-1})}{\rho_l(h_l - h_{in})} - \frac{dz_{i-1}(t)}{dt} \quad (4.61)$$

Dalla conservazione della massa per l'intero canale si può scrivere

$$\frac{dM_H}{dt} = [\rho_l u_I(t) - \rho_v u_{III}(t)]A. \quad (4.62)$$

La massa di fluido all'interno del canale può essere scritta come:

$$\begin{aligned} M_H &= A \int_0^L \rho(z, t) dz = \\ &= A \left\{ \rho_l y_1(t) + \rho_{TP} [y_2(t) - y_1(t)] + \rho_v [L_H - y_2(t)] \right\} \end{aligned} \quad (4.63)$$

avendo definito

$$\rho_{TP} \triangleq \rho_l \frac{\log(\rho_l/\rho_v)}{\rho_l/\rho_v - 1} \quad (4.64)$$

Dalle 4.6 e 4.6 si ricava la

$$\frac{dy_2(t)}{dt} = \frac{\rho_v u_{III}(t) - \rho_l u_I(t) + (\rho_l - \rho_{TP}) \frac{dy_1(t)}{dt}}{\rho_g - \rho_{TP}} \quad (4.65)$$

Inoltre come già fatto per la 4.5 si ricava l'equazione

$$\frac{du_{III}}{dt} = \frac{du_I}{dt} + \Omega \left(\frac{dy_2}{dt} - \frac{dy_1}{dt} \right) \quad (4.66)$$

A questo punto per ogni canale abbiamo un set di $(N_s - 1) + 3$ equazioni ($(N_s - 1)$ volte 4.6, 4.6, 4.6,4.6) in $N_s + 3$ incognite ($z_i(t), M_H(t), u_I(t), u_{III}(t)$), è necessaria dunque un'ultima condizione che serve alla chiusura del sistema; a tal proposito sono state considerate due differenti configurazioni:

- Canale singolo
- N_c canali in parallelo

Per entrambe le configurazioni la chiusura consiste nell'imporre una determinata differenza di pressione ai capi dei canali. Queste vengono trattate considerando due termini:

- Statico - cadute di pressione che si hanno in condizioni stazionarie per una data portata;
- Dinamico - cadute di pressione legate all'inerzia del fluido e funzioni della variazione della velocità del fluido;

e riscritte evidenziando un termine funzione della variazione della velocità in ingresso ed un termine indipendente da essa.

$$\begin{aligned}
 -\Delta P &= -\Delta P_s(u_I(t)) + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{L_H} \rho(z, t) u(z, t) dz = \\
 &= a \frac{du_I}{dt} + b
 \end{aligned} \tag{4.67}$$

Nella configurazione a *canale singolo* si è utilizzata come condizione di chiusura una differenza di pressione imposta ai capi del canale, quindi

$$-\Delta P = a \frac{du_I}{dt} + b = \text{Costante} \tag{4.68}$$

Per la configurazione con *canali in parallelo* è necessario un ragionamento leggermente più complesso. Bisogna notare che tutte le equazioni considerate vengono riscritte per ogni canale, in questo modo le equazioni necessarie sono N_c .

La differenza di pressione ai capi di tutti i canali dev'essere uguale; sfruttando tale proprietà si possono riscrivere le 4.67 mettendo in relazione la variazione del canale j -esimo con quella del canale uno (preso come riferimento).

$$\frac{du_{I,j}}{dt} = \alpha_j \frac{du_{I,1}}{dt} + \beta_j \quad j = 2, 3, \dots, N; \tag{4.69}$$

$$\alpha_j = \frac{a_1}{a_j}; \tag{4.70}$$

$$\beta_j = \frac{b_1 - b_j}{a_j}. \tag{4.71}$$

In questo modo si ottengono $N_c - 1$ equazioni. L'ultima equazione considerata è la

$$\frac{du_{I,1}}{dt} = \frac{dW_{tot}/dt - \sum_{j=2}^N \rho_l A \beta_j}{\rho_l A (1 + \sum_{j=2}^N \alpha_j)} \tag{4.72}$$

che mette in relazione la variazione di portata totale con la variazione di velocità nei singoli canali. Nella pratica si è utilizzato un valore di dW_{tot}/dt pari a zero corrispondente alle condizioni di portata imposta e costante.

4.4 Mappe di stabilità

Lo studio sperimentale del fenomeno delle onde di densità ha permesso di individuare i principali parametri che ne determinano la comparsa. Come è stato già detto nella sezione questi sono stati riconosciuti nel:

- Grado di sottoraffreddamento del fluido all'ingresso del condotto;
- Flusso termico imposto;
- Tempo di residenza del fluido all'interno del condotto;
- Pressione d'esercizio;
- Portata di fluido.

Per poter ben rappresentare le *isole di instabilità* si costruiscono mappe dette mappe di instabilità andando ad individuare quelli che vengono detti *Marginal Stability Boundary* (MSB).

Data la complessità del fenomeno ed il numero dei parametri dai quali esso dipende, si preferisce utilizzare un criterio di adimensionalizzazione il quale permette di ridurre il numero di variabili indipendenti del sistema. Tale tecnica è abbondantemente utilizzata in discipline prevalentemente sperimentali come la termofluidodinamica in quanto permette di ridurre il numero di esperimenti da effettuare per avere una descrizione completa del fenomeno. È il caso dei criteri di adimensionalizzazione per lo studio delle forze di trascinamento, o quello per l'individuazione dei coefficienti di scambio termico.

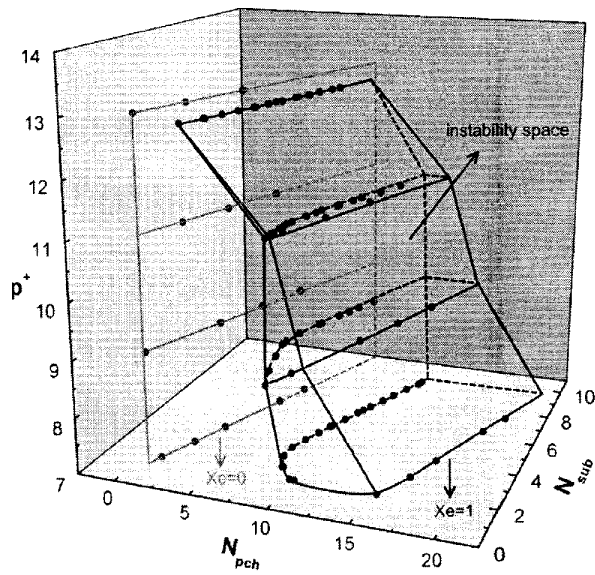
Un esempio di adimensionalizzazione per le onde di densità, utilizzato in [27], vede la definizione di due numeri:

$$N_{pch} = \frac{P_{th}}{W_{tot} h_{lv}} \frac{v_{lv}}{v_l}; \quad (4.73)$$

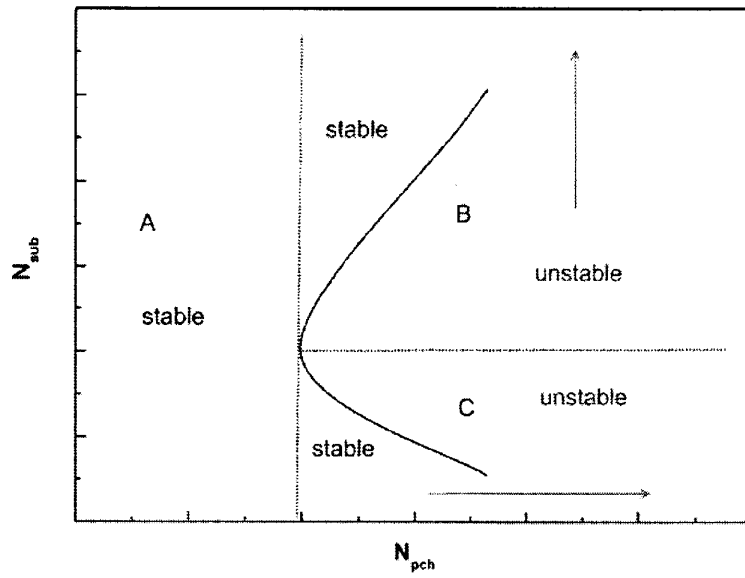
$$N_{sub} = \frac{h_l - h_{in}}{h_{lv}} \frac{v_{lv}}{v_l}. \quad (4.74)$$

Il primo rappresenta il *numero di cambio di stato* ed è infatti definito come il rapporto tra la differenza di entalpia ai capi del condotto ed il calore latente del fluido; il secondo è detto *numero di sottoraffreddamento* e rappresenta il grado di sottoraffreddamento del fluido all'ingresso del canale. Entrambi i numeri sono moltiplicati per il rapporto tra la differenza di volume specifico tra liquido e vapore, ed il volume specifico della fase liquida. Questo permette di correggere i numeri includendo l'effetto destabilizzante che ha la differenza di densità tra le due fasi.

A titolo di esempio si riportano le mappe ricavate nella [27] al variare della pressione di esercizio ed il particolare di un piano a pressione costante .



Esempio di spazio di instabilità con N_{pch} =numero di cambio di fase e N_{sub} =numero di sottoraffreddamento [27]



Esempio di MSB con N_{pch} =numero di cambio di fase e N_{sub} =numero di sottoraffreddamento [27]

5. Studio della stabilità di tubi ad elica: analisi di frequenza

Si consideri un canale riscaldato con differenza di pressione ai capi fissata, nel quale entra liquido sottoraffreddato con velocità u_I ; si suppone che questo raggiunga le condizioni di saturazione ed in seguito prosegua il cambiamento di fase fino a raggiungere le condizioni di uscita (surriscaldate o non) e che il tutto sia in condizioni stazionarie. Se un sistema siffatto viene perturbato facendone variare la velocità in ingresso, tale perturbazione si propaga generando una variazione del confine di ebollizione, definito come il punto in cui la temperatura media del fluido raggiunge quella di saturazione alla pressione di esercizio. In seguito a tale perturbazione le cadute di pressione nel tratto monofase subiscono una variazione. Tuttavia la differenza di pressione ai capi del canale è fissata e non può oscillare; affinché questo si verifichi il sistema reagisce variando la caduta di pressione a valle del confine di ebollizione; a sua volta questa genera una variazione della velocità in ingresso che va a sommarsi a quella già esistente. Tale meccanismo di feedback può smorzare la perturbazione in ingresso (*sistema stabile*) o amplificarla (*sistema instabile*). In teoria del controllo un sistema così costituito è detto *sistema a retroazione*. In particolare nel caso analizzato si è considerato lo schema in figura dove la funzione $G(s)$ è la funzione di trasferimento del blocco attivo e rappresenta la *perturbazione delle cadute di pressione nella regione monofase* in seguito alla perturbazione dei parametri relativi all'ingresso del canale; mentre la funzione $H(s)$ è la funzione del blocco retroattivo e rappresenta la risposta delle regioni bifase e surriscaldata in seguito a tale perturbazione necessaria a garantire nulle le oscillazioni delle cadute di pressione complessive.

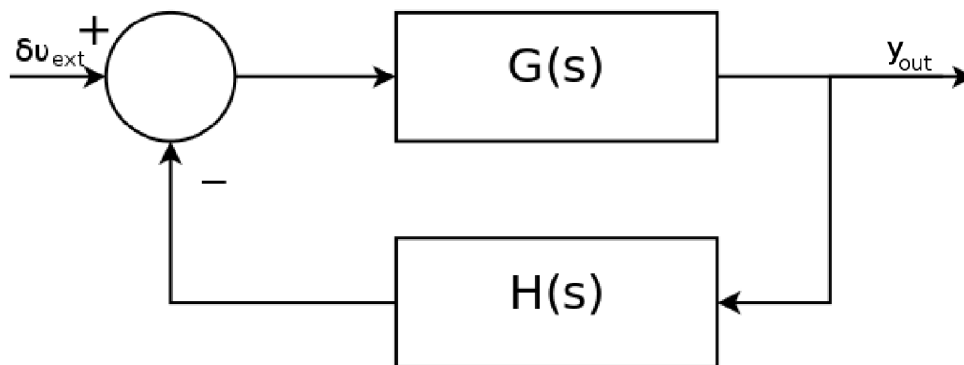


Diagramma a blocchi del sistema studiato

Affinchè il sistema si possa considerare instabile, esso dev'essere auto-eccitato. Se si rimuove il disturbo esterno al sistema, la sola risposta di questo è sufficiente a mantenere l'oscillazione per un tempo indefinito. Tale condizione può essere descritta in termini matematici dalla

$$\delta\nu_{ext}[G(s)H(s)] = -\delta\nu_{ext} \quad (5.1)$$

che può essere riscritta come

$$\delta\nu_{ext}[1 + G(s)H(s)] = 0 \quad (5.2)$$

ed essendo $\delta\nu_{ext} \neq 0$ per ipotesi, il criterio di instabilità per un sistema siffatto è

$$1 + G(s)H(s) = 0. \quad (5.3)$$

La funzione $G(s)H(s)$ è detta *funzione equivalente ad anello aperto*, mentre la funzione di trasferimento equivalente $F(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$ è la *funzione di trasferimento ad anello chiuso*.

5.1 Ritardi interni al sistema

Uno degli aspetti che si sono dovuti affrontare nell'analisi dinamica del sistema è quello connesso ai ritardi interni. Essi possono essere facilmente riconosciuti nelle espressioni delle funzioni di trasferimento ricavate nella sezione 4.2 e presentano una forma del tipo

$$\exp(-\tau_i s). \quad (5.4)$$

Esse rappresentano il ritardo che avviene tra il momento in cui viene emesso un segnale e il momento in cui il sistema reagisce a tale segnale. Questo può essere mostrato se si fa riferimento alla proprietà di *traslazione nel tempo* di cui gode la trasformata di Laplace; essa può essere rappresentata in termini matematici dalla:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{f(t-\tau)H(t-\tau)\} &= e^{-\tau s}\tilde{F}(s) \\ \mathcal{L}^{-1}\{e^{-\tau s}\tilde{F}(s)\} &= f(t-\tau)H(t-\tau); \end{aligned} \quad (5.5)$$

con $H(t)$ funzione Heavyside, $f(t)$ generica funzione e $\tilde{F}(s)$ sua trasformata.

Molto spesso tale fenomeno è causa di oscillazioni dello stato del sistema. Nel caso preso in considerazione si nota come i ritardi siano connessi al tempo che impiega una particella a percorrere il canale

$$\tau = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dz}{u(z)}. \quad (5.6)$$

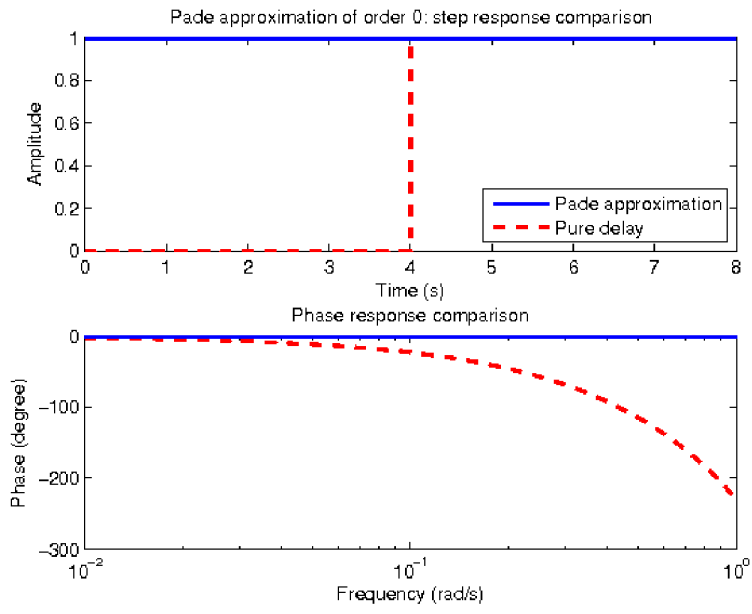
Si può dire quindi che dal punto di vista matematico il modello riesce a tener conto degli aspetti principali del fenomeno. Infatti, come è stato già descritto nella sezione , le oscillazioni delle onde di densità hanno periodi dell'ordine di τ così come viene descritto dal modello.

La trattazione dei ritardi interni è stata semplificata per rendere più agevoli le procedure di calcolo. L'approssimazione che è stata fatta è stata quella di Padé (ved. Appendice A). Secondo tale approssimazione la 5.4 può essere riscritta mediante il rapporto tra polinomi di grado n-esimo:

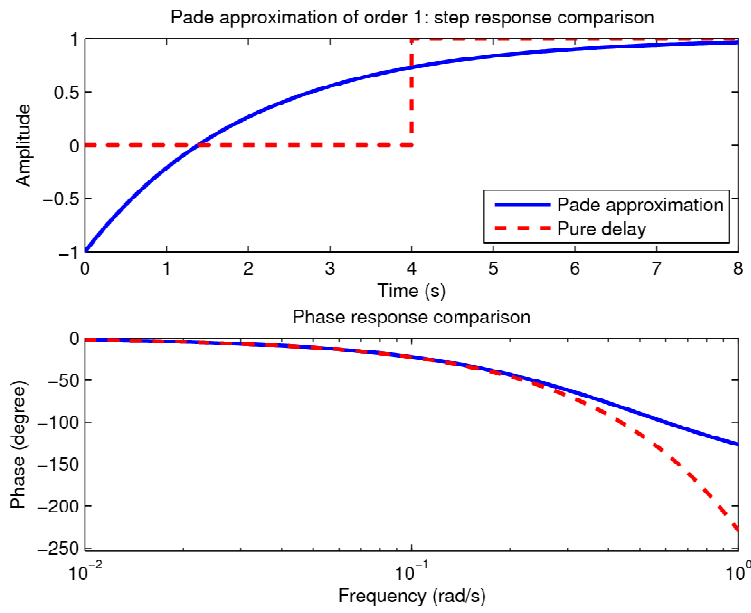
$$\exp(-\tau_i s) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i s^i}{\sum_{i=0}^n b_i s^i}. \quad (5.7)$$

Nelle figure vengono descritti gli andamenti di un sistema reale e i rispettivi andamenti che si ottengono effettuando le approssimazioni di Padé al variare del grado dei polinomi. Il sistema descritto nelle figure è un sistema che presenta un ritardo interno pari a 4 sec: se al tempo 0 si invia un segnale di variazione a gradino della grandezza considerata, il sistema reagirà a tale segnale con 4 sec di ritardo. Il polinomio di Padé cerca di approssimare tale andamento.

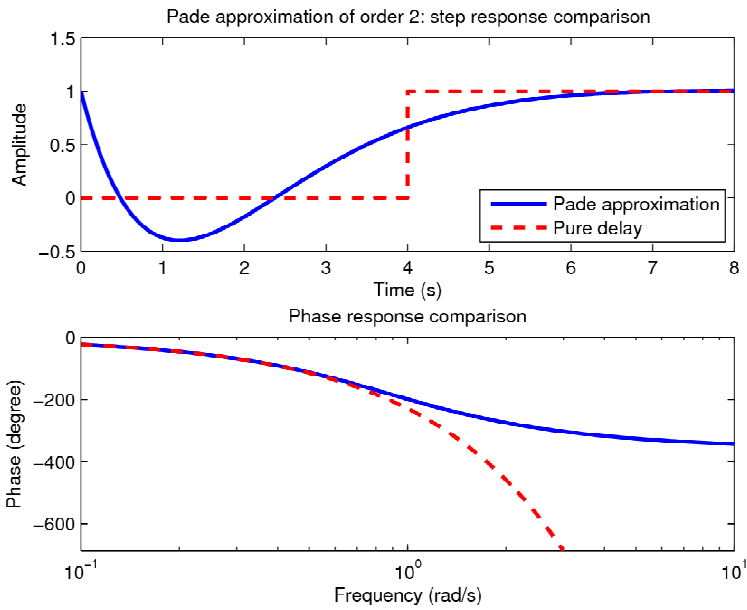
Si nota come l'approssimazione di grado 0 corrisponda ad un sistema che non presenta alcun ritardo nella risposta mentre con l'aumentare del grado del polinomio viene ricostruita sempre meglio la reale risposta del sistema. Tuttavia utilizzare gradi di approssimazione troppo elevati non è consigliabile in quanto questo porterebbe ad un aumento del costo computazionale nonché ad errori numerici; in genere si utilizza un polinomio di primo grado.



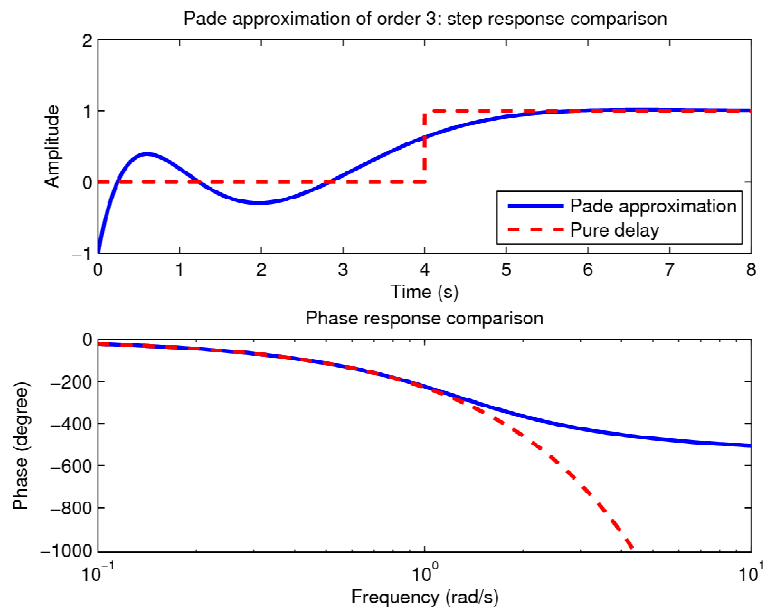
Approssimazione di Padé di terzo grado



Approssimazione di Padé di primo grado



Approssimazione di Padé di secondo grado



Approssimazione di Padé di terzo grado

5.2 Metodo di calcolo

Per lo studio della stabilità è stata sviluppata una funzione in Matlab che fa uso delle librerie Toolbox Control. L'algoritmo implementa il metodo analitico descritto nella sezione 4.2 e permette di ricavare le funzioni di trasferimento ad *anello chiuso* e ad *anello aperto* per il sistema a retroazione di figura con vettore d'ingresso quello delle perturbazioni di velocità e di temperatura.

La funzione ammette come parametri di ingresso:

- Dati geometrici del canale (lunghezza, passo elica, diametro elica, diametro condotto);
- Coefficiente di caduta di pressione localizzata all'ingresso;
- Pressione di esercizio;
- Portata di liquido in ingresso;
- Temperatura del liquido in ingresso;
- Flusso termico imposto alla parete;
- Grado di approssimazione di Padé;

ed è utilizzabile per condotti riscaldati il cui stato del fluido in uscita è di vapore surriscaldato o in cambiamento di fase. Le librerie integrate col software permettono di ricavare, dato un sistema:

- Diagrammi di Bode;
- Diagrammi di Nyquist;
- Poli e zeri delle funzioni di trasferimento.

5.3 Risultati

Il problema è stato studiato considerando come disturbo esterno la sola *oscillazione della velocità* all'ingresso del canale. In questo modo le funzioni di trasferimento del blocco attivo e retro-attivo corrispondono a

$$G(s) = \frac{\tilde{P}_I(s)}{\tilde{U}_I(s)}$$

e

$$H(s) = \frac{\tilde{U}_I(s)}{\tilde{P}_{II}(s) + \tilde{P}_{III}(s)}.$$

Nella figura è mostrato il diagramma di Nyquist della funzione di trasferimento ad anello aperto del sistema in condizioni nominali (tab.2.4) con approssimazione di Padé di ordine 0, ovvero senza ritardi di risposta. La figura mostra che tutti i canali considerati si trovano in una zona stabile in condizioni nominali.

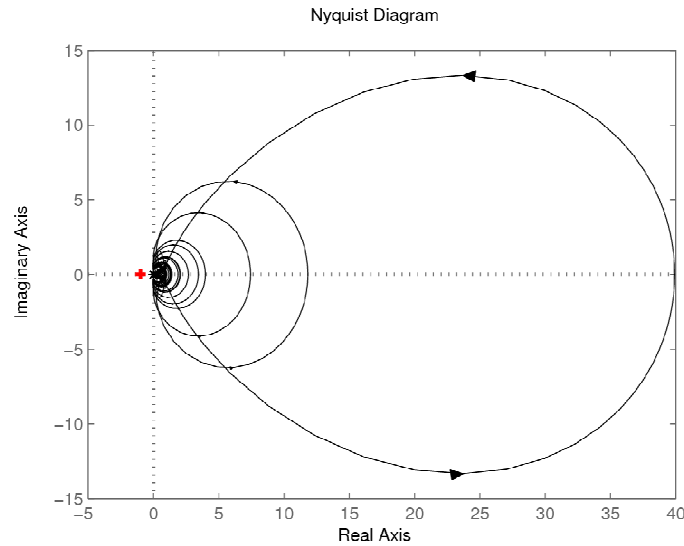


Diagramma di Nyquist del sistema in condizioni nominali - Padé di ordine zero

Tuttavia se si vanno ad osservare i diagrammi di Nyquist con approssimazione di Padé superiori al grado 0 (fig.) si nota come ci siano zone del diagramma che vanno a circondare il punto $(-1, i0)$. Si può quindi dire che i ritardi nel sistema hanno un effetto destabilizzante in quanto questi introducono nuovi modi di oscillazione. All'aumentare del grado di approssimazione di Padé aumenta la complessità dei diagrammi di Nyquist ottenuti (fig)

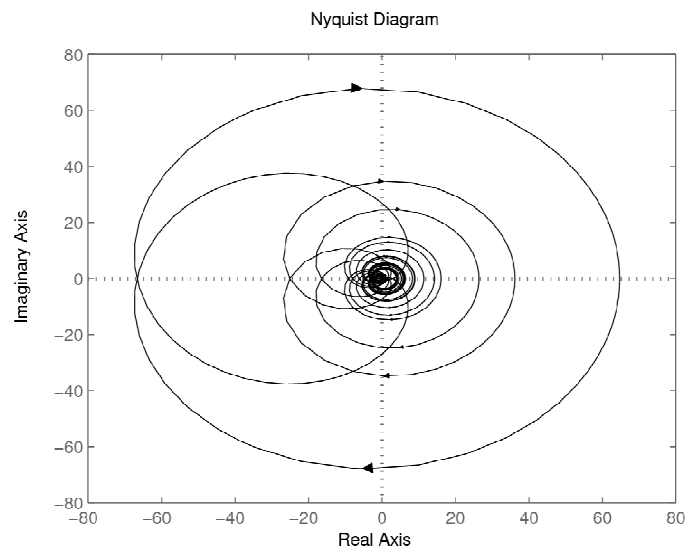


Diagramma di Nyquist del sistema in condizioni nominali - Padé di prim'ordine

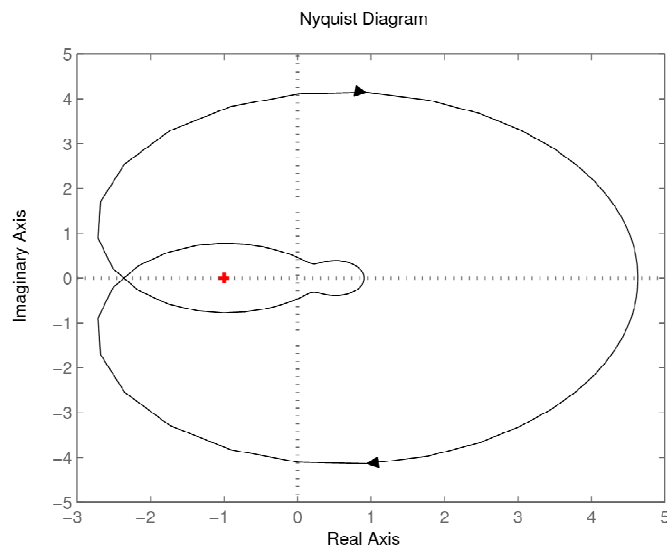


Diagramma di Nyquist di un canale della fila 1 in condizioni nominali - Padé di prim'ordine

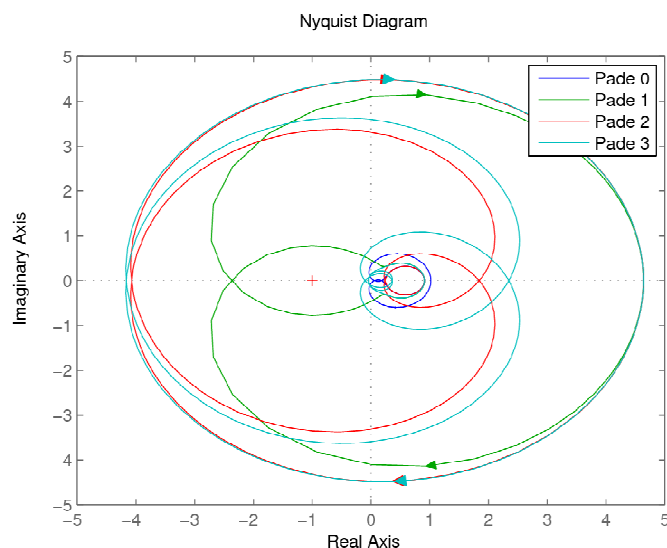


Diagramma di Nyquist per un'elica della prima fila in condizioni nominali - grado Padé variabile

Per poter caratterizzare meglio le oscillazioni osservate e vedere quanto esse contribuiscano all'instabilità del sistema si è effettuata un'analisi delle *radici* e dei *poli* delle funzioni di trasferimento equivalenti del sistema ad anello chiuso.

Analisi delle radici e dei poli

Facendo riferimento al diagramma a blocchi di figura se ne può scrivere la funzione di trasferimento equivalente che corrisponde a

$$E(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}. \quad (5.8)$$

Utilizzando l'approssimazione di Padé (eq 5.7) si può riscrivere la 5.8 come rapporto di polinomi e successivamente riscrivere i polinomi mettendo in evidenza le radici del numeratore (*zeri*) e del denominatore (*poli*):

$$\begin{aligned} E(s) &= \frac{\sum_{i=0}^N a_i s^i}{\sum_{i=0}^M b_i s^i} \quad M \geq N. \\ &= \frac{\sum_j (s - z_j)^{n_j}}{\sum_l (s - p_l)^{m_l}} = \sum_l \frac{A_l}{(s - p_l)^{m_l}} \end{aligned} \quad (5.9)$$

con $z_j \in \mathbb{C}$ zeri di molteplicità n_j e $p_l \in \mathbb{C}$ poli di molteplicità m_l . La condizione di grado del denominatore maggiore uguale a quello del numeratore è necessaria affinché il sistema considerato possa avere significato fisico, se tale condizione non è soddisfatta bisogna provvedere ad identificare diversi blocchi di azione e retro-azione.

Prendendo in considerazione l'equazione 5.9 e notando che l'antitrasformata è una sommatoria di esponenziali complessi di esponente p_l

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{A}{(s-p)^m}\right] = A \frac{t^{m-1}}{(m-1)!} \exp(pt), \quad (5.10)$$

si può studiare la stabilità del canale andando ad analizzare il segno ed il modulo di parte reale e immaginaria dei poli (tab 5.1) e rispettive molteplicità. Dal modulo della parte immaginaria è inoltre possibile risalire alla frequenza di oscillazione attraverso la $\Im[p] = 2\pi f$.

	$\Re[p] > 0$	$\Re[p] < 0$
$\Im[p] = 0$	Instabile non oscillante	Stabile non oscillante
$\Im[p] \neq 0$	Instabile oscillante	Stabile oscillante

Table 5.1: Criteri di stabilità

Condizioni nominali

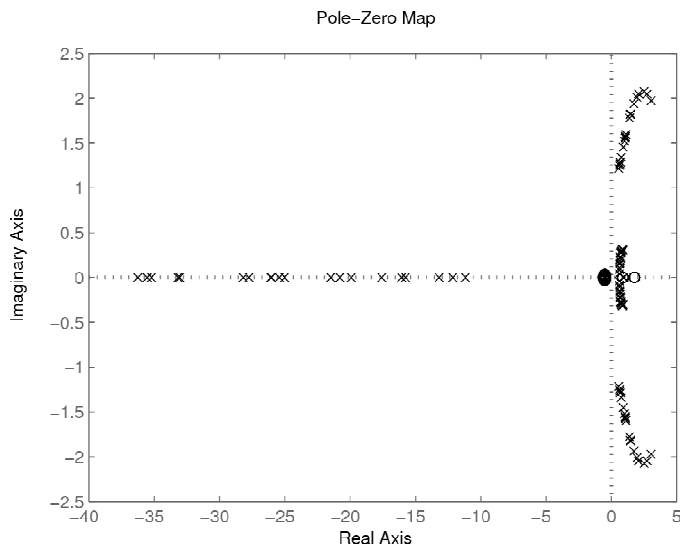
Nella figura sono rappresentati i poli (rappresentati con delle X) e gli zeri (rappresentati con delle O) di tutti i canali studiati mentre nella fig. nto alla fig.

quello che si può osservare è che la soluzione del sistema è determinata da una sovrapposizione di tre componenti principali: una *prima componente* è *fortemente stabile e non oscillatoria*, essa infatti si trova molto distante dall'origine ed ha modulo della parte immaginaria uguale a zero; le altre due invece hanno parte reale positiva (anche se in modulo molto piccola) e parte immaginaria diversa da zero, ci si aspetta quindi un *comportamento oscillatorio con ampiezza delle oscillazioni crescente nel tempo*. Gli altri poli rappresentati sulla mappa non vengono considerati in quanto coincidono con degli zeri: facendo riferimento all'eq. 5.9 infatti si nota che una tale condizione permette di semplificare l'espressione della trasformata e di eliminare così il polo.

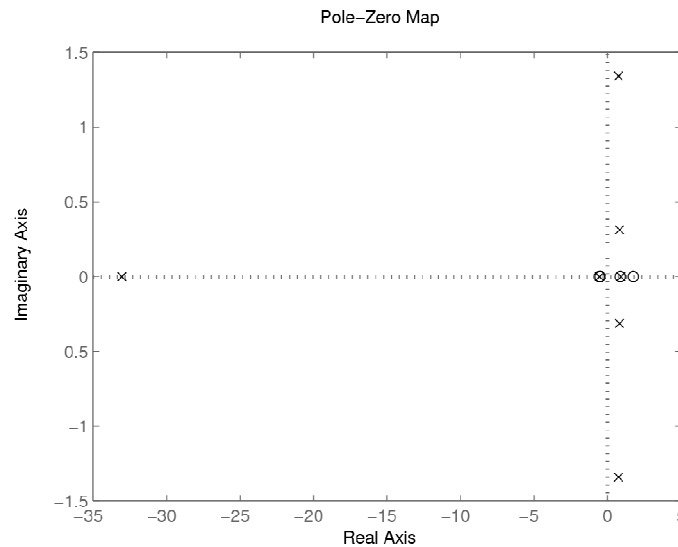
Nella tabella seguente sono elencati i poli e gli zeri della funzione di trasferimento ad anello chiuso riferiti ad un'elica della fila uno in condizioni di funzionamento nominali.

Elica 1
Condizioni di funzionamento

Grado di approssimazione di Padé	1			
Flusso termico imposto	143,65 kW/m^2			
Portata specifica	660 kg/m^2s			
Pressione di esercizio	59 bar			
Temperatura in ingresso	223,9 °C			
Coefficiente di caduta di pressione localizzata	230,4			
	Poli		Zeri	
$\Re[p]$	$\Im[p]$	$\Re[z]$	$\Im[z]$	
-33,0540	-	+1,7581	-	
-0,5438	-	+0,8791	-	
+0,9311	-	-0,5438	-	
+0,7560	$\pm 1,3415i$	-0,4774	-	
+0,8235	$\pm 0,3130i$	-	-	



Mappa dei poli e degli zeri per tutti i canali in condizioni nominali- Padé di prim'ordine



Mappa dei poli e degli zeri per un canale della fila 1 in condizioni nominali - Padé di prim'ordine

Influenza del grado di approssimazione di Padé

Prendendo in considerazione l'elica della fila 1 in condizioni nominali, è molto interessante andare ad analizzare gli effetti dell'aumento del grado di precisione dell'approssimazione di Padé. Nella figura sono rappresentati i poli e gli zeri caratteristici del canale considerato al variare del grado del polinomio utilizzato. Com'è facile osservare, si nota come all'aumentare della precisione compaiono ulteriori poli e zeri; ci si aspetta dunque che le oscillazioni per onde di densità, la cui presenza è dovuta proprio ai ritardi interni, siano rappresentate da quei poli aggiuntivi. Purtroppo l'aumento del grado del polinomio comporta non pochi problemi, dall'aumento del costo computazionale agli errori numerici; d'altra parte si nota che al variare di tale parametro cambia il numero di poli e la loro posizione, talvolta in modo da consentire la cancellazione di poli e zeri (fig.). Risulta dunque difficile capire fino a che punto conviene aumentare il grado di precisione, soprattutto individuare i poli da considerare e l'affidabilità dei risultati.

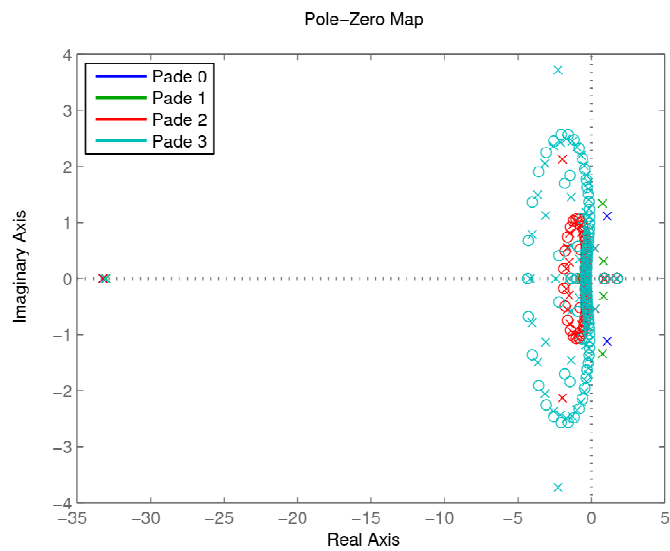
La tabella mostra i poli e gli zeri per un'elica appartenente alla fila uno in condizioni nominali.

Elica 1
Condizioni di funzionamento

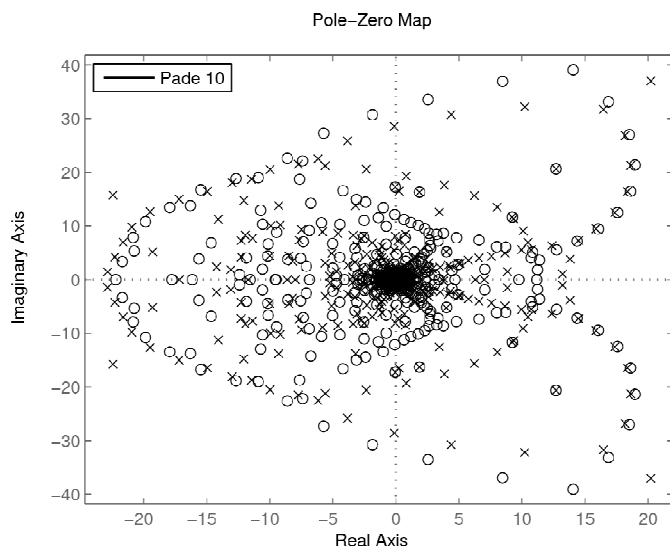
Grado di approssimazione di Padé	3
Flusso termico imposto	143,65 kW/m ²
Portata specifica	660 kg/m ² s
Pressione di esercizio	59 bar
Temperatura in ingresso	223,9 °C
Coefficiente di caduta di pressione localizzata	230,4

$\Re[p]$	Poli		Zeri	
	$\Im[p]$	$\Re[z]$	$\Im[z]$	
-33,0914	-	-4,3382	-	
-2,2713	= 3,7256i	-4,2840	± 0,6780i	
-4,1822	-	-4,0336	± 1,3615i	
-1,0399	= 0,7896i	-3,5876	± 1,9078i	
-3,6543	= 1,4958i	-3,0689	± 2,2514i	
-3,1594	= 2,0555i	-2,5704	± 2,4570i	
-2,5918	= 2,3666i	-2,0675	± 2,5684i	
-3,1119	= 1,1290i	-1,5845	± 2,5669i	
-2,1085	= 2,4325i	-1,1698	± 2,4765i	
-1,7105	= 2,4949i	-1,8118	± 1,7003i	
-1,3057	= 2,4526i	-0,8445	± 2,3263i	
-0,9760	= 2,3473i	-1,4624	± 1,8404i	
-2,4312	-	-0,6070	± 2,1439i	
-0,6979	= 2,2003i	+1,7581	-	
-0,4861	= 2,0191i	-2,2081	± 0,4144i	
+1,7555	-	-0,4436	± 1,9529i	
-1,3806	= 1,4554i	-0,3437	+ 1,7684i	
-0,3363	= 1,8410i	-0,2938	± 1,6275i	
-0,2056	= 1,7163i	-0,2202	± 1,5086i	
-1,5303	-	-0,1669	± 1,3671i	
-0,1862	= 1,5950i	-1,3944	-	
-0,1669	= 1,4123i	-0,6474	± 1,0727i	
-1,4003	= 0,5826i	-0,1408	± 1,2322i	
-0,1551	= 1,2483i	-0,1322	± 1,1075i	
-0,3717	= 1,1873i	-0,9352	± 0,5812i	
-0,1518	= 1,1013i	-0,9714	-	
+0,8809	-	+0,8791	-	
+0,8772	-	-0,1379	± 0,9935i	

segue



Mappa dei poli e degli zeri per un canale della fila 1 in condizioni nominali - Padé variabile



Mappa dei poli e degli zeri per un canale della fila 1 in condizioni nominali - Padé di ordine dieci

Effetti delle condizioni di lavoro sulla stabilità del sistema

Dopo aver studiato la stabilità del sistema nelle condizioni nominali si è proseguito andando a indagare sull'effetto che può avere il cambiamento delle condizioni di lavoro del generatore di vapore. In particolare si è considerata un'elica della fila uno in condizioni nominali (riassunte nella tabella 5.2) e si sono andati a modificare la pressione media di esercizio (fig., le cadute di pressione localizzate all'ingresso (fig.), il flusso termico imposto (fig. e), la portata specifica (fig.) a parità degli altri parametri.

Elica 1	
Temperatura ingresso	223,9 °C
Pressione di esercizio	59 bar
Flusso termico imposto	143,65 kW/m^2
Portata specifica	660 kg/m^2s
Coefficiente di caduta di pressione localizzata	230,4

Table 5.2: Condizioni nominali di funzionamento di un'elica della fila uno

Elica 1
Condizioni di funzionamento

Grado di approssimazione di Padè	1
Flusso termico imposto	143,65 kW/m^2
Portata specifica	variabile
Pressione di esercizio	59 bar
Temperatura in ingresso	223,9 °C
Coefficiente di caduta di pressione localizzata	230,4

Poli		Zeri	
$\Re[p]$	$\Im[p]$	$\Re[z]$	$\Im[z]$

Portata specifica		300 kg/m^2s	
-21.4367	-	1.7301	-
4.8675	-	0.8651	-
2.3678	-	-0.7724	-
1.0167	-	-0.7777	$\pm 0.0588i$
0.8255	-	-0.7534	$\pm 0.1313i$
0.6582	-	-0.7027	$\pm 0.1876i$
-0.7452	-	-0.6399	$\pm 0.2202i$
-0.7339	$\pm 0.0657i$	-0.5780	$\pm 0.2310i$
-0.7006	$\pm 0.1231i$	-0.5214	$\pm 0.2294i$
-0.6506	$\pm 0.1633i$	-0.4666	$\pm 0.2164i$
-0.5943	$\pm 0.1811i$	-0.4177	$\pm 0.1900i$
-0.5451	$\pm 0.1798i$	-0.3790	$\pm 0.1537i$
-0.5038	$\pm 0.1753i$	-0.3514	$\pm 0.1119i$
-0.4593	$\pm 0.1625i$	-0.3341	$\pm 0.0676i$
-0.4202	$\pm 0.1365i$	-0.3260	$\pm 0.0226i$
-0.3906	$\pm 0.1021i$		-
-0.3711	$\pm 0.0628i$		-
-0.3616	$\pm 0.0211i$		-

Portata specifica		500 kg/m^2s	
-32.1727	-	1.7486	-
2.6301	$\pm 1.1965i$	0.8743	-
0.9818	-	0.8743	-
0.7671	-	-0.5422	-
0.7149	-	-0.5420	-
-0.5421	-	-0.4825	-

segue

Elica 1			
Condizioni di funzionamento			
Grado di approssimazione di Padè	1		
Flusso termico imposto	variabile		
Portata specifica	660 kg/m ² s		
Pressione di esercizio	59 bar		
Temperatura in ingresso	223,9 °C		
Coefficiente di caduta di pressione localizzata	230,4		
$\Re[p]$	Poli $\Im[p]$	Zeri $\Re[z]$	$\Im[z]$
Flusso termico		70 kW/m ²	
-18.2059	–	0.8496	–
-0.1763	± 0.2941i	0.4248	–
0.6998	–	0.4248	–
0.4576	–	-0.3407	–
0.4359	–	-0.2295	–
Flusso termico		95 kW/m ²	
-23.5148	–	1.1563	–
-0.1542	± 0.4691i	0.5782	–
0.7393	± 0.1087i	0.5782	–
0.5919	–	-0.4037	–
	–	-0.3186	–
Flusso termico		120 kW/m ²	
-28.8151	–	1.4653	–
-0.0904	± 0.6734i	0.7326	–
0.8594	± 0.2819i	0.7326	–
0.7566	–	-0.4674	–
	–	-0.4094	–
Flusso termico		145 kW/m ²	
-33.1146	–	1.7748	–
0.8329	± 1.3839i	0.8874	–
-0.5489	–	0.8874	–
0.8214	± 0.3044i	-0.5489	–
0.9412	–	-0.5489	–
	–	-0.4774	–

segue

Elica 1			
Condizioni di funzionamento			
Grado di approssimazione di Padè	1		
Flusso termico imposto	143,65 kW/m ²		
Portata specifica	660 kg/m ² s		
Pressione di esercizio	variabile		
Temperatura in ingresso	223,9 °C		
Coefficiente di caduta di pressione localizzata	230,4		
$\Re[p]$	Poli $\Im[p]$		Zeri $\Im[z]$
Pressione		30 bar	
-87.6077	-		3.4494
1.8904	± 4.2859i		-2.6284
2.7514	-		1.7247
1.8060	-		1.7247
1.1131	-		-0.8392
Pressione		40 bar	
-53.2208			2.5773
1.6861	± 2.6690i		1.2887
1.3553	-		1.2887
1.0392	± 0.3153i		-0.9046
	-		-0.6885
Pressione		50 bar	
-40.6977			2.0830
1.0922	± 1.8248i		1.0415
1.0988	-		1.0415
0.8811	± 0.3404i		-0.9517
-0.8163	± 0.1227i		-0.9096
-0.8402	± 0.0477i		-0.8374
-0.8102	-		-0.7525
-0.7661	± 0.1791i		-0.6697
-0.7017	± 0.2121i		-0.5981
-0.6339	± 0.2203i		-0.5398
-0.5728	± 0.2063i		-0.5908
-0.5280	± 0.1787i		-0.4884
-0.4927	± 0.1537i		-0.4446

segue

Elica 1			
Condizioni di funzionamento			
Grado di approssimazione di Padè	1		
Flusso termico imposto	143,65 kW/m^2		
Portata specifica	660 kg/m^2s		
Pressione di esercizio	59 bar		
Temperatura in ingresso	223,9 °C		
Coefficiente di caduta di pressione localizzata	variabile		
$\Re[p]$	Poli $\Im[p]$	$\Re[z]$	Zeri $\Im[z]$
Coefficiente di caduta di pressione localizzata			200
-29.7774	-	1.7570	-
0.8993	$\pm 1.4460i$	0.8785	-
0.9284	-	0.8785	-
0.7739	$\pm 0.2995i$	-0.5436	-
	-	-0.4775	-
Coefficiente di caduta di pressione localizzata			300
-40.6737	-	1.7606	-
0.4796	$\pm 1.1770i$	0.8803	-
-0.5442	-	0.8803	-
0.9427	$\pm 0.2884i$	-0.5442	-
0.9390	-	-0.5442	-
	-	-0.4773	-
Coefficiente di caduta di pressione localizzata			400
-51.8024	-	1.7612	-
0.2273	$\pm 1.0542i$	0.8821	-
1.0454	$\pm 0.1568i$	0.8821	-
0.9625	-	-0.5449	-
	-	-0.4772	-
Coefficiente di caduta di pressione localizzata			500
-63.0502	-	1.7678	-
0.0793	$\pm 0.9732i$	0.8839	-
-0.5455	-	0.8839	-
1.2650	-	-0.5455	-
0.9555	$\pm 0.0603i$	-0.5455	-

segue

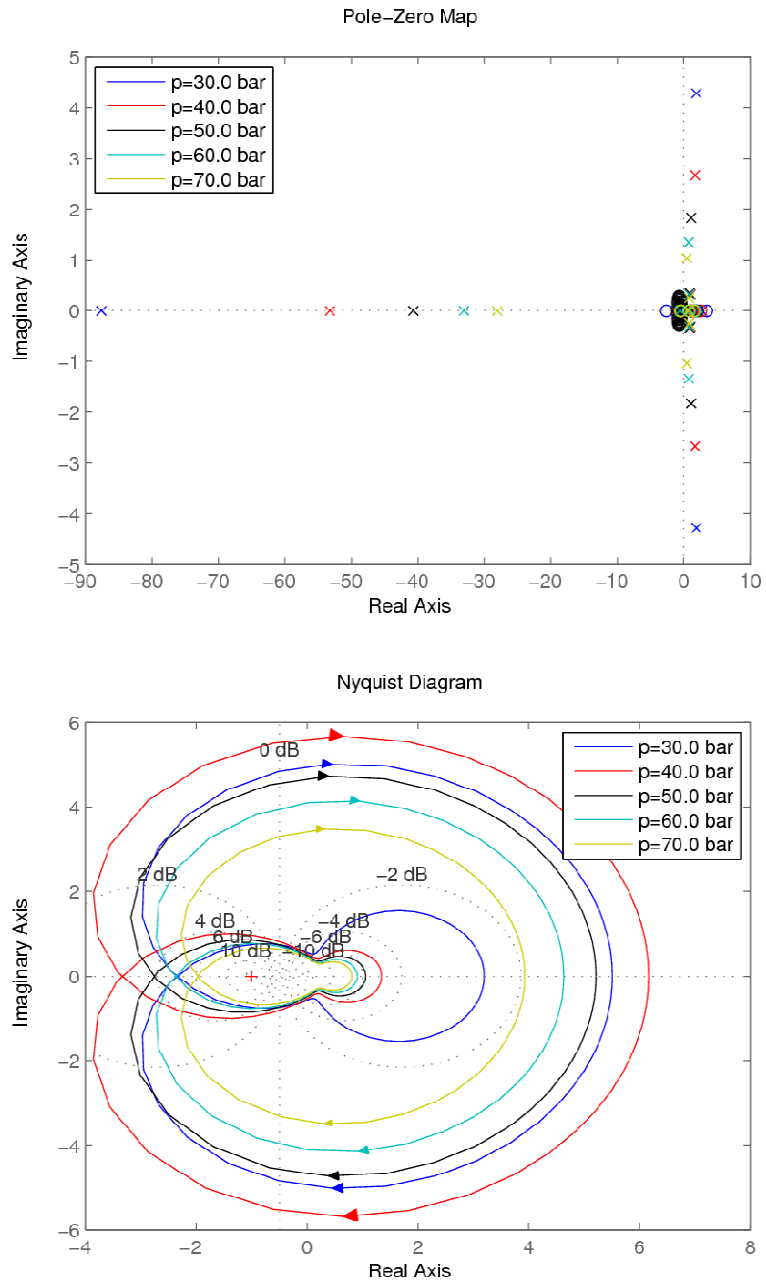


Figura 1: Diagramma di Nyquist per un canale della fila 1 - Effetto della pressione
 Mappa dei poli e degli zeri per un canale della fila 1 - Effetto della pressione

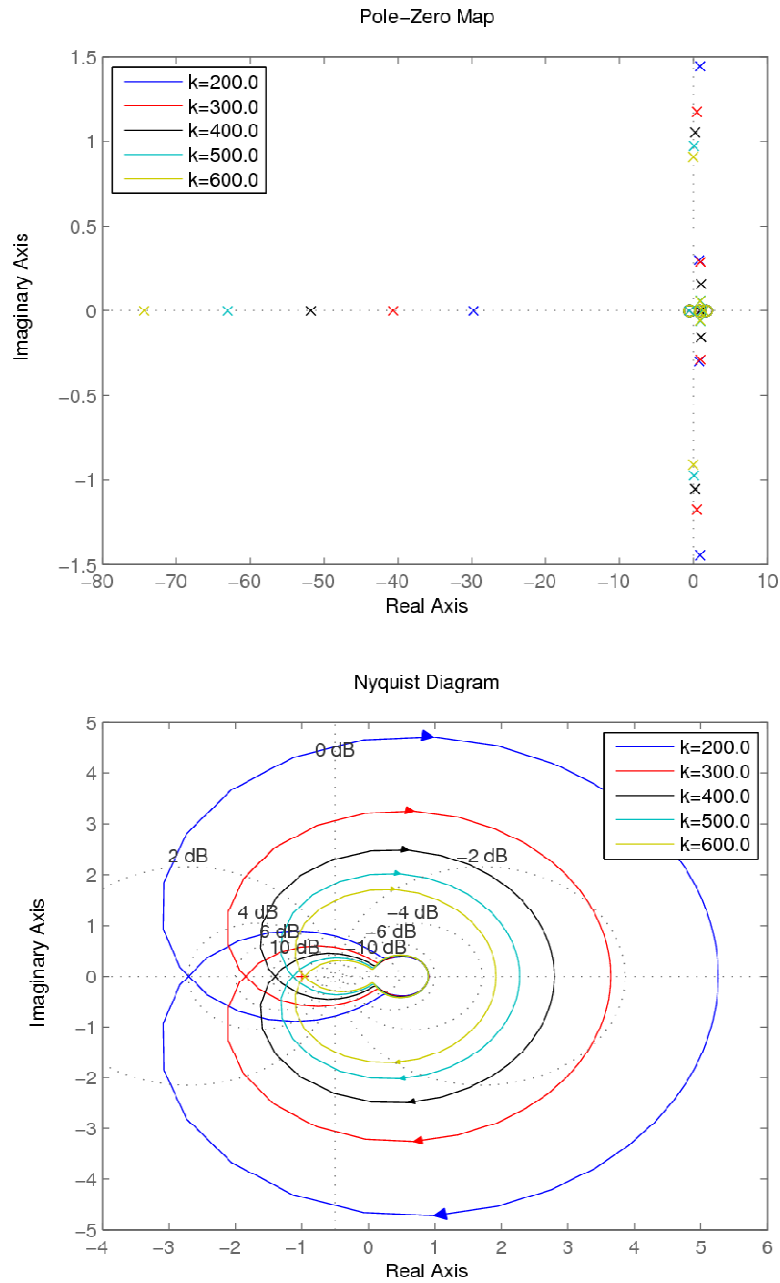


Figura 1: Diagramma di Nyquist per un canale della fila 1 - Effetto della caduta di pressione all'ingresso
 Mappa dei poli e degli zeri per un canale della fila 1 - Effetto della caduta di pressione all'ingresso

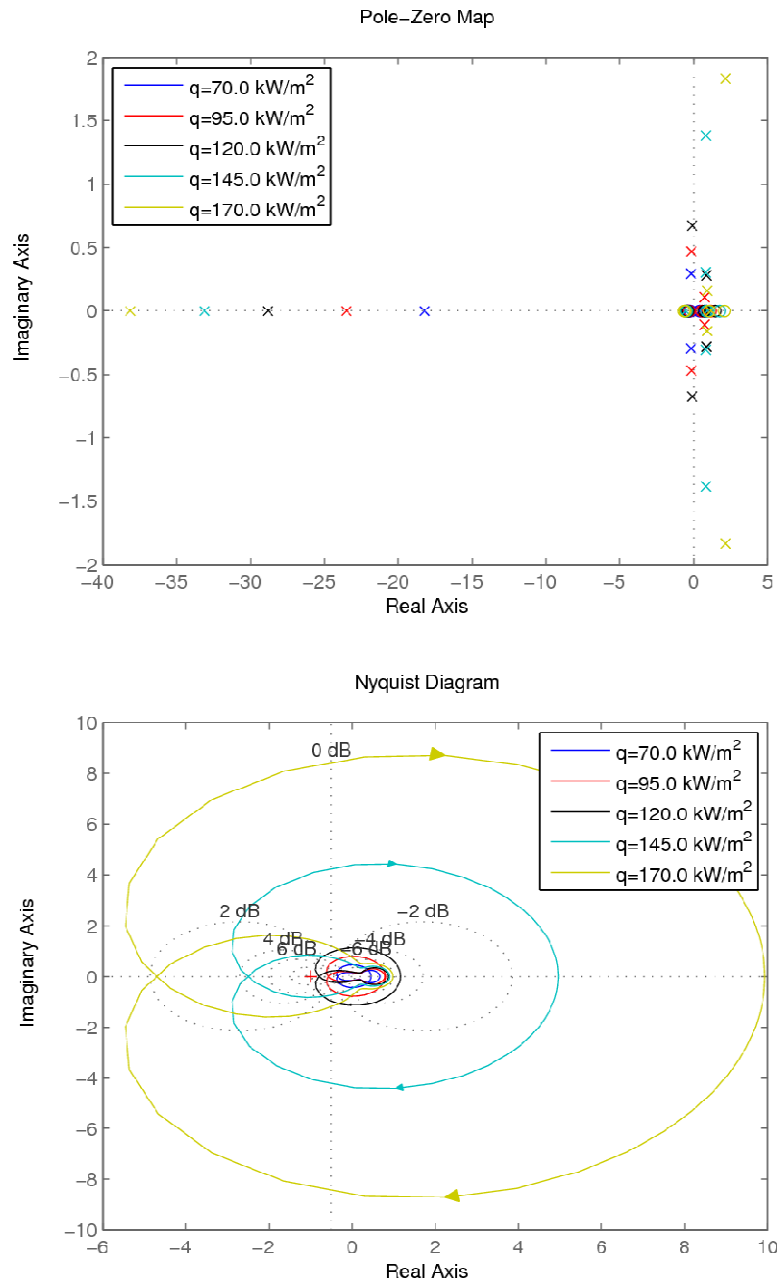


Figura 1: Diagramma di Nyquist per un canale della fila 1 - Effetto del flusso termico

Mappa dei poli e degli zeri per un canale della fila 1 - Effetto del flusso termico

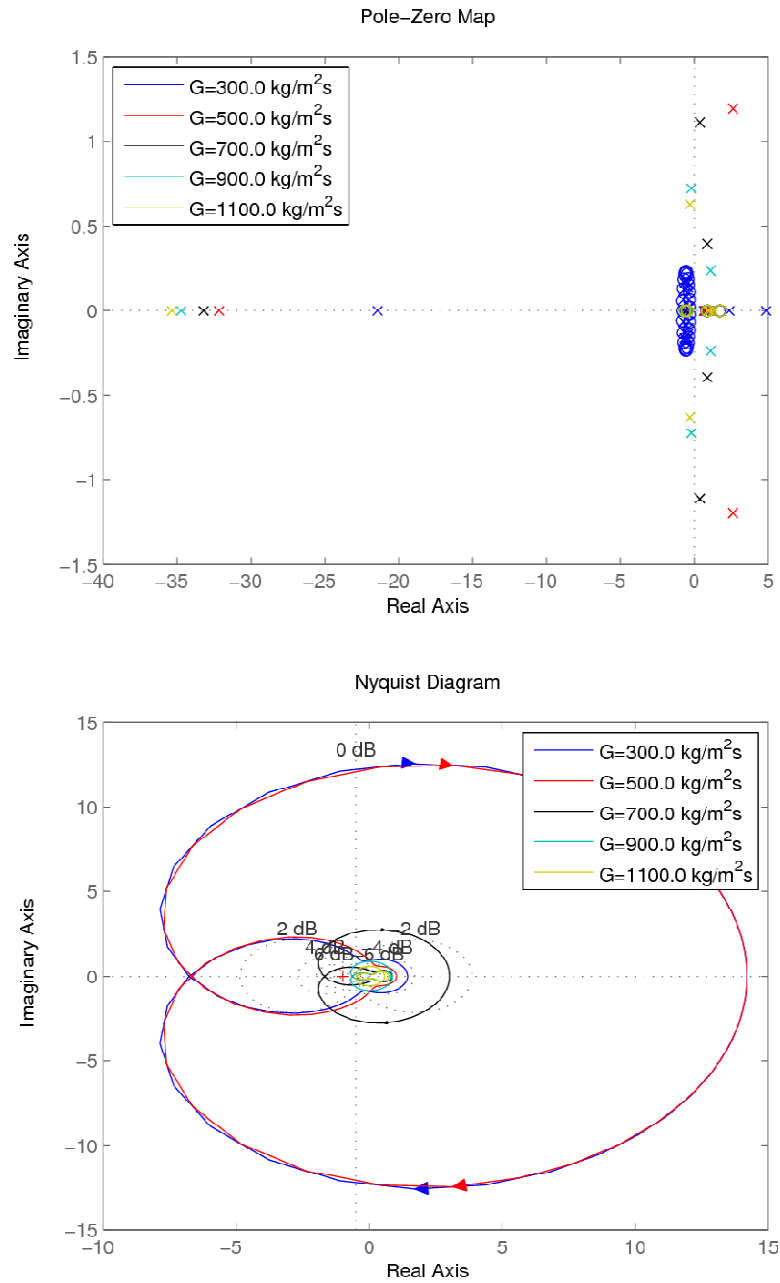


Figura 1: Diagramma di Nyquist per un canale della fila 1 - Effetto della portata
 Mappa dei poli e degli zeri per un canale della fila 1 - Effetto della portata

Prendendo come esempio le figure si può notare come l'effetto di un aumento della pressione media conferisce maggiore stabilità al sistema; la parte reale dei poli relativi alla componente oscillante diminuisce con l'aumentare della pressione ed i cerchi nei diagrammi di Nyquist tendono a rimpicciolirsi. Le stesse considerazioni possono essere fatte sulle restanti figure concludendo che:

- L'aumento della pressione ha un effetto stabilizzante;
- L'aumento del flusso imposto ha un effetto destabilizzante;
- L'aumento del coefficiente di caduta di pressione all'ingresso del canale ha effetto stabilizzante;
- L'aumento della portata specifica ha effetto stabilizzante

Tali comportamenti sono stati riscontrati in tutti i canali e sono in totale accordo con le prove sperimentali effettuate nel corso degli anni. Questo lascia pensare che il modello utilizzato sia adatto allo studio di questa tipologia di fenomeni. Ovviamente per studiare altre instabilità questo modello non è sufficiente in quanto trascura molti fenomeni termici e fluidodinamici come la propagazione delle onde di pressione nel fluido (tempi caratteristici dell'ordine dei centesimi di secondo) o l'inerzia termica delle pareti dei canali.

6. Studio della stabilità di tubi ad elica: analisi nel dominio del tempo

Dopo aver effettuato l'analisi di stabilità del sistema mediante studio delle perturbazioni nel dominio delle frequenze, si è pensato di integrare il lavoro andando ad investigare sull'evoluzione temporale delle grandezze caratteristiche del dispositivo studiato. Per fare questo si è fatto uso del modello matematico sviluppato nella sezione 4.3 risolto mediante metodi numerici.

6.1 Metodo numerico

Le equazioni considerate costituiscono un sistema di equazioni differenziali ordinarie nelle incognite $[u_{I,j} u_{III,j} y_{1,j} y_{2,j} M_{H,j}]^T$ che può essere scritto nella forma vettoriale

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{f}(t, \vec{X}, \vec{X}', k) \quad (6.1)$$

$$\vec{X}(t_0) = \vec{X}_0. \quad (6.2)$$

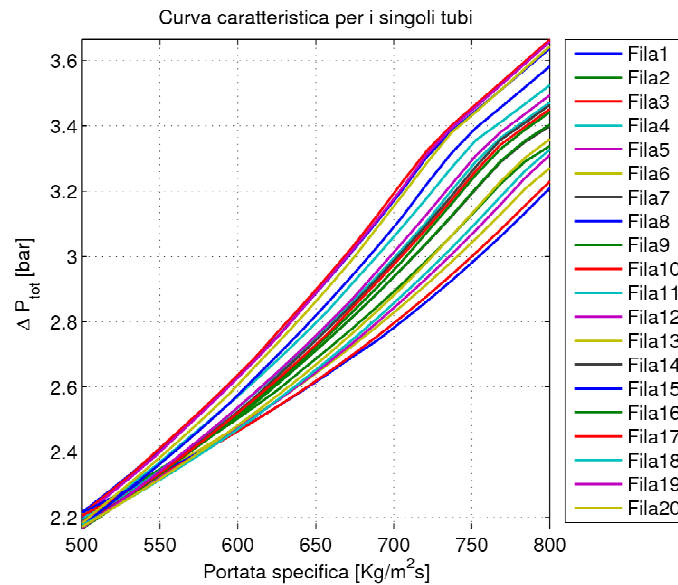
dove \vec{X} è il vettore delle incognite, \vec{X}' la sua derivata, $\vec{X}(t_0)$ è il vettore delle condizioni iniziali e k rappresenta i parametri del sistema come il flusso termico, il grado di sottoraffreddamento del fluido all'ingresso, i coefficienti di caduta di pressione localizzata.

Per risolvere il problema è stato sviluppato un algoritmo in Matlab. Esso permette di conoscere la risposta libera di un sistema composto da uno o più canali in parallelo in seguito ad una perturbazione delle condizioni stazionarie.

L'algoritmo calcola la soluzione del problema stazionario facendo uso della funzione già descritta nel capitolo **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.** In seguito questa viene perturbata imponendo una variazione della portata totale a delta di Dirac al tempo $t = 0$. Nella pratica questo è stato effettuato imponendo il valore $\frac{\partial W_{tot}}{\partial t} = C$ con $C \gg 0$ per un Δt piccolo e successivamente imponendo $\frac{\partial W_{tot}}{\partial t} = -C$ per lo stesso Δt .

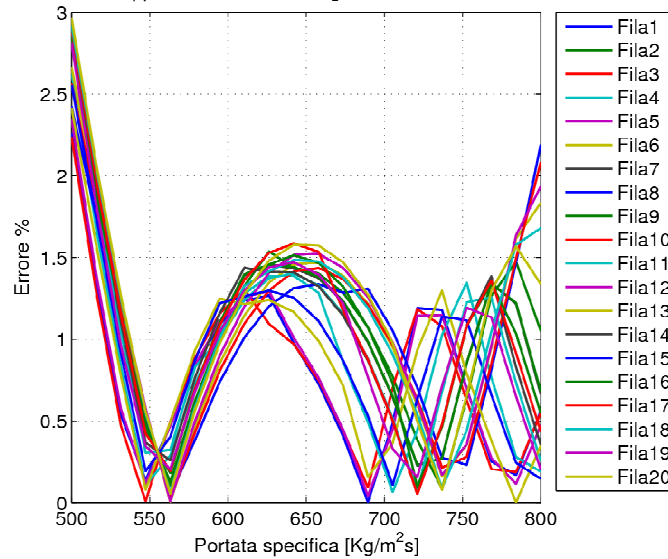
In seguito viene individuata la soluzione del sistema di equazioni differenziali ordinarie mediante l'algoritmo ODE15s di Matlab il quale implementa un metodo implicito per problemi di tipo stiff.

Per migliorare la velocità dell'algoritmo si è scelto di approssimare la componente statica delle cadute di pressione (fig.) con un'equazione di primo grado; la funzione scritta appositamente per questo scopo infatti ha un costo computazionale non indifferente e rallenta notevolmente il processo iterativo. La scelta effettuata non influisce eccessivamente sulla precisione dell'algoritmo in quanto gli errori relativi che si commettono sono di qualche punto percentuale nell'intervallo di portate considerato (fig.).



Curve caratteristiche delle eliche

Errore relativo tra approssimazione con regressione lineare e andamento reale



Approssimazione lineare delle curve caratteristiche: errore relativo

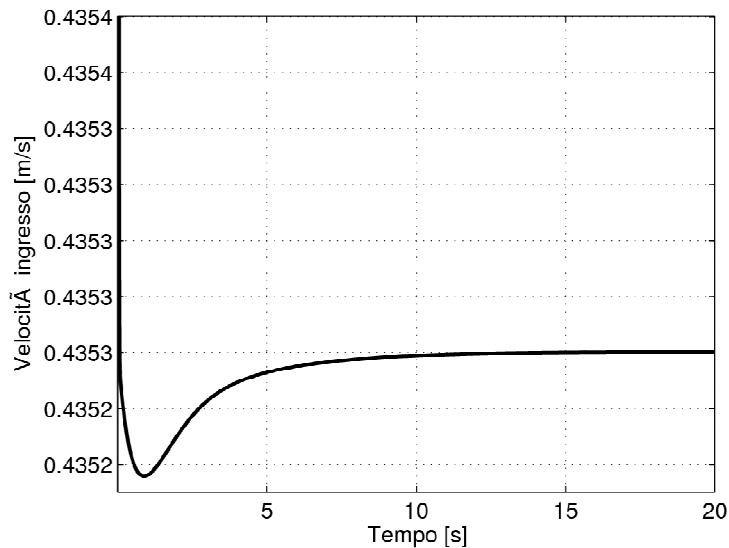
6.2 Risultati singolo canale

Nella figura è illustrato l'andamento della velocità d'ingresso del liquido nel canale in seguito ad una perturbazione impulsiva dello stato stazionario: è evidente il comportamento oscillatorio del sistema ed i tempi caratteristici lasciano pensare che i risultati ottenuti siano attendibili; come è stato infatti già descritto nel capitolo introduttivo (), le onde di densità sono caratterizzate da periodi di oscillazione comparabili al tempo di percorrenza del fluido all'interno del canale; se si prende in considerazione la

$$\tau = \frac{y_1}{u_I} + \frac{1}{\Omega} \log\left(\frac{u_v}{u_l}\right) + \frac{L_H - y_2}{u_{III}} \quad (6.3)$$

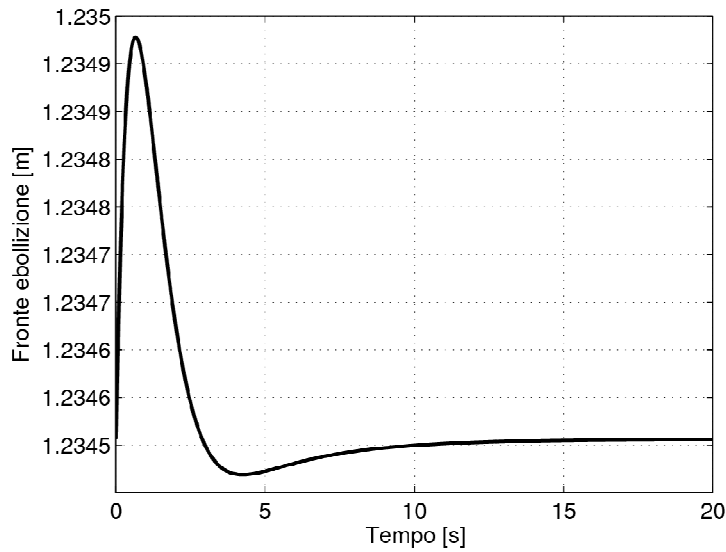
si ottengono τ di circa 2 secondi, tempi assolutamente paragonabili a quelli ottenuti col metodo numerico.

L'ampiezza delle fluttuazioni dipende dalle perturbazioni iniziali; per un'oscillazione la cui ampiezza iniziale è pari all'1% del valore stazionario, il tempo di rilassamento del transitorio è di circa 20 secondi; alla luce di questo sembrerebbe dunque che il canale si comporti piuttosto bene in seguito ad una perturbazione. Nonostante da un lato questo sia confortante, dall'altro il risultato ottenuto mette in discussione quello che è stato fatto nel capitolo precedente nel quale sembrava che una qualche componente del transitorio dovesse divergere e rendere il sistema instabile. Assumendo che i due modelli siano consistenti e che non siano stati fatti errori nel loro sviluppo e nella loro implementazione, si è preferito dare maggior peso all'analisi in dominio temporale piuttosto che a quella in frequenza, essendo quest'ultima viziata da errori dovuti all'approssimazione dei ritardi interni del sistema. Inoltre il fatto che i poli colpevoli dell'instabilità avessero parte reale molto vicina allo zero e sparissero per gradi di approssimazione di Padé più elevati ha permesso di effettuare la scelta con meno difficoltà. Tuttavia si è convinti che in fase di progettazione sia necessaria una verifica dei due metodi o, ove questo non sia possibile, un atteggiamento prudentiale e conservativo.

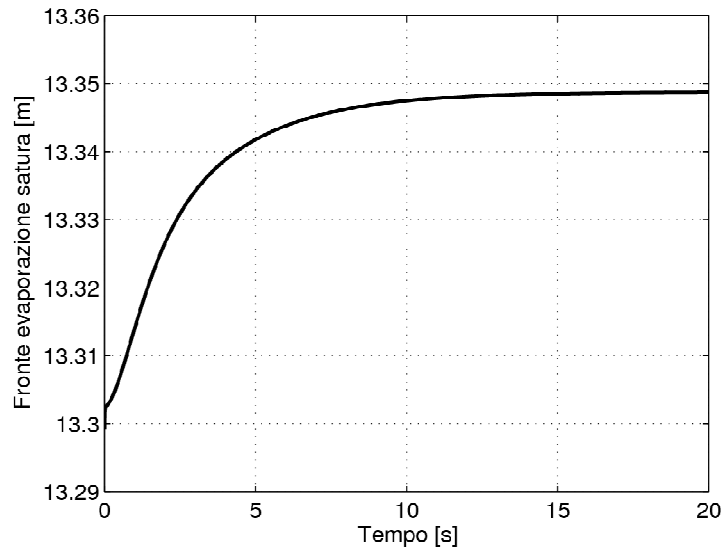


Singolo canale: andamento della velocità d'ingresso

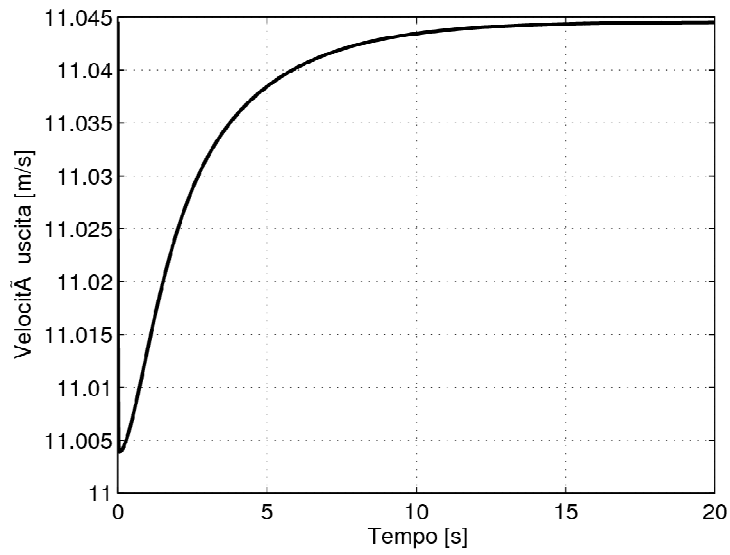
Le figure mostrano l'andamento temporale del confine di ebollizione, della lunghezza di saturazione del vapore e della velocità in uscita del vapore. Si nota soprattutto come quest'ultima sia caratterizzata da oscillazioni grandi rispetto a quelle della velocità in ingresso; un tale comportamento non stupisce se si pensa che l'inerzia della fase vapore è piccola rispetto a quella della fase liquida: una piccola variazione di velocità della fase liquida genera forze d'inerzia che vengono in parte equilibrate dalla fase vapore; d'altra parte questa è caratterizzata da una densità molto più piccola rispetto a quella del liquido generando così variazioni notevoli di velocità.



Singolo canale: andamento del fronte di ebollizione



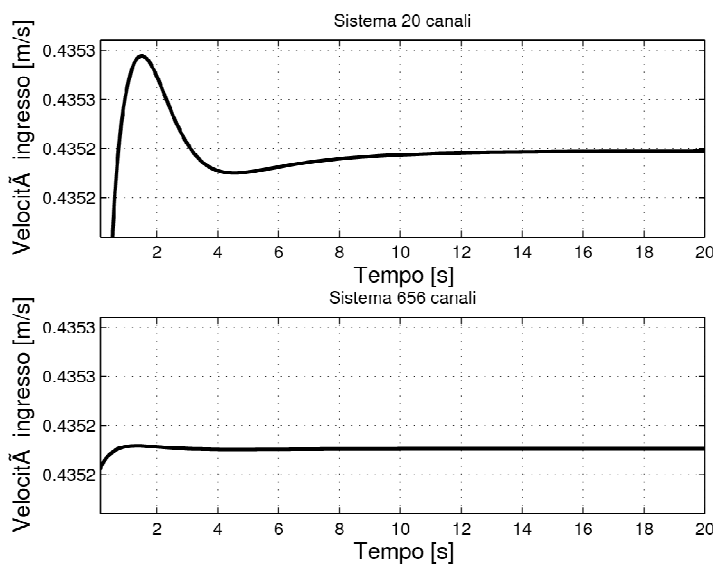
Singolo canale: andamento della lunghezza di saturazione del vapore



Singolo canale: andamento della velocità in uscita

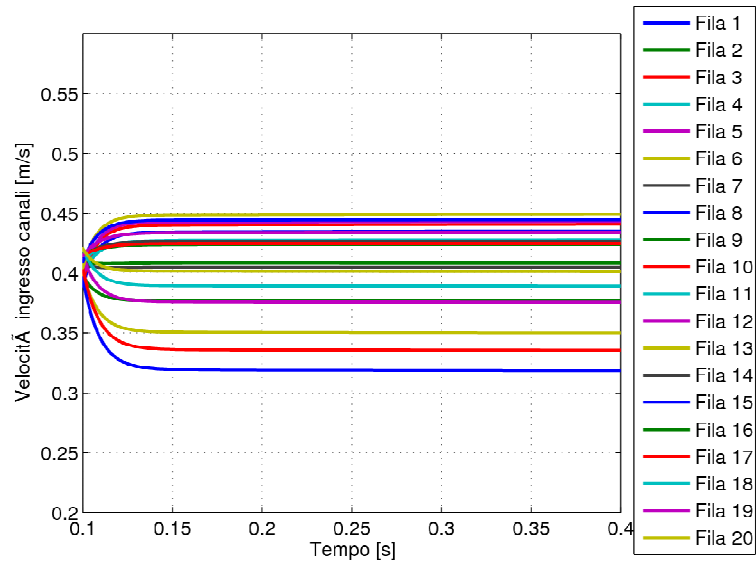
6.3 Canali in parallelo

Qui di seguito verranno mostrati ed analizzati i risultati ottenuti per un sistema composto da N_c in parallelo; le caratteristiche del sistema fanno riferimento a quelle del generatore di vapore a singolo passaggio di IRIS nel quale una portata di liquido sottoraffreddato entra all'interno di un complesso di 656 canali elicoidali montati in parallelo; i canali sono raggruppati in 20 file dalle caratteristiche geometriche differenti. Per evitare inutili dispendi computazionali si è valutata la possibilità di considerare un sistema più semplice composto da solo 20 canali, uno per fila. A tal proposito si è verificato che nella configurazione più complessa i canali con caratteristiche uguali si comportano allo stesso modo; tuttavia l'aumento del numero di canali collegati in parallelo influenza notevolmente l'ampiezza delle oscillazioni che, a parità di perturbazione, risultano essere minori (fig). Come stato quindi già verificato sperimentalmente, l'aumento di canali collegati in parallelo contribuisce in modo sensibile alla stabilità del sistema; non a caso, in ambito tecnologico, è pratica comune costruire sistemi di questo tipo. Per semplicità e per meglio mostrare le caratteristiche e i comportamenti tipici di questo tipo di oscillazioni, si è scelto comunque di utilizzare la configurazione con solo 20 canali.

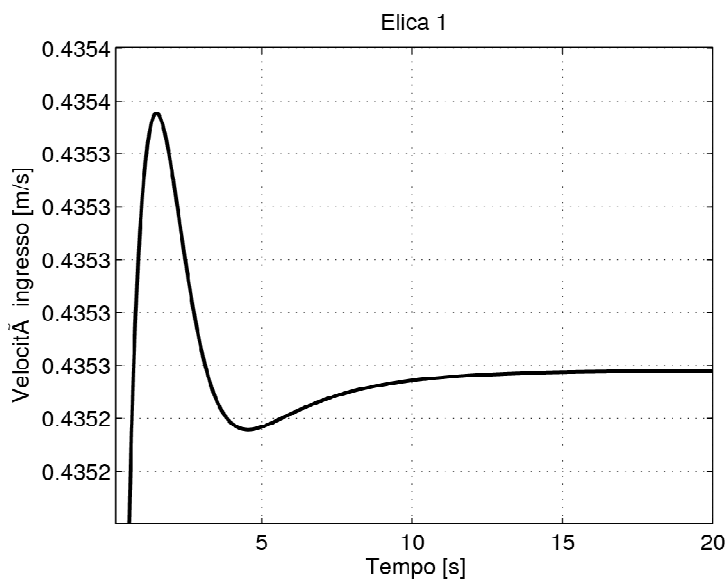


Confronto oscillazioni della velocità d'ingresso tra sistema composto da 20 canali e sistema composto da 656 canali

Nella figura sono mostrati i primi istanti del transitorio in seguito ad una perturbazione: il sistema si riporta in pochi istanti ai valori stazionari e sembra che le oscillazioni siano assenti; se si va ad osservare in scala appropriata il dettaglio dell'andamento in un solo canale (fig.) cercate e le loro caratteristiche. Questo dimostra esattamente quello che era stato già osservato con l'analisi in frequenza: esiste una componente del transitorio il cui tempo caratteristico è molto piccolo; con lo studio nel dominio del tempo si è riusciti inoltre ad identificare questa componente come quella che normalmente viene chiamata *fondamentale* perchè responsabile delle grosse variazioni delle grandezze di stato; in sovrapposizione a questo esistono ulteriori modi di oscillazione il cui tempo caratteristico è maggiore; in questi vengono riconosciute le così dette *onde di densità* la cui presenza è legata ai ritardi interni del sistema.

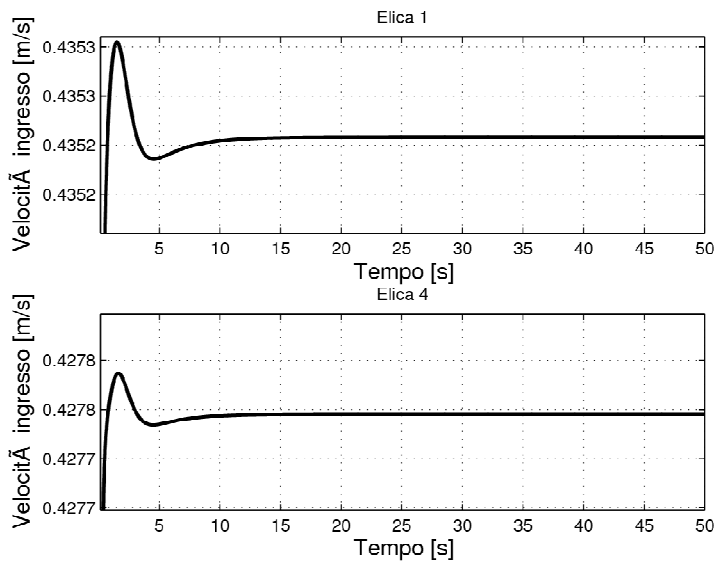


Velocità ingresso per sistema di 20 eliche in parallelo



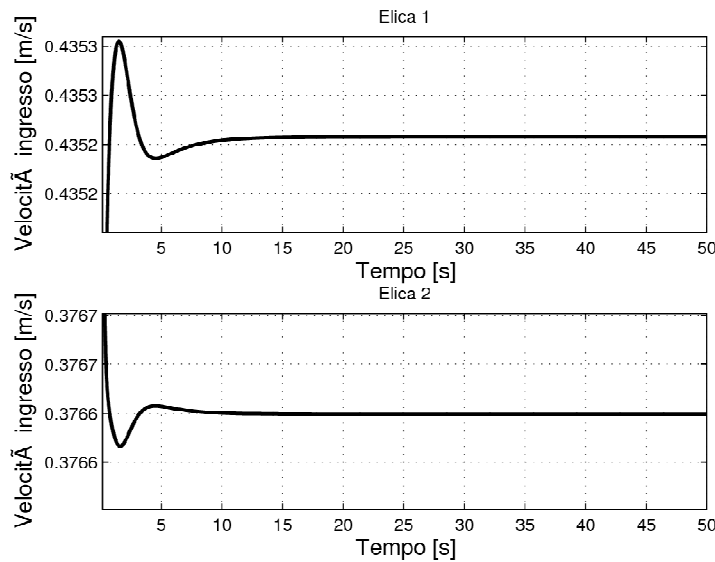
Dettaglio della risposta di un'elica della fila 1 – andamento della velocità in ingresso

Un aspetto che merita considerazione è la differenza di ampiezza delle oscillazioni tra i canali (fig.), dimostrando come la perturbazione non venga percepita allo stesso modo dai condotti.



Confronto oscillazioni della velocità d'ingresso tra elica 1 ed elica 4

L'ultimo aspetto considerato è la *fase* delle fluttuazioni: i risultati mostrano come le oscillazioni siano sfasate tra loro in modo da rendere nulla la fluttuazione globale (fig.) confermando quello che è stato osservato nelle campagne sperimentali; tuttavia sono state osservate solo fluttuazioni in fase ed in opposizione di fase ($\phi_1 = 180^\circ$ e $\phi_2 = 0^\circ$) e mai comportamenti più complessi come terne sfasate tra loro di 120° . Si suppone che comportamenti di questo tipo possano avvenire solo in sistemi caratterizzati da forti simmetrie.



Confronto oscillazioni della velocità d'ingresso tra elica 1 ed elica 2

Per quanto riguarda il comportamento delle altre grandezze caratteristiche vale tutto quanto già detto nell'analisi della singola elica.

7 Conclusioni

Il lavoro svolto ha permesso di analizzare un quadro generale dei problemi relativi al progetto ed al controllo di generatori di vapore a tubi elicoidali. La prima parte dello studio si è basata su un lavoro di ricerca bibliografica atto ad evidenziare le principali differenze di comportamento tra tubi elicoidali e tubi dritti. In particolare sono stati investigati gli aspetti riguardanti la fluidodinamica del condotto, lo scambio termico, le cadute di pressione per attrito ed i regimi di deflusso. La campagna di ricerca ha permesso di evidenziare un migliore comportamento dei tubi elicoidali giustificato dalla presenza dei *moti secondari* generati dall'azione della forza centrifuga.

Successivamente ci si è posti il problema di caratterizzare il comportamento in condizioni stazionarie del generatore di vapore di IRIS, composto da 656 canali elicoidali di geometria differente disposti in parallelo. A tal proposito si è fatto riferimento alla [18] che aveva affrontato in modo esaustivo l'argomento proponendo un metodo di individuazione della distribuzione delle portate all'interno dei canali. Il metodo risente ancora di incertezze dei risultati dovute alle approssimazioni fatte sullo scambio termico ma può considerarsi affidabile in un intorno non molto vasto delle condizioni normali di lavoro. È stata ricavata la curva caratteristica del generatore di vapore e la distribuzione della portata tra i canali al variare della portata totale, analisi che ha mostrato un ottimo comportamento del sistema. Lo studio della curva caratteristica ha inoltre permesso di confermare l'assenza di instabilità statiche del tipo *Ledinegg* o di *cadute di pressione* in quanto non si sono osservate zone della curva caratterizzate da una pendenza negativa.

In seguito si è cercato di presentare una panoramica generale delle potenziali instabilità nelle quali può incorrere il deflusso di una miscela bifase evidenziando l'importanza che assume il loro studio. Si sono poi individuati i fenomeni di instabilità più importanti nello studio di un generatore di vapore ponendo maggiore attenzione sulle *onde di densità*, fenomeni di instabilità legati ai ritardi di trasmissione delle onde cinetiche all'interno del sistema. A tal proposito sono stati descritti due metodi utilizzabili per lo studio di questi fenomeni: uno fa uso della teoria del controllo di *sistemi dinamici a retroazione* mentre l'altro permette di ottenere l'evoluzione temporale delle caratteristiche del sistema utilizzando i moderni strumenti di risoluzione numerica di sistemi di equazioni differenziali.

Mediante l'ausilio del software di calcolo numerico Matlab, sono stati sviluppati due algoritmi che implementano i metodi di analisi delle instabilità. Per l'analisi in frequenza sono state utilizzate le librerie Toolbox Control che hanno permesso di ricavare le funzioni di trasferimento del sistema considerato, i diagrammi di Nyquist e le mappe dei poli e delle radici. L'algoritmo permette di effettuare l'analisi di stabilità di un canale di geometria elicoidale al variare della geometria, del flusso termico imposto e delle condizioni del fluido in ingresso.

Per l'analisi nel dominio del tempo si è fatto uso delle funzioni integrate in Matlab per la risoluzione di sistemi di equazioni differenziali ordinarie. L'algoritmo permette di calcolare la risposta libera di un sistema di uno o più canali collegati in parallelo in seguito ad una perturbazione impulsiva delle condizioni stazionarie.

Il confronto tra i due metodi ha mostrato un buon accordo tra i risultati ottenuti. D'altra parte non sono mancate discrepanze la cui presenza è stata associata principalmente alle approssimazioni fatte nella descrizione dei cosiddetti *internal delay*.

Le numerose informazioni disponibili sulle onde di densità e sulle loro caratteristiche hanno permesso di valutare l'affidabilità dei metodi utilizzati i quali si sono dimostrati essere capaci di rappresentare piuttosto bene le caratteristiche peculiari dei fenomeni in gioco.

In seguito i metodi descritti sono stati applicati prendendo come riferimento il generatore di vapore di IRIS in condizioni di funzionamento nominale. Si è verificato che le oscillazioni prodotte dalla perturbazione dello stato stazionario non hanno andamento divergente ma vengono smorzate fino a riportare il sistema in condizioni stazionarie. Questo ha permesso di confermare che in regime normale di funzionamento il dispositivo non risente di fenomeni di instabilità legati alle onde di densità.

Bibliografia

- [1] M. Carelli, L.E. Conway, et al. The design and safety features of the IRIS reactor. *Nuclear Engineering and Design*, 230, 2004.
- [2] T.J. Huttli and R. Friedich. Direct numerical solution of turbulent flows in curved and helically coiled pipes. *Computer and Fluids*, 30, 2001.
- [3] L. Santini and A. Cioncolini. An experimental investigation regarding the laminar to turbulent flow transition in helically coiled pipes. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 30:367–380, 2006.
- [4] H. Ito. Friction factors for turbulent flow in curved pipes. *Trans. Amer. Soc. Mech. Engrs*, 1959.
- [5] Naphon Paisarn and Wongwises Somchai. A review of flow and heat transfer characteristics in curved tubes. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 10:463–490, 2006.
- [6] A.N. Dravid, K.A. Smith, E.W. Merrill, and P.L.T. Brain. Effect of secondary fluid on laminar flow heat transfer in helically coiled tubes. *AIChE J*, 17:1114–1122, 1971.
- [7] R.C. Xin and M.A. Ebadian. The effects of prandtl numbers on local and average convective heat transfer characteristics in helical pipes. *Journal Heat Transfer*, 119:463–467, 1997.
- [8] P. B. Whalley. *Boiling, Condensation, and Gas-Liquid Flow*. Clarendon Press – Oxford, 1987.
- [9] John G. Collier and John R. Thome. *Convective boiling and condensation*. Clarendon Press – Oxford, 1994.
- [10] M.A. Styrikovich, V.S. Polonsky, and V.V. Reshetov. Experimental investigation of the critical heat flux and post-dryout temperature regime of helical coils. *Int. Journal Heat Mass Transfer*, 27:1245–1250, 1984.
- [11] S. Rahul, S.K. Gupta, and P.M.V. Subbarao. An experimental study for estimating heat transfer coefficient from coiled tube surfaces in cross-flow of air. In *Third ISHMT-ASME heat and mass transfer conference and fourth national heat and mass transfer conference*, pages 381–385, 1997.
- [12] H.J. Kang, C.X. Lin, and M.A. Ebadian. Condensation of r134a flowing inside helicoidal pipe. *International Journal Heat and Mass Transfer*, 43:2553–2564, 2000.
- [13] J.M. Tarbell and M.R. Samuels. Momentum and heat transfer in helical coils. *Chemical engineering journal*, 5:117–127, 1973.
- [14] R.C. Xin, A. Awwad, Z.F. Dong, and M.A. Ebadian. An experimental study of single-phase and two-phase flow pressure drop in annular helicoidal pipes. *International Journal Heat and Fluid Flow*, 18:482–488, 1997.
- [15] H. Ju, Z. Huang, Y. Xu, B. Duan, and Y. Yu. Hydraulic performance of small bending radius helical coil-pipe. *Journal of Nuclear Science Technology*, 18:826–831, 2001.
- [16] R.C. Xin, A. Awwad, Z.F. Dong, and M.A. Ebadian. An investigation and comparative study of the pressure drop in air–water two-phase flow in vertical helicoidal pipes. *International Journal Heat and Mass Transfer*, 39:735–743, 1996.

- [17] Chen X Guo L, Feng Z. An experimental investigation of the friction pressure drop of steam-water two-phase flow in helical coils. *International Journal Heat and Mass Transfer*, 44:2601–2610, 2001.
- [18] Giorgio Dante. Metodo per il calcolo delle cadute di pressione e della distribuzione di portata in generatori di vapore a tubi elicoidali. Politecnico di Torino, Tesi di Laurea di primo livello, 2009.
- [19] J. A. Bouré, A. E. Bergles, and L. S. Tong. Review of two-phase flow instability. *Nuclear Engineering and Design*, 25:165–192, 1973.
- [20] S. Kakaç and B. Bon. A review of two-phase flow dynamic instabilities in tube boiling system. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 51:399–433, 2008.
- [21] S. Kakaç, X. J. Chen, Q. Wang, and Y. Ding. An experimental investigation of density-wave-type oscillations in a convective boiling upflow system. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 15:241–246, 1994.
- [22] J. A. Bouré and A. Ihaila. The oscillator behavior of heated channels, part I and II. In *French Report CEA-R 3049, Grenoble*, 1966.
- [23] D. M. France, D. R. Carlson, and R. P. Roy. Measurement and analysis of dynamic instabilities in fluid-heated two-phase flow. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 29:1919–1929, 1986.
- [24] H. Gürgenci, T. N. Veziroğlu, and S. Kakaç. Simplified nonlinear descriptions of two-phase flow instabilities in vertical boiling channel. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 26:671–679, 1983.
- [25] R.T. Lahey and F.J. Moody. *The thermal-hydraulics of a boiling water nuclear reactor*. American Nuclear Society, 1993.
- [26] Alejandro Clause and Lahey Richard T. The analysis of periodic and strange attractors during density-wave oscillations in boiling flows. *Chaos, Solitons and Fractals*, 1:167–178, 1991.
- [27] Y.J. Zhang, G.H. Su, Yang X.B., and S.Z. Qiu. Theoretical research on two-phase flow instability in parallel channels. *Nuclear engineering and design*, 239:1294–1303, 2009.
- [28] Paolo Bolzern, Riccardo Scattolini, and Nicola Schiavoni. *Fondamenti di controlli automatici*. McGraw–Hill, 2004.
- [29] M. Ozawa, K. Akagawa, and T. Sakaguchi. Flow instabilities in parallel-channel flow systems of gas–liquid two–phase mixtures. *Int. J. Multiphase Flow*, 15:639–657, 1989.
- [30] Yehuda Taitel, Ludmila Pustylnik, Moshe Tshuva, and Dvora Barnea. Flow distribution of gas and liquid in parallel pipes. *Int. J. Multiphase Flow*, 2003.
- [31] L. Santini and A. Cioncolini. Subcooled and saturated water flow water pressure drop in small diameter helical coil at low pressure. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 32, 2008.
- [32] J.M Delhaye, M. Giot, and M.L. Riethmuller. *Thermohydraulics of Two-Phase Systems for industrial design and nuclear engineering*. Hemisphere Publishing Corporation, 1981.

Appendice

Approssimante di Padé

L'*approssimante di Padé* costituisce un metodo d'approssimazione di una funzione analitica con una funzione razionale⁹; fu utilizzato per la prima volta da Leonhard Euler, per dimostrare l'irrazionalità di e , il *numero di Nepero*, ma fu poi Henri Padé (1863 - 1953) che ne sviluppò la teoria.

Il suo utilizzo è analogo a quello della serie di Taylor la quale approssima una funzione analitica con un polinomio di grado n -esimo. Definito $P(n)$ il polinomio di Taylor di grado n della funzione $f(x)$ è possibile dimostrare che, in determinate condizioni:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(n) = f(x) \quad (1.1)$$

Per una coppia di interi positivi (p, q) data, la funzione razionale $H_{p,q}(x) = h(x)/k(x)$ è tale che $h(x)$ e $k(x)$ sono polinomi il cui grado non supera rispettivamente p e q , e lo sviluppo di Taylor di questa frazione coincide il più possibile a quello della funzione $f(x)$. Una tale funzione è detta *approssimante di Padé* della funzione $f(x)$. Di regola lo sviluppo di Taylor di $H_{p,q}(x)$ coincide con quello di $f(x)$ fino all'ordine $p + q$.

Funzione esponenziale

È possibile individuare un metodo che permette di ricavare i polinomi $h(x)$ e $k(x)$ di grado rispettivamente p -esimo e q -esimo tali per cui

$$H_{p,q}(x) = \frac{h(x)}{k(x)} = \frac{b_p \tau^p s^p + b_{p-1} \tau^{p-1} s^{p-1} + \dots + b_0}{a_q \tau^q s^q + a_{q-1} \tau^{q-1} s^{q-1} + \dots + a_0} \approx \exp[\tau x]. \quad (1.2)$$

I valori dei coefficienti a_i e b_j risultano essere (ved. [28]):

$$a_i = \frac{(p+q-i)! p!}{(p+q)!(p-i)! i! (-1)^i}, \quad i = 0, 1, \dots, p,$$

$$b_j = \frac{(p+q-j)! q!}{(p+q)!(q-j)! j!}, \quad j = 0, 1, \dots, q.$$

⁹ Approssimante di Padé

http://it.wikipedia.org/wiki/Approssimante_di_Pade