



Agenzia nazionale per le nuove tecnologie,  
l'energia e lo sviluppo economico sostenibile



MINISTERO DELLO SVILUPPO ECONOMICO



Ricerca di Sistema elettrico

# Effetti di struttura nucleare sulla fissione neutronica di $^{239}\text{Pu}$

*Alberto Ventura*

Report RdS/2013/055

EFFETTI DI STRUTTURA NUCLEARE SULLA FISSIONE NEUTRONICA DI  $^{239}\text{Pu}$

Alberto Ventura (ENEA)

Settembre 2013

Report Ricerca di Sistema Elettrico

Accordo di Programma Ministero dello Sviluppo Economico - ENEA

Piano Annuale di Realizzazione 2012

Area: Produzione di energia elettrica e protezione dell'ambiente

Progetto: Sviluppo competenze scientifiche nel campo della sicurezza nucleare e collaborazione ai programmi internazionali per il nucleare di IV Generazione

Obiettivo: Sviluppo competenze scientifiche nel campo della sicurezza nucleare

Responsabile del Progetto: Felice De Rosa, ENEA

**Titolo**
**Effetti di struttura nucleare sulla fissione neutronica di  $^{239}\text{Pu}$** 
**Descrittori**

**Tipologia del documento:** Rapporto tecnico  
**Collocazione contrattuale:** Accordo di programma ENEA-MSE su sicurezza nucleare e reattori di IV generazione  
**Argomenti trattati:** Fisica nucleare - Dati nucleari

**Sommario**

Lo spettro energetico discreto e continuo del nucleo composto ai picchi della barriera di fissione (stati di transizione di Bohr) e nelle buche intermedie (stati superdeformati e iperdeformati) gioca un ruolo fondamentale nel calcolo della sezione d'urto di fissione.

Una valutazione teorica della parte collettiva dello spettro puo' essere effettuata mediante il modello di sistema dinucleare, che tratta la funzione d'onda del nucleo composto come la sovrapposizione di una configurazione mononucleare e di configurazioni a due aggregati in modo dinamico, consentendo uno scambio di nucleoni degli strati energetici superiori fra gli aggregati.

L'impatto dello spettro teorico sulla sezione d'urto di fissione indotta da neutroni e, in combinazione con una versione perfezionata del modello del punto di scissione, sulla distribuzione angolare dei frammenti di fissione e' valutato per isotopi del plutonio di interesse per le applicazioni energetiche.

**Note**

Copia n.

In carico a:

2			NOME			
			FIRMA			
1			NOME			
			FIRMA			
0	EMISSIONE	27/05/2013	NOME	A. Ventura	F. Padoani	F. De Rosa
			FIRMA			
REV.	DESCRIZIONE	DATA	REDAZIONE	CONVALIDA	APPROVAZIONE	

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	ADPFISS – LP1 - 001	0	L	2	22

REV.	DESCRIZIONE	DATA		REDAZIONE	CONVALIDA	APPROVAZIONE
------	-------------	------	--	-----------	-----------	--------------

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	ADPFISS – LP1 - 001	0	L	3	22

## INDICE

1. INTRODUZIONE	1
2. IL MODELLO DI SISTEMA DINUCLEARE	2
3. APPLICAZIONE DEL MODELLO ALLA FISSIONE DEL PLUTONIO	7
4. IL MODELLO DEL PUNTO DI SCISSIONE	17
5. CONCLUSIONI E PROSPETTIVE	20
6. BIBLIOGRAFIA	21

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	ADPFISS – LP1 - 001	0	L	4	22

## 1. INTRODUZIONE

Nel modello statistico delle reazioni nucleari le sezioni d'urto di fissione dipendono dalla penetrabilità delle barriere di potenziale a cui sono soggetti i nuclei composti nel loro stato fondamentale o in uno stato eccitato.

La valutazione quantitativa dei parametri della barriera di fissione e delle eccitazioni del nucleo lungo la barriera stessa in modo da riprodurre le sezioni d'urto sperimentali è un problema complesso non ancora completamente risolto. Per quanto riguarda il calcolo dei parametri di barriera, gli approcci teorici si dividono in due classi principali: i metodi macroscopici-microscopici, basati sulle correzioni alla Strutinsky delle energie di modello a goccia per effetti di strato e di appaiamento [1] e le teorie microscopiche del funzionale di densità, non relativistiche [2] o relativistiche [3].

Tutti questi metodi hanno raggiunto un grado elevato di sofisticazione, consentendo per esempio al nucleo che subisce la fissione di assumere una simmetria di equilibrio trasversale in corrispondenza del picco interno di una barriera di fissione doppia e, in corrispondenza del picco esterno, una forma asimmetrica sotto riflessione rispetto a un piano perpendicolare all'asse di simmetria nucleare, in modo da migliorare costantemente l'accordo fra i valori teorici dei parametri di barriera ed i valori empirici.

Il calcolo delle sezioni d'urto di fissione richiede anche una valutazione coerente degli spettri energetici nucleari discreti e continui in corrispondenza dei picchi e delle buche della barriera: tale calcolo è relativamente semplice per le eccitazioni non collettive, come discusso in [2] e bibliografia annessa per un approccio non relativistico autoconsistente, ma è più complesso dal punto di vista computazionale per le eccitazioni collettive, che richiedono il superamento dell'approssimazione di campo medio (si veda [4] per un approccio relativistico autoconsistente).

Vale dunque la pena di esaminare un modello collettivo macroscopico, il modello di sistema intranucleare, in grado di predire gli spettri collettivi a grandi deformazioni, come possibile integrazione sia degli approcci macroscopici-microscopici che di quelli microscopici alle barriere di fissione e alle relative sezioni d'urto.

Il rapporto è organizzato al modo seguente: la sezione 2 introduce il modello di sistema dinucleare e ne discute i gradi di libertà principali e i metodi di calcolo dell'energia potenziale e dell'energia cinetica. La sezione 3 presenta i risultati dei calcoli: le barriere di fissione degli isotopi del plutonio, gli spettri collettivi calcolati nelle buche e ai picchi della barriera e il loro impatto sui calcoli delle sezioni d'urto di fissione. La sezione 4 introduce il modello del punto di scissione per il calcolo delle distribuzioni di massa e di carica dei frammenti di fissione e, in combinazione col modello di sistema dinucleare, delle loro distribuzioni angolari. Infine, la sezione 5 è dedicata a conclusioni e a prospettive.

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	ADPFISS – LP1 - 001	0	L	5	22

## 2. IL MODELLO DI SISTEMA DINUCLEARE

Con l' espressione "sistema dinucleare" si intende l' insieme di due aggregati, o frammenti, di massa-carica  $(A_1-Z_1)$  e  $(A_2-Z_2)$ , con  $A_1 + A_2 = A$  e  $Z_1 + Z_2 = Z$ , tenuti in posizione di contatto da un potenziale d' interazione nucleo-nucleo. Con l' espressione "mononucleo" si intende il caso particolare di sistema dinucleare in cui uno dei due frammenti ha massa zero.

Ciascuna configurazione dinucleare è caratterizzata dal parametro di asimmetria di massa  $\eta = (A_1 - A_2)/(A_1 + A_2)$ , o, più convenientemente,  $\xi = 1 - \eta = 2 A_2/A$  e dall' asimmetria di carica  $\eta_Z = (Z_1 - Z_2)/(Z_1 + Z_2)$ , o  $\xi_Z = 1 - \eta_Z = 2 Z_2/Z$ , nonché dal vettore della distanza relativa  $\mathbf{R} = (R, \theta_R, \varphi_R)$ . Ciascun frammento del sistema è caratterizzato dai parametri di deformazione quadrupolare  $(\beta_i, \gamma_i)$ , con  $i = 1,2$ , e dall' insieme degli angoli di Euler  $\Omega_i = (\varphi_i, \theta_i, \alpha_i)$ , con  $i = 1,2$ , che descrivono l' orientamento dei frammenti nel sistema di riferimento del laboratorio. Il sistema è così caratterizzato da 15 gradi di libertà, che possono essere utilizzati nella descrizione del moto collettivo di un sistema dinucleare costituito da frammenti con deformazione quadrupolare. Nel limite di bassa energia sembra giustificata l' approssimazione adiabatica: si possono così trascurare le eccitazioni di particella singola nei frammenti.

L' idea fondamentale del modello di sistema dinucleare è che nè un singolo mononucleo, nè un singolo sistema dinucleare possono da soli descrivere il nucleo reale. La funzione d' onda nucleare intrinseca è rappresentabile come una sovrapposizione di un mononucleo e di diverse configurazioni dinucleari. Si assume che il mononucleo abbia deformazione quadrupolare, sicchè il contributo a una deformazione nucleare con asimmetria di riflessione è connessa col peso non nullo dei sistemi dinucleari asimmetrici. Questa scelta della funzione d' onda nucleare permette di descrivere in un approccio unificato le proprietà dello stato fondamentale dei nuclei pesanti deformati e il processo di fissione. I diversi stadii del processo di fissione possono essere caratterizzati dai contributi dominanti dei diversi sistemi dinucleari alla funzione d' onda totale del nucleo.

Assumendo che i due aggregati del sistema dinucleare abbiano sovrapposizione trascurabile, l' energia potenziale del sistema è data dalla somma delle energie di legame degli aggregati,  $B_i$ , ( $i = 1,2$ ), e della loro energia di interazione  $V^{int}$

$$U(\xi, \xi_Z, \beta_i, \gamma_i, \Omega_i, R_i, \{i = 1,2\}) = B_1(A_1, Z_1, \beta_1, \gamma_1) + B_2(A_2, Z_2, \beta_2, \gamma_2) + V^{int}(\xi, \xi_Z, \beta_i, \gamma_i, \Omega_i, R_i, \{i = 1,2\}).$$

(1)

Il modello consente il calcolo dell' energia potenziale in funzione dei gradi di libertà del sistema dinucleare: asimmetrie di carica e di massa,  $\xi$  e  $\xi_Z$ , rispettivamente, distanza internucleare  $R$ , parametri di deformazione quadrupolare  $(\beta_i, \gamma_i)$  e angoli di Euler dei frammenti  $\Omega_i$ , con  $i = 1,2$ .

Nel metodo di Strutinsky, l' energia di legame del frammento  $(Z_i, A_i)$  con parametri di deformazione  $(\beta_i, \gamma_i)$  è data dalla somma dell' energia di modello a goccia  $U_i^{LD}$  e del termine di correzione di modello a strati  $\delta U_i^{shell}$ ,

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	ADPFISS – LP1 - 001	0	L	6	22

$$B_i = U_i^{LD} + \delta U_i^{shell}, (i = 1,2). \quad (2)$$

L' energia di modello a goccia è calcolata coi parametri che danno la migliore riproduzione delle energie di legame sperimentali dei frammenti separati alle loro deformazioni di stato fondamentale. Le correzioni di modello a strati dipendenti dalle deformazione sono calcolate col modello a strati a due centri [7].

La versione di modello a due centri utilizzata nel presente lavoro limita la varietà di deformazioni di equilibrio dei frammenti a quelle a simmetria assiale ( $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ). Questa limitazione può portare a una sovrastima del picco interno della barriera di fissione. Questa difficoltà potrà essere rimossa in futuro usando un modello a strati perfezionato, ma non ci si attende che possa avere un grosso impatto sugli spettri collettivi lungo la barriera di fissione.

L' energia di interazione,  $V^{int}$ , è calcolata come somma dell' intrazione coulombiana,  $V^C$ , e di quella nucleare,  $V^N$ . Quest' ultima è ottenuta come convoluzione doppia di densità nucleari e di forze nucleone-nucleone di tipo Skyrme dipendenti dalle densità [8].

La parte nucleare dell' energia di interazione è attrattiva per  $R > R_1 + R_2 + a$  e repulsiva per  $R < R_1 + R_2 + a$ , dove  $a \approx 1.5$  fm, simulando così il principio di Pauli e gli effetti di impedimento strutturale al moto verso valori minori di  $R$ . Come risultato del bilancio fra interazione coulombiana e nucleare, il potenziale di interazione  $V^{int}$  può avere una regione di minimo corrispondente alla configurazione polo contro polo di due frammenti quasi in contatto. La profondità e la posizione di questa regione dipende dalle masse e dalle deformazioni dei due frammenti. Per sistemi dinucleari asimmetrici corrispondenti agli attinidi il minimo di potenziale corrisponde alla distanza di contatto. Per sistemi dinucleari quasi simmetrici, il minimo è spostato a una distanza maggiore di 0.5 – 1 fm rispetto a quella di contatto. L' esistenza del minimo di energia potenziale del sistema dinucleare a distanze maggiori o uguali a quella di contatto giustifica l' espressione (1) per l' energia potenziale del modello.

Per calcolare una barriera di fissione, l' energia potenziale del modello deve essere minimizzata rispetto a tutti i gradi di libertà per un valore fissato del momento di quadrupolo di massa del sistema. Il problema è semplificato dal fatto che si possono considerare solo sistemi dinucleari nel minimo della buca di potenziale ( $R = R_m$ ) con frammenti a deformazione assialmente simmetrica nella configurazione polo contro polo ( $\Omega_1 = \Omega_2 = 0$ ). Inoltre, l' energia potenziale del modello in funzione dell' asimmetria di carica ha un minimo profondo corrispondente al valore di equilibrio del rapporto  $N/Z$ . In questo modo, per una data asimmetria di massa  $\xi$ , il valore dell' asimmetria di carica è fissato a  $\xi_Z = \xi_Z^{eq}(\xi)$ .

Per calcolare gli spettri collettivi nelle buche intermedie e ai punti di sella della barriera di fissione occorre formulare e diagonalizzare un Hamiltoniano collettivo. L' espressione classica per l' energia cinetica è ottenuta per il sistema di due frammenti di masse  $A_1 m_0$  e  $A_2 m_0$ , con  $m_0$  la massa del nucleone. La massa totale del sistema,  $A m_0 = (A_1 + A_2) m_0$ , è fissata. A causa del trasferimento di nucleoni le masse dei due frammenti cambiano nel tempo, producendo un' evoluzione dell' asimmetria di massa  $\xi$ . Poiché i calcoli di energia potenziale favoriscono fortemente l' equilibrio del rapporto  $N/Z$  lungo la barriera di fissione, l' asimmetria di carica non è considerata una variabile indipendente. Per evitare di considerare il moto del centro di massa del sistema, l' origine del riferimento del laboratorio è collocata

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	ADPFISS – LP1 - 001	0	L	7	22

nel centro di massa stesso. L' espressione classica dell' energia cinetica può essere scritta come una somma di termini che descrivono il moto nell' asimmetria di massa, il moto relativo dei frammenti e le energie cinetiche del moto intrinseco dei frammenti

$$T = \frac{1}{2} B_{\xi} \dot{\xi}^2 + \frac{1}{2} \mu \dot{R}^2 + T_1^{intr} + T_2^{intr} . \quad (3)$$

In formula (3)  $\mu = m_0 A_1 A_2 / A$  è la massa ridotta del sistema e  $B_{\xi}$  la massa effettiva per il moto nell' asimmetria di massa.

Trattando i moti intrinseci dei frammenti come moti quadrupolari di superficie si possono sfruttare i risultati del modello rotazionale-vibrazionale [9] e scrivere

$$T_u^{intr} = \frac{1}{2} D_i(\xi) (\dot{\beta}_i^2 + \beta_i^2 \dot{\gamma}_i^2) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \omega_k^2 \mathfrak{S}_k^i(\beta_i, \gamma_i) , \quad (i=1,2) \quad (4)$$

dove i momenti d' inerzia sono definiti come

$$\mathfrak{S}_k^i(\beta_i, \gamma_i) = 4 D_i(\xi) \beta_i^2 \sin^2 \left( \gamma_i - \frac{2\pi k}{3} \right) , \quad (k=1,2,3) \quad (5)$$

Nelle espressioni precedenti  $\beta_i$  e  $\gamma_i$  sono i parametri di deformazione quadrupolare dei frammenti e  $D_i(\xi)$  le masse effettive delle vibrazioni quadrupolari dei frammenti, trattati come parametri del modello.

Se si assume che l' energia potenziale del modello abbia un minimo locale a  $\xi = \xi_0$  , il moto nell' asimmetria di massa può essere approssimato come una vibrazione attorno al valore di equilibrio  $\xi_0$  . I parametri di massa che compaiono nelle formule (3-5) possono essere sostituiti dai loro valori a  $\xi = \xi_0$

$$D_i(\xi) \approx D_i(\xi_0) , \quad B_{\xi}(\xi) \approx B_{\xi}(\xi_0) . \quad (6)$$

L' energia cinetica collettiva (3) viene quantizzata secondo l' usuale prescrizione di quantizzazione di Pauli. Pertanto, l' energia cinetica quantizzata può essere scritta nella forma

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2 B_{\xi}} \frac{1}{\mu^{3/2}(\xi)} \frac{\partial}{\partial \xi} \mu^{3/2}(\xi) \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\hbar^2}{2 \mu(\xi)} \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} R^2 \frac{\partial}{\partial R} + \hat{T}_{rot} + \hat{T}_{intr} , \quad (7)$$

$$\hat{T}_{rot} = \frac{\hbar^2}{2 \mu(\xi) R^2} \hat{L}_0^2 + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{L}_{(i)k}^2}{\mathfrak{S}_k^{(i)}(\beta_i, \gamma_i)}$$

e

$$\hat{T}_{intr} = \sum_{i=1}^2 \left\{ -\frac{\square^2}{2D_i(\xi_0)} \left[ \frac{1}{\beta_i^4} \frac{\partial}{\partial \beta_i} \beta_i^4 \frac{\partial}{\partial \beta_i} + \frac{1}{\beta_i^2} \frac{1}{\sin(3\gamma_i)} \frac{\partial}{\partial \gamma_i} \sin(3\gamma_i) \frac{\partial}{\partial \gamma_i} \right] \right\}$$

con  $\mu(\xi) = A\xi(1-\xi)$ . Il primo termine al secondo membro della formula (7) descrive il moto nell'asimmetria di massa, il secondo termine il moto relativo degli aggregati; il primo termine in  $\hat{T}_{rot}$  rappresenta l'energia rotazionale del sistema dinucleare nel suo insieme e il secondo è la somma delle energie rotazionali dei due frammenti, mentre  $\hat{T}_{intr}$  rappresenta l'energia delle vibrazioni quadrupolari dei due frammenti.

### 3. APPLICAZIONE DEL MODELLO ALLA FISSIONE DEL PLUTONIO

In base a quanto discusso nella sezione precedente, per determinare la barriera di fissione è sufficiente considerare la configurazione mononucleare e quelle dinucleari costituite da frammenti con deformazioni a simmetria assiale in equilibrio  $N/Z$  nella regione di minimo del potenziale ( $R = R_m$ ,  $\Omega_1 = \Omega_2 = 0$ ). L'energia potenziale del sistema è minimizzata rispetto alla asimmetria di massa  $\xi$  e ai parametri di deformazione dei frammenti,  $\beta_1$  e  $\beta_2$ . La minimizzazione è effettuata per ogni valore prefissato del momento di quadrupolo di massa, espresso in [10] dalla formula

$$Q^{(m)} = 2m_0 \frac{A_1 A_2}{A} R_m^2 + Q_1^{(m)}(\beta_1) + Q_2^{(m)}(\beta_2), \quad (8)$$

dove  $Q_i^{(m)}(\beta_i)$ , con  $i = 1, 2$ , sono i momenti di quadrupolo di massa dei frammenti.

Le barriere di fissione più comunemente parametrizzate nei calcoli di sezione d'urto hanno nella coordinata di fissione, genericamente indicata con  $\beta$ , una struttura a due, o tre picchi, corrispondenti a punti di sella di una superficie di energia potenziale, separati da buche intermedie, come schematizzato nella figura 1.

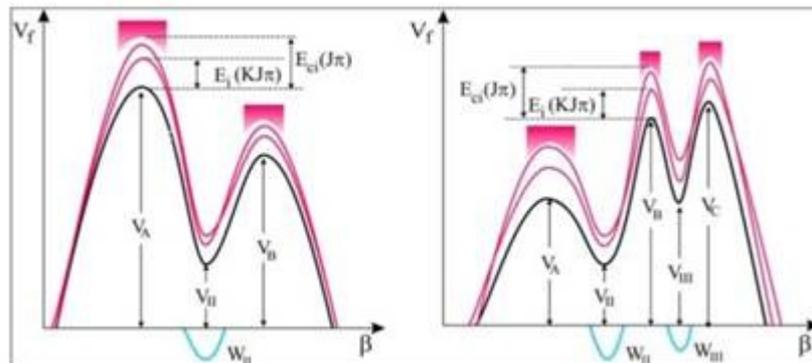


Fig. 1 : schemi di barriera di fissione doppia e tripla, da [14].

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP1 - 001	0	L	9	22

Il modello di sistema dinucleare è stato applicato al calcolo della barriera di fissione di  $^{240}\text{Pu}$ , nucleo composto della reazione  $^{239}\text{Pu}(n,f)$ : la barriera teorica ha tre punti di sella,  $V_A = 5.27$  MeV,  $V_B = 6.30$  MeV e  $V_C = 3.30$  MeV, con due buche intermedie di profondità  $V_{II} = 3.09$  MeV (buca superdeformata) e  $V_{III} = 2.65$  MeV (buca iperdeformata). A causa della modesta altezza del terzo punto di sella gli stati iperdeformati in  $V_{III}$  sono completamente smorzati dall'accoppiamento cogli stati non collettivi di nucleo composto alle energie corrispondenti e in pratica non osservabili in una reazione di fissione. I calcoli mostrano che lo stato fondamentale e il minimo superdeformato corrispondono a configurazioni mononucleari alle deformazioni quadrupolari  $\beta_2 = 0.30$  e  $\beta_2 = 0.64$ , rispettivamente. Il solo sistema dinucleare che può competere col mononucleo in prossimità di questi minimi è il sistema dinucleare con una particella  $\alpha$  come frammento leggero,  $^{236}\text{U} + ^4\text{He}$ . L'energia di questa configurazione dinucleare è  $\sim 1.5$  MeV maggiore dell'energia del mononucleo con lo stesso momento di quadrupolo nello stato fondamentale o nel minimo superdeformato.

Quando il sistema si avvicina al punto di sella A fra lo stato fondamentale e il minimo superdeformato, o al punto di sella B fra i minimi superdeformato e iperdeformato, la situazione cambia. Le energie potenziali del mononucleo e del sistema dinucleare con una particella  $\alpha$  sono sempre molto più basse delle energie delle altre configurazioni. In questi casi, però, il risultato è favorevole al sistema dinucleare con particella  $\alpha$ , la cui energia risulta  $\sim 0.5$  MeV inferiore a quella del mononucleo. Di conseguenza, al primo e al secondo punto di sella il nucleo assume una deformazione asimmetrica per riflessione rispetto a un piano perpendicolare all'asse di simmetria nucleare; questa previsione è in contrasto con quella di altri modelli, che predicono una forma asimmetrica rispetto a riflessione solo al punto di sella esterno.

Procedendo lungo la barriera di fissione oltre il secondo punto di sella l'asimmetria di massa cresce rapidamente: il minimo iperdeformato e il terzo punto di sella corrispondono alle configurazioni dinucleari  $^{82}\text{Ge} + ^{158}\text{Sm}$ , con momento d'inerzia  $\mathcal{S} = 307 \text{ } \square^2/\text{MeV}$ , e  $^{90}\text{Kr} + ^{150}\text{Ce}$ , rispettivamente. Data la modesta altezza del terzo punto di sella, gli stati iperdeformati nella terza buca hanno una vita media troppo breve per essere osservabili in una reazione di fissione.

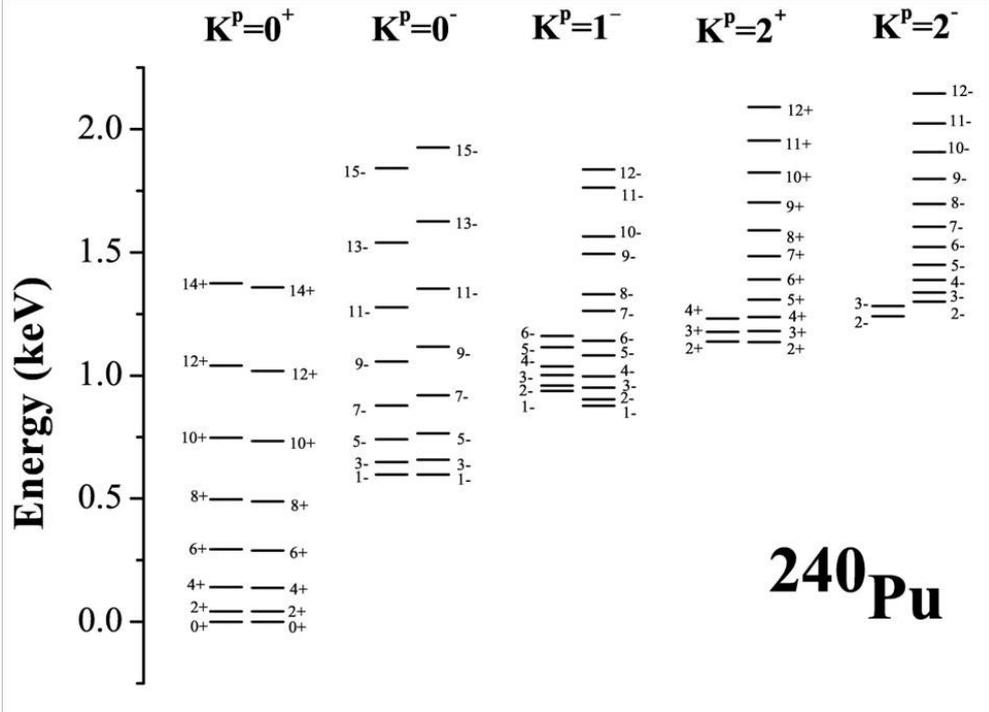
I calcoli sono stati eseguiti anche per i nuclei composti  $^{239}\text{Pu}$ , prodotto nella reazione  $^{239}\text{Pu}(n,n'f)$ , e  $^{238}\text{Pu}$ , prodotto nella reazione  $^{239}\text{Pu}(n,2nf)$ : le barriere di fissione calcolate hanno nei tre casi il primo punto di sella inferiore al secondo, in contrasto coi risultati empirici.

Venendo ora allo spettro collettivo, questo è in linea di principio ottenibile dalla diagonalizzazione di un Hamiltoniano dipendente dai 15 gradi di libertà già descritti. In pratica, comunque, l'interesse è limitato ai gradi di libertà collettivi che producono le bande rotazionali con basi al di sotto dei primi stati a poche quasiparticelle. Ad energie più elevate è più appropriato un formalismo di densità di livelli nucleari. Nella descrizione delle eccitazioni collettive fino al secondo punto di sella i gradi di libertà dominanti sono connessi al moto nell'asimmetria di massa, alla rotazione del sistema dinucleare nel suo complesso e alle rotazioni e vibrazioni quadrupolari del frammento pesante. Poiché i contributi principali alla funzione d'onda sono dovuti alla configurazione mononucleare e a quella dinucleare con particella  $\alpha$ , si possono trascurare le eccitazioni intrinseche del frammento leggero sferico. La forma dell'Hamiltoniano semplificato e i particolari del calcolo sono descritti in [11], dove il

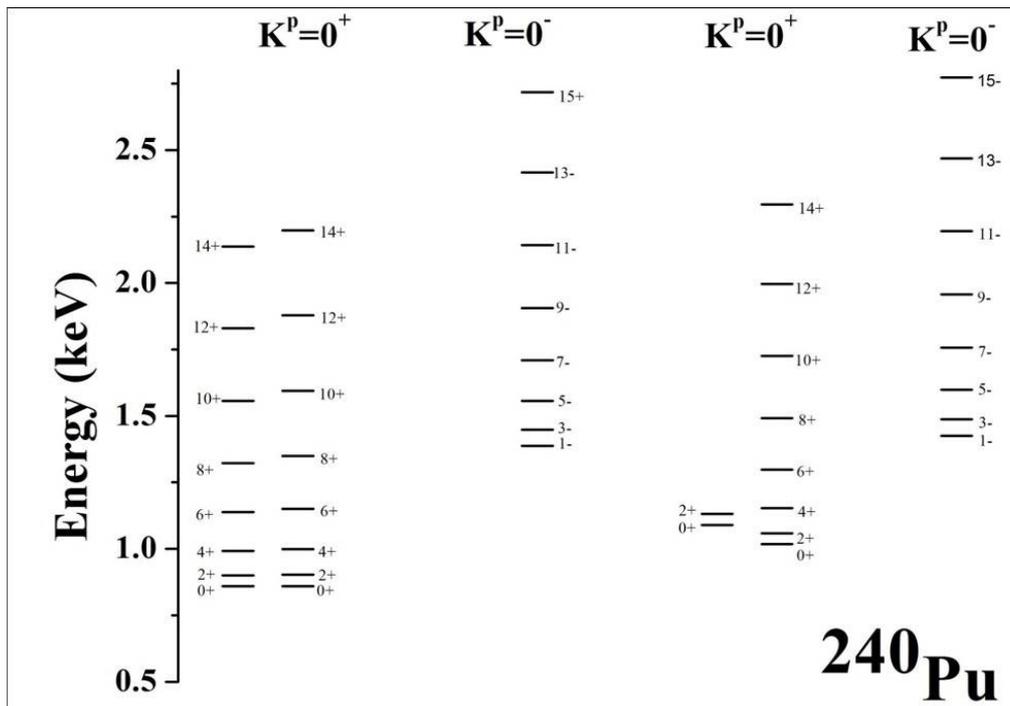
modello è applicato alla descrizione degli spettri di eccitazione di diversi attinidi a deformazione normale.

Le figure 2 e 3 mostrano il confronto fra lo spettro collettivo calcolato e quello sperimentale nella prima buca della barriera di fissione, corrispondente alla deformazione dello stato fondamentale. Gli stati collettivi sono organizzati in bande rotazionali, caratterizzate dalla proiezione  $K$  del momento angolare totale sull'asse di simmetria nucleare e dalla parità  $p$ , comune a tutti gli stati della banda. Il modello di sistema dinucleare, grazie al moto collettivo nell'asimmetria di massa, genera naturalmente deformazioni con multipolarità pari (quadrupolo) e dispari (dipolo, ottupolo) e corrispondenti parità positive e negative, rispettivamente.

La diagonalizzazione dell'Hamiltoniano di modello fornisce, oltre alle energie degli autostati, anche le corrispondenti funzioni d'onda, che possono essere utilizzate per calcolare gli elementi di matrice ridotti degli operatori di transizione elettromagnetica fra gli stati, che costituiscono, col confronto coi corrispondenti dati sperimentali, una verifica stringente della validità del modello. Esempi di calcoli di questo tipo nella regione degli attinidi sono descritti in [5].

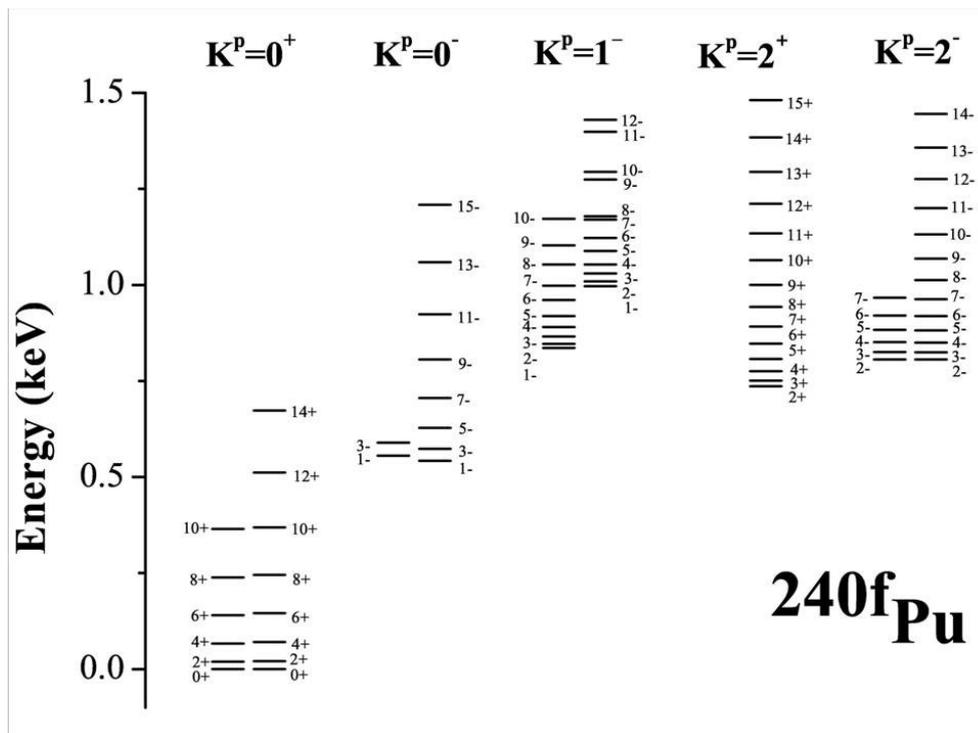


**Fig. 2 :** Confronto fra bande rotazionali sperimentali (a sinistra) e calcolate (a destra) per il nucleo  $^{240}\text{Pu}$  alla deformazione normale. Banda fondamentale ( $K^p = 0^+$ ) e bande laterali di basso  $K$ .



**Fig. 3** : Confronto fra bande rotazionali sperimentali (a sinistra) e calcolate (a destra) per il nucleo  $^{240}\text{Pu}$  alla deformazione normale. Altre bande laterali con  $K^p = 0^+$  e  $0^-$ .

In modo del tutto analogo si calcola lo spettro collettivo nella seconda buca della barriera di fissione, o buca superdeformata, confrontato in figura 4 collo spettro sperimentale. Le prime bande rotazionali con  $K^p = 0^+$  e  $2^+$  sono dovute all' eccitazione di vibrazioni  $\beta$  e  $\gamma$ , rispettivamente, del frammento pesante. La seconda banda con  $K^p = 0^+$  è costruita sull' eccitazione nel grado di libertà asimmetria di massa. Ogni banda di parità positiva è accompagnata da bande di parità negativa, che appaiono in conseguenza del peso non nullo dei sistemi dinucleari asimmetrici che producono la deformazione asimmetrica sotto riflessione rispetto a un piano perpendicolare all' asse di simmetria nucleare. Poiché il contributo dei sistemi dinucleari asimmetrici alla funzione d' onda nucleare è piuttosto modesto, dell' ordine del 2-3 %, la deformazione con asimmetria di riflessione non è stabile e gli stati di parità negativa sono spostati ad energie più alte dei corrispondenti stati a parità positiva.



**Fig. 4** : Confronto fra bande sperimentali (a sinistra) e calcolate (a destra) del nucleo  $^{240}\text{Pu}$  nella buca superdeformata. Le energie e le assegnazioni di spin e parità sperimentali sono tratte da [12].

Lo spettro collettivo cambia drasticamente struttura ai punti di sella della barriera, in quanto l'energia della configurazione dinucleare  $^{236}\text{U}-^4\text{He}$  diventa inferiore a quella mononucleare; di conseguenza, il peso dei sistemi dinucleari asimmetrici aumenta fino a circa il 15 % e ciò basta a stabilizzare la deformazione asimmetrica sotto riflessione, come risulta chiaramente dalla figura 5, che mostra lo spettro collettivo calcolato al secondo punto di sella.

La banda fondamentale contiene stati con tutti i momenti angolari,  $L$ , e parità  $p = (-1)^L$ . Per  $K \neq 0$  gli stati collo stesso momento angolare  $L$  e parità opposta sono degeneri in energia. Tale degenerazione non appare negli spettri a deformazione normale e superdeformato a causa del maggiore contributo della configurazione mononucleare.

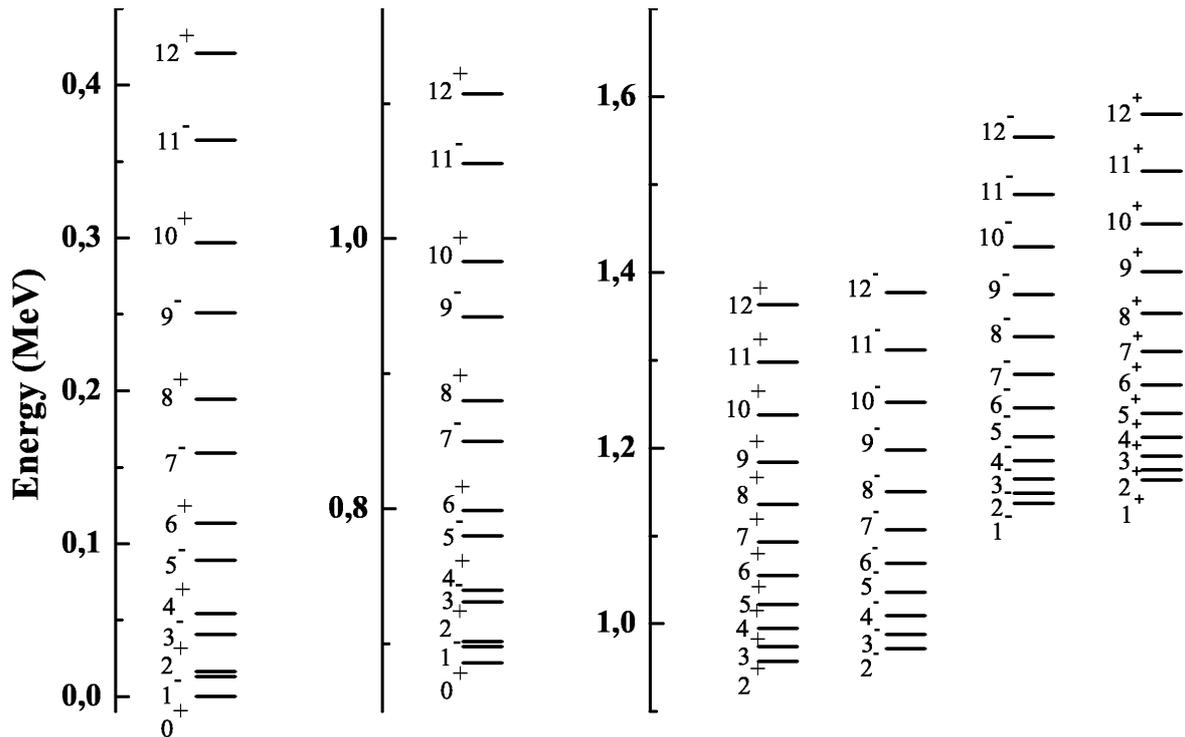


Fig. 5 : Lo spettro collettivo di  $^{240}\text{Pu}$  al secondo punto di sella.

Gli spettri collettivi ai punti di sella possono essere rappresentati con buona approssimazione da formule analitiche:

$$E(L, K, p, n_b, n_\gamma) = E_{f_i} + \varepsilon_i(K, \nu, p, n_b, n_\gamma, n_{m.a.}) + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_i} [L(L+1) - K^2],$$

$$K = 0 : L^p = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, \dots$$

$$K \neq 0 : L^p = K^\pm, (K+1)^\pm, (K+2)^\pm, \dots$$

(9)

$E_{f_i}$  sono le altezze dei punti di sella rispetto allo stato fondamentale del nucleo,  $\varepsilon_i(K, \nu, p, n_b, n_\gamma, n_{m.a.})$  sono le basi di banda e  $\mathfrak{I}_i$  i momenti d'inerzia. Le energie delle basi di banda vibrazionali si possono scrivere nella forma

$$\varepsilon_i(K, \nu, p, n_b, n_\gamma, n_{m.a.}) = \hbar \omega_b^{(i)} n_{m.a.} + \hbar \omega_b^{(i)} (2n_b + |K - \nu|) + \hbar \omega_\gamma^{(i)} (2n_\gamma + \nu), \quad (10)$$

$$K = 0, 1, 2, \dots, \nu = 0, 2, \dots, K.$$

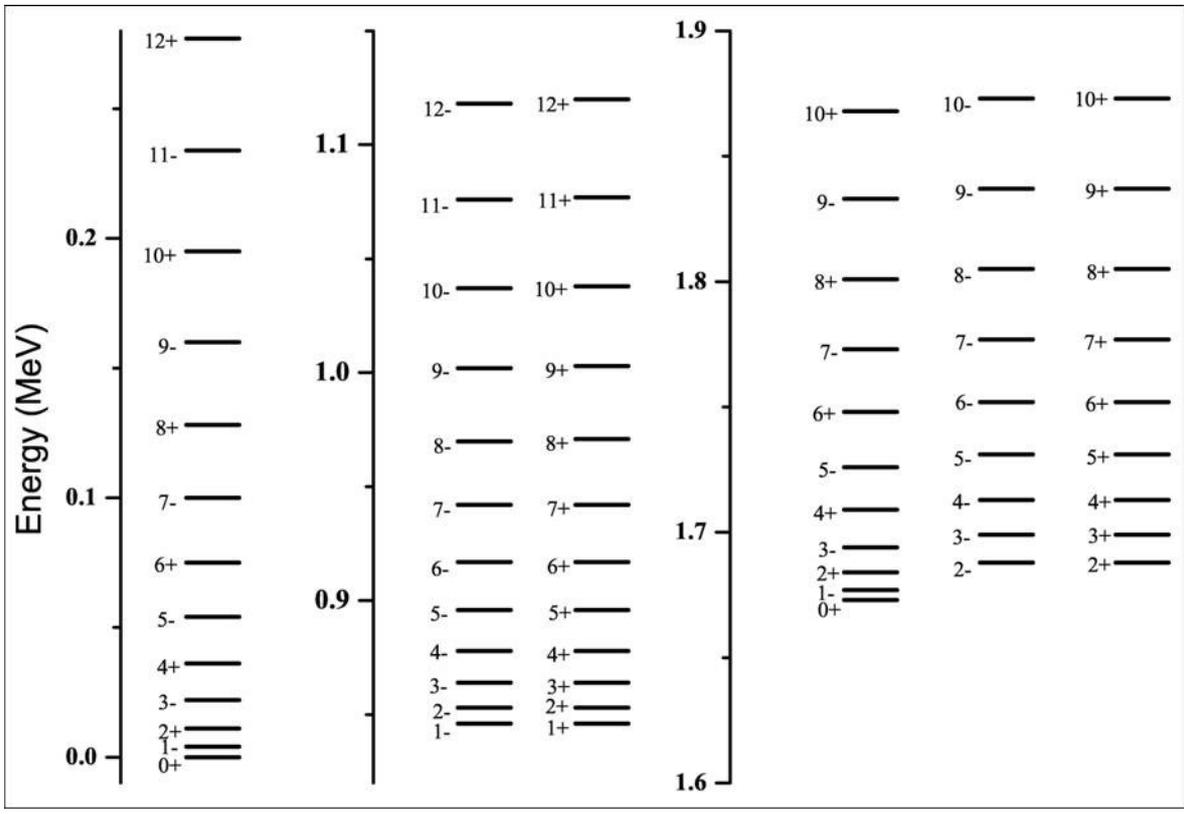
Nella formula (10),  $\hbar \omega_b^{(i)}$  è la frequenza delle vibrazioni nell'asimmetria di massa,  $\hbar \omega_b^{(i)}$  la frequenza delle piccole oscillazioni angolari del sistema dinucleare intorno alla configurazione polo contro polo,  $\hbar \omega_\gamma^{(i)}$  la frequenza delle vibrazioni  $\gamma$  del nucleo  $^{236}\text{U}$  nella configurazione dinucleare di minima energia  $^{236}\text{U}-^4\text{He}$ . Ai punti di sella, la vibrazione  $\beta$  manca perché è una vibrazione nella direzione di fissione. I valori di  $\hbar \omega_{m.a.}$ ,  $\hbar \omega_b$ ,  $\hbar \omega_\gamma$  e  $\hbar^2 / (2\mathfrak{I})$  al primo e secondo punto di sella, A e B rispettivamente, sono dati nella tabella seguente

Punto di sella	$\square\omega_B$ (MeV)	$\square\omega_{m.a.}$ (MeV)	$\square\omega_C$ (MeV)	$\square^2 / (2\mathcal{I})$ (MeV)
A	0.841	0.616	1.136	0.0037
B	1.137	0.686	0.957	0.0027

**Tab. 1 :** Energie delle basi di banda e costanti rotazionali al primo e secondo punto di sella del nucleo  $^{240}\text{Pu}$ .

Nella terza buca della barriera di fissione, la buca iperdeformata, e al terzo punto di sella, C, il nucleo assume la struttura di una vera e propria molecola dinucleare i cui costituenti sono due aggregati pesanti di massa comparabile, i preframmenti di fissione, con spettro collettivo in cui gli stati dello stesso momento angolare  $L$  sono degeneri nella parità in conseguenza della stabilità della deformazione asimmetrica sotto riflessione.

La figura 6 mostra lo spettro collettivo di  $^{240}\text{Pu}$  calcolato nella buca iperdeformata :



**Fig. 6 :** Spettro collettivo del nucleo  $^{240}\text{Pu}$  calcolato nella buca iperdeformata.

Mentre la spettroscopia nella buca fondamentale e in quella superdeformata di  $^{240}\text{Pu}$  consente un confronto diretto degli spettri calcolati col modello di sistema dinucleare con quelli sperimentali, tale possibilità non esiste per gli spettri discreti calcolati ai punti di sella, ma una conferma indiretta della loro attendibilità è fornita dalla loro identificazione con gli stati di transizione di Bohr che agiscono come stati porta nella fissione a bassa energia di eccitazione.

Nel modello statistico delle reazioni nucleari la fissione è un processo di nucleo composto, la cui sezione d'urto si può scrivere come il prodotto di una sezione d'urto di formazione del nucleo composto,  $\sigma_{c.n.}(E^*, J, p)$ , per una probabilità di fissione,  $P_f(E^*, J, p)$ , dipendente dall'energia di eccitazione,  $E^* = E_n + B_n$ , del nucleo composto:  $E_n$  è l'energia cinetica del neutrone incidente e  $B_n$  la sua energia di legame nel nucleo composto,  $J$  è il momento angolare dello stato di nucleo composto e  $p$  la corrispondente parità.  $P_f(E^*, J, p)$  può essere scritta come il rapporto fra il coefficiente di trasmissione del canale di fissione,  $T_f(E^*, J, p)$ , e la somma dei coefficienti di trasmissione di tutti i canali di reazione aperti all'energia di eccitazione  $E^*$

$$\sigma_{nf}(E_n) = \sum_{Jp} \sigma_{c.n.}(E^*, J, p) \frac{T_f(E^*, J, p)}{\sum_c T_c(E^*, J, p)} . \quad (11)$$

I coefficienti di trasmissione di fissione vengono usualmente calcolati risolvendo l'equazione di Schrödinger con un potenziale a picchi multipli nella coordinata di fissione,  $\beta$ , approssimato con una successione di potenziali parabolici continui colle loro derivate prime nei punti di giunzione

$$V_j(\beta) = V_j^0 + \frac{(-1)^j}{2} \mu_A (\square\omega_j)^2 (\beta - \beta_j)^2 , \quad j = 1, 2, \dots, 2N_h - 1 \quad (12)$$

che danno luogo ad andamenti  $V(\beta)$  come quelli rappresentati in figura 1.  $N_h$  è il numero di picchi della barriera,  $\mu_A$  è un parametro di massa inerziale approssimato dall'espressione semiempirica  $\mu_A = 0.054A^{5/3} \text{ MeV}^{-1}$ , mentre le altezze dei picchi e delle buche,  $V_j^0$ , e le curvature  $\square\omega_j$  sono usualmente aggiustate in modo da riprodurre le sezioni d'urto di fissione sperimentali. Nel caso di barriera singola,  $V(\beta) = V_0 + \frac{\mu_A}{2} (\square\omega)^2 \beta^2$ , che si presenta nell'ambito del puro modello a goccia, quando le correzioni di modello a strati responsabili della comparsa di picchi multipli sono trascurabili, il coefficiente di trasmissione è dato dalla nota formula di Hill-Wheeler :

$$T_{HW}(E^*) = \frac{1}{1 + \exp\left(2\pi \frac{V_0 - E^*}{\square\omega}\right)} .$$

In base all'ipotesi di Bohr, gli stati di transizione discreti sono disposti in bande collettive al di sopra dei picchi di barriera; nel caso il sistema abbia simmetria assiale, le bande possono essere caratterizzate dall'energia della base di banda,  $\varepsilon$ , dalla proiezione  $K$  del momento angolare totale  $J$  sull'asse di simmetria nucleare e dalla parità  $p$ . Al crescere dell'energia di eccitazione,  $E^*$ , gli spettri discreti evolvono in un continuo descritto da una densità di livelli,  $\rho(E^*, J, p)$ , al di sopra di una energia di taglio,  $E_c$ , che per i nuclei pari-pari si fa solitamente corrispondere alla più bassa energia di stato a due quasi-particelle.

I coefficienti di trasmissione di barriere multiple hanno espressioni più complesse della formula di Hill-Wheeler, ricavate in [13] in approssimazione JWKB per barriere doppie o

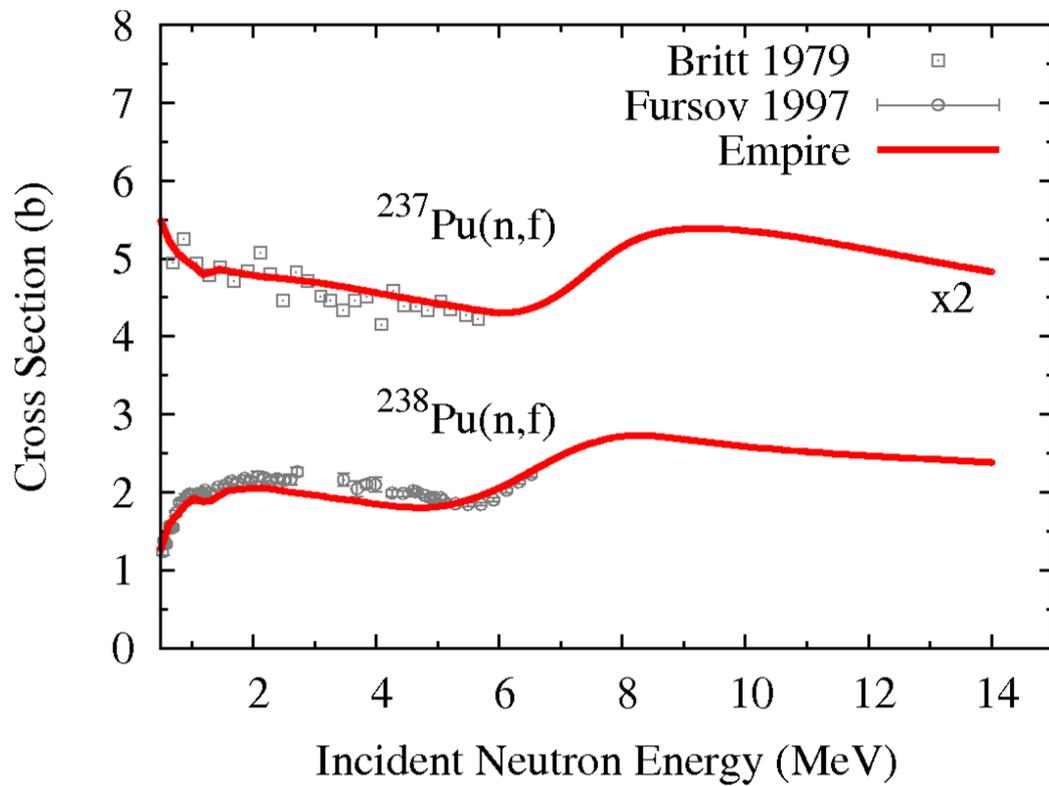
 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	ADPFISS – LP1 - 001	0	L	16	22

triple, includendo anche l' effetto di componenti immaginarie del potenziale nelle buche intermedie, nel quadro del modello ottico di fissione, che simula lo smorzamento degli stati collettivi nelle buche intermedie dovuto all' accoppiamento con gli stati di nucleo composto a deformazione normale. Il modello ottico di fissione fa parte dei modelli di reazioni nucleari (ottico, statistico, preequilibrio, ...) su cui è basato il sistema di codici Empire [14]. Nel presente lavoro, la sezione d' urto della reazione  $^{239}\text{Pu}(n,f)$ , in cui si forma il nucleo composto  $^{240}\text{Pu}$ , e quelle dei canali in competizione sono state calcolate con una versione modificata di Empire (versione 3.1 - Rivoli).

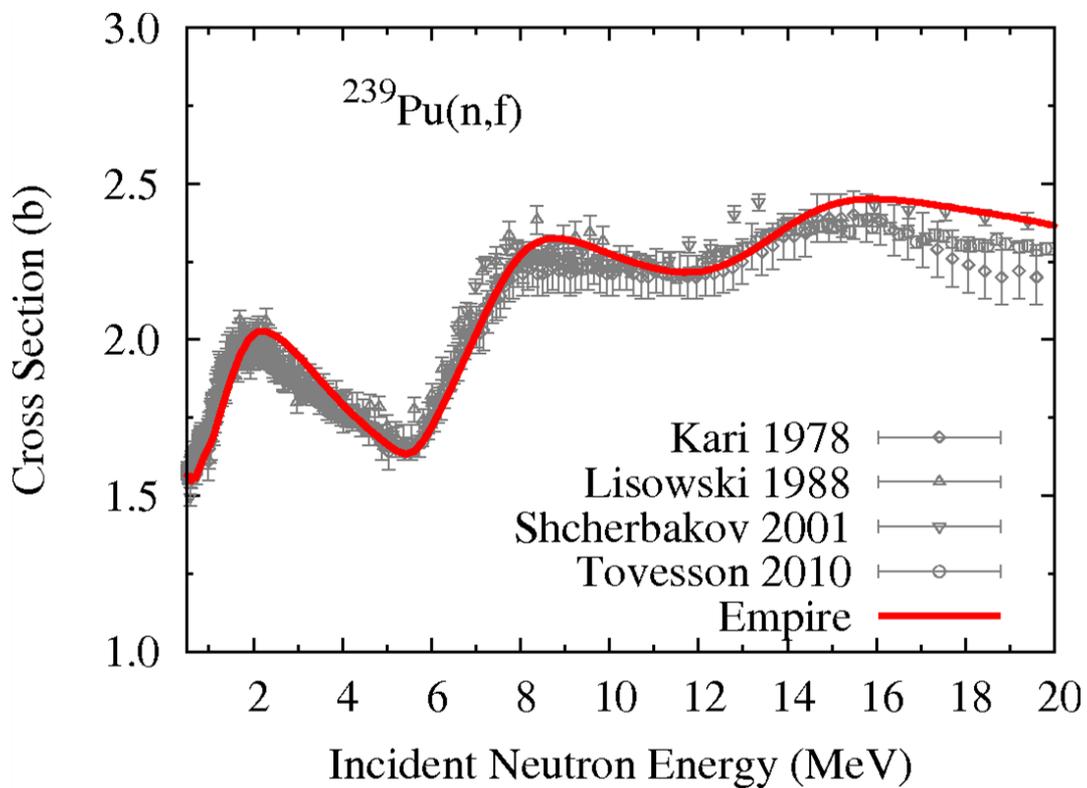
Oltre agli spettri discreti a deformazione normale, superdeformazione e iperdeformazione, corrispondenti, rispettivamente, alla buca dello stato fondamentale, alla seconda e alla terza buca della barriera di fissione, il modello di sistema dinucleare fornisce gli spettri di stati di transizione ai punti di sella. Qui, la forma di equilibrio favorita è quella asimmetrica sotto riflessione, dovuta alla maggiore influenza della configurazione dinucleare  $^{236}\text{U}-^4\text{He}$  rispetto alla configurazione mononucleare  $^{240}\text{Pu}$ . Oltre ai parametri della barriera di fissione, valutati nell' approccio macroscopico-microscopico alla Strutinsky, gli stati di transizione discreti e il continuo descritto da un formalismo di densità di livelli basato sul modello superfluido generalizzato contenuto in Empire, con un fattore collettivo dipendente dall' energia, sono gli ingredienti fondamentali del formalismo di fissione del codice. Mentre gli spettri collettivi teorici sono tenuti fissi nei calcoli di Empire, le altezze dei picchi e la profondità delle buche vengono aggiustate per meglio riprodurre i dati sperimentali di sezione d' urto; infatti, le presenti limitazioni del modello, che non prevede la possibilità di forme di equilibrio triassiali ai picchi interni, possono comportare una sovrastima delle altezze dei picchi stessi.

Per calcolare la sezione d' urto di fissione fino a  $E_n = 20$  MeV, i parametri di barriera e gli spettri collettivi sono stati calcolati non solo per  $^{240}\text{Pu}$ , il nucleo composto della reazione  $(n,f)$ , ma anche per  $^{239}\text{Pu}$ , nucleo composto della reazione  $(n,n'f)$ , e per  $^{238}\text{Pu}$ , nucleo composto della reazione  $(n,2nf)$ . Al fine di ridurre l' arbitrarietà dell' aggiustamento dei parametri, la barriera di  $^{239}\text{Pu}$  viene determinata in modo da riprodurre i dati sperimentali della reazione  $^{238}\text{Pu}(n,f)$  e la barriera di  $^{238}\text{Pu}$  è determinata in modo da riprodurre i dati sperimentali di  $^{237}\text{Pu}(n,f)$ , come mostrato nella figura 7.

Il risultato finale per la sezione d' urto di fissione di  $^{239}\text{Pu}$  è mostrato in figura 8, in confronto con una selezione di dati sperimentali recenti e affidabili. I valori adottati per le altezze e le curvature delle barriere sono mostrati in tabella 2: la lettera *A* si riferisce qui al primo picco, le lettere *II* alla buca isomerica, o superdeformata, e la lettera *B* al secondo picco; nel calcolo non si tiene conto della buca iperdeformata e del terzo picco perché hanno una influenza trascurabile sulla sezione d' urto di fissione, per le ragioni precedentemente spiegate. Riassumendo, una riproduzione ragionevole dei dati sperimentali è ottenuta a patto di modificare i parametri di barriera teorici, mentre gli spettri collettivi teorici nelle buche e ai picchi non sono stati toccati; l' assunzione di forme di equilibrio asimmetriche sotto riflessione ai picchi di barriera per tutte le energie di eccitazione appare compatibile coi dati sperimentali.



**Fig. 7 :** Sezioni d' urto di fissione di  $^{237}\text{Pu}$  e  $^{238}\text{Pu}$  . Curva rossa : calcolo di Empire 3.1; dati sperimentali :  $^{237}\text{Pu}$ : Britt 1979 [15];  $^{238}\text{Pu}$ : Fursov 1997 [16].



**Fig. 8 :** Sezione d' urto di fissione di  $^{239}\text{Pu}$ . Curva rossa : calcolo di Empire 3.1; dati sperimentali da [17-20].

Nucleo composto	$V_A$ (MeV)	$\square\omega_A$ (MeV)	$V_{II}$ (MeV)	$\square\omega_{II}$ (MeV)	$V_B$ (MeV)	$\square\omega_B$ (MeV)
$^{238}\text{Pu}$	5.93 (4.9)	0.99	2.0 (3.3)	0.50	4.63 (6.4)	0.60
$^{239}\text{Pu}$	6.25 (5.2)	0.92	2.20 (3.2)	0.50	5.66 (5.9)	0.50
$^{240}\text{Pu}$	5.74 (5.3)	0.94	2.0 (3.1)	0.50	4.85 (6.3)	0.65

**Tab. 2 :** Parametri di barriera di fissione di  $^{238,239,240}\text{Pu}$ . I valori calcolati col modello di sistema dinucleare sono entro parentesi.

#### 4. IL MODELLO DEL PUNTO DI SCISSIONE

Come appare dai calcoli, al di là del secondo punto di sella il nucleo comincia a svilupparsi nell'asimmetria di massa. Simultaneamente, il sistema dinucleare di data asimmetria di massa  $\xi$  ha la possibilità di decadere nella distanza relativa  $R$  e di subire fissione. La competizione fra questi due process determina la dinamica nucleare al di là del punto di sella.

Come primo passo verso la soluzione del problema, in questo lavoro si considera il caso limite di una configurazione di scissione ben definita, assumendo che l'equilibrio statistico fra i vari gradi di libertà si stabilisca prima del decadimento in  $R$  [6]. Diventa allora possibile calcolare le probabilità di diverse configurazioni al punto di scissione e, di conseguenza, descrivere varie caratteristiche della fissione, come le distribuzioni di massa, carica, energia cinetica ed angolari dei frammenti di fissione.

Si assume che il nucleo al punto di scissione sia un sistema dinucleare con i due frammenti in contatto. Il punto di scissione è caratterizzato dalla distanza  $R = R_b$ , dove  $R_b$  è la posizione della barriera esterna in termini della distanza fra i due frammenti. La probabilità di formazione di un sistema di due frammenti di massa e carica  $A_i$  e  $Z_i$  e deformazione  $\beta_i$  ( $i = 1,2$ ) si può scrivere nella forma di un fattore di Boltzmann

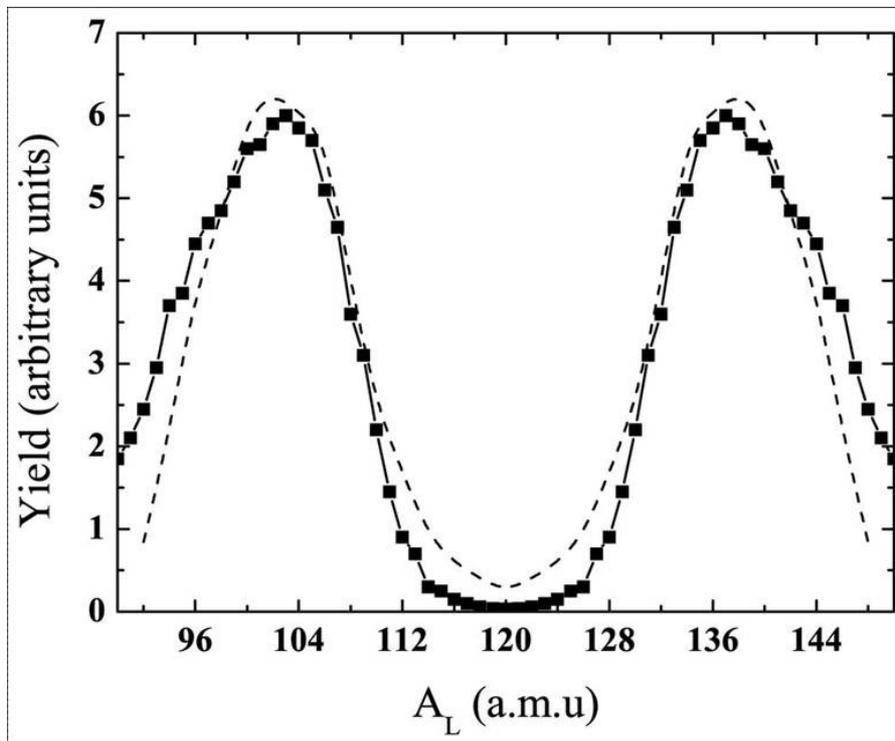
$$P(\{A_i, Z_i, \beta_i\}, R_b) = P_0 \exp\left[-\frac{U(\{A_i, Z_i, \beta_i\}, R_b)}{T}\right], \quad (13)$$

dove  $T$  è la temperatura connessa all'energia di eccitazione,  $T = (E^* / a)^{1/2}$ , dove il parametro di densità di livelli  $a$  è valutato dall'espressione empirica  $a = A / 12 \text{ MeV}^{-1}$ , con  $A$  il numero di massa del sistema e  $P_0$  una costante di normalizzazione. L'energia potenziale nella formula (13) è calcolata mediante la formula (1) per una coppia di frammenti con deformazione quadrupolare in configurazione polo contro polo. Il calcolo delle energie di legame dei frammenti tiene conto dello smorzamento delle correzioni di modello a strati al crescere dell'energia di eccitazione.

Usando il fattore di Boltzmann (13) si possono calcolare i valori medi delle masse dei frammenti,  $A_H$  e  $A_L$  ( $A_H \geq A_L$  per definizione), con  $A_H + A_L = A$ , e le corrispondenti deformazioni  $\beta_H$  e  $\beta_L$ : queste determinano la configurazione dinucleare più favorevole al punto di scissione. Per esempio, la distribuzione di massa dei frammenti in funzione della massa del frammento leggero,  $A_L$ , ha la forma

$$Y(A_L) = Y_0 \sum_{Z_L} \int \exp\left[-\frac{U(\{A_i, Z_i, \beta_i\}, R_b)}{T}\right] d\beta_1 d\beta_2 \quad . \quad (14)$$

La figura 9 mostra il risultato del calcolo della distribuzione di massa (14) per fissione di  $^{239}\text{Pu}$  indotta da neutroni termici in confronto coi dati sperimentali.



**Fig. 9** : Distribuzione di massa dei frammenti prodotti nella reazione  $^{239}\text{Pu}(n_{th},f)$ . Linea tratteggiata: calcolo col modello del punto di scissione; quadrati collegati dalla linea continua: dati sperimentali [23].

Se il nucleo al punto di scissione ha momento angolare totale  $J$  con proiezione  $M$  sulla direzione del fascio di neutroni incidenti è possibile determinare un insieme di stati caratterizzati dai numeri quantici  $J$  e  $M$  connessi all' eccitazione di diversi gradi di libertà rotazionali e vibrazionali della configurazione dinucleare più favorevole. In particolare, i gradi di libertà rotazionali corrispondono alle rotazioni indipendenti dei due frammenti e alle rotazioni del sistema dinucleare nel suo complesso.

L' Hamiltoniano che descrive le eccitazioni collettive del sistema dinucleare formato dai frammenti  $(A_H, Z_H)$  con deformazione  $\beta_H$  e  $(A_L, Z_L)$  con deformazione  $\beta_L$  si può scrivere nella forma

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{S}_H^\perp} (\hat{J}_H^2 - \hat{J}_{3H}^2) + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{S}_H^\parallel} \hat{J}_{3H}^2 + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{S}_L^\perp} (\hat{J}_L^2 - \hat{J}_{3L}^2) + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{S}_L^\parallel} \hat{J}_{3L}^2 + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{S}_0} \hat{J}_0^2 + U(\Omega_1, \Omega_2), \quad (15)$$

dove  $U(\Omega_1, \Omega_2)$  è l' energia potenziale del sistema dinucleare in funzione dell' orientamento relativo dei due frammenti,  $\hat{J}_H$  ( $\hat{J}_{3H}$ ),  $\hat{J}_L$  ( $\hat{J}_{3L}$ ) e  $\hat{J}_0$  sono, rispettivamente, i momenti angolare dei due frammenti (e le loro proiezioni sull' asse di simmetria del sistema) e il momento angolare relativo. Il momento d' inerzia relativo del sistema è indicato con  $\mathfrak{S}_0$ , mentre le quantità  $\mathfrak{S}_H^\perp$  ( $\mathfrak{S}_H^\parallel$ ) e  $\mathfrak{S}_L^\perp$  ( $\mathfrak{S}_L^\parallel$ ) sono i momenti d' inerzia perpendicolari (paralleli) dei frammenti calcolati nel limite di corpo rigido. La scelta dei valori di corpo rigido è giustificata dal fatto che il sistema al punto di scissione ha una energia di eccitazione elevata.

Diagonalizzando l' Hamiltoniano (15) si ottengono gli autovalori  $E_{JMp}^{\lambda K_H K_L}(A_{H,L}, Z_{H,L}, \beta_{H,L})$  e le autofunzioni  $\Psi_{JMp}^{\lambda K_H K_L}(\Omega_H, \Omega_L, \Omega_0)$ . Assumendo che il decadimento della configurazione al punto di scissione sia un processo rapido, la probabilità di emettere frammenti di fissione dallo stato  $\Psi_{JMp}^{\lambda K_H K_L}(\Omega_H, \Omega_L, \Omega_0)$  a un angolo  $\theta$  è data da

$$dP_{JMp}^{\lambda K_H K_L} = d\theta \sin \theta \int |\Psi_{JMp}^{\lambda K_H K_L}|^2 d\Omega_H d\Omega_L d\phi. \quad (16)$$

Nella formula (15) si è trascurato l' effetto sulla distribuzione angolare dell' eccitazione coulombiana successiva alla fissione.

La distribuzione angolare dei frammenti di fissione nel canale caratterizzato da momento angolare  $J$ , proiezione  $M$  e parità  $p$  alla temperatura  $T$  si può scrivere

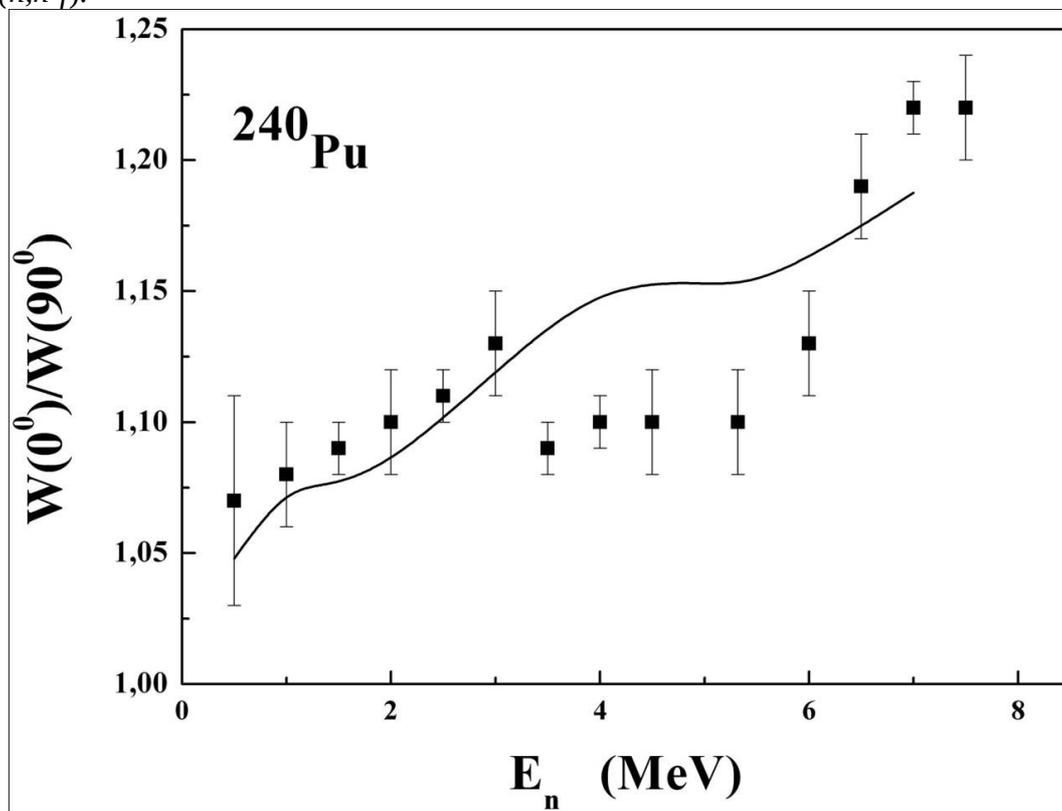
$$W_{JMp}(E^*, \theta) = A(J) \sum_{\lambda K_H K_L} \exp\left[-\frac{E_{JMp}^{\lambda K_H K_L}}{T(E^*)}\right] P_{JM}^{\lambda K_H K_L}, \quad (17)$$

dove  $A(J)$  è una costante di normalizzazione.

Sommando i contributi dei diversi canali è possibile calcolare la distribuzione angolare totale  $W(\theta)$ ; una quantità che si confronta comunemente coi dati sperimentali è l' anisotropia angolare  $W(\theta=0)/W(\theta=\pi/2)$  in funzione di  $E_n$ , mostrata in figura 10 per la reazione  $^{239}\text{Pu}(n,f)$  in confronto coi dati sperimentali.

I risultati teorici appaiono in buon accordo coi dati a bassa energia ( $E_n < 4$  MeV). Il comportamento a più alta energia, dove l' anisotropia angolare sperimentale prima decresce e poi torna a crescere rapidamente, può essere dovuto al bilancio di due effetti non ancora

inclusi nel modello. Il decremento di anisotropia angolare può essere collegato alla soglia di eccitazione di stati a due quasi-particelle nei frammenti della configurazione dinucleare più favorevole. Il rapido incremento al di sopra di 6 MeV è associato alla soglia della reazione  $^{239}\text{Pu}(n,n'f)$ .



**Fig. 10** : Anisotropia angolare dei frammenti di fissione in funzione dell' energia del neutrone incidente per la reazione  $^{239}\text{Pu}(n,f)$ . Dati sperimentali da [22].

## 5. CONCLUSIONI E PROSPETTIVE

Una versione preliminare del presente lavoro è stata pubblicata in [24]. La barriera di fissione del nucleo  $^{240}\text{Pu}$  è stata calcolata col metodo di Strutinsky e lo spettro collettivi nelle buche e ai picchi della barriera col modello di stato dinucleare. Gli spettri teorici nella buca fondamentale e nella buca isomerica sono in buon accordo coi dati sperimentali. Gli spettri di transizione ai picchi sono compatibili coi dati sperimentali della reazione  $^{239}\text{Pu}(n,f)$  a patto di aggiustare le altezze teoriche dei picchi, calcolate assumendo simmetria assiale a tutte le deformazioni. Una versione perfezionata del modello che include la possibilità di deformazioni trassiali è in corso di studio. Combinando il modello di sistema dinucleare con quello del punto di scissione è possibile calcolare le distribuzioni di massa e le anisotropie angolari dei frammenti di fissione : le prime sono in buon accordo coi dati sperimentali, le seconde devono essere migliorate introducendo gli effetti delle eccitazioni degli stati non collettivi e della reazione  $^{239}\text{Pu}(n,n'f)$ .

 <b>Ricerca Sistema Elettrico</b>	<b>Sigla di identificazione</b>	<b>Rev.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Pag.</b>	<b>di</b>
	ADPFISS – LP1 - 001	0	L	22	22

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] P. Möller *et al.*, Phys. Rev. C **79** (2009) 064304.
- [2] S. Goriely, S. Hilaire, A. J. Koning and R. Capote, Phys. Rev. C **83** (2011) 034601.
- [3] H. Abusara, A. V. Afanasjev and P. Ring, Phys. Rev. C **82** (2010) 044303.
- [4] Z. P. Li, T. Niksic, D. Vretenar, P. Ring and J. Meng, TMPhys. Rev. C **81** (2010) 064321.
- [5] T. M. Shneidman, G. G. Adamian, N. V. Antonenko, R. V. Jolos and W. Scheid, Phys. Rev. C **67** (2003) 014313.
- [6] A. V. Andreev, G. G. Adamian, N. V. Antonenko, S. P. Ivanova and W. Scheid, Eur. Phys. J. A **22** (2004) 51.
- [7] J. Maruhn and W. Greiner, Z. Phys. **251** (1972) 431.
- [8] G. G. Adamian, N. V. Antonenko, R. V. Jolos, S. P. Ivanova and O. I. Melnikova, Int. J. Mod. Phys. E **5** (1996) 191.
- [9] A. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure* (Benjamin, New York, Amsterdam, 1974).
- [10] T. M. Shneidman, G. G. Adamian, N. V. Antonenko, S. P. Ivanova and W. Scheid, Nucl. Phys. A **671** (2000) 119.
- [11] T. M. Shneidman, G. G. Adamian, N. V. Antonenko, R. V. Jolos and W. Scheid, in *Proc. 29<sup>th</sup> Workshop on Nuclear Theory* (Heron Press, Sofia, 2010), p. 142.
- [12] P. G. Thirolf and D. Habs, Prog. Part. Nucl. Phys. **49** (2002) 325.
- [13] M. Sin, R. Capote, A. Ventura, M. Herman and P. Obložinský, Phys. Rev. C **74** (2006) 014608.
- [14] M. Herman *et al.*, Nucl. Data Sheets **108** (2007) 2655.
- [15] H. C. Britt *et al.*, Nucl. Sci. Eng. **72** (1979) 222.
- [16] B. I. Fursov *et al.*, in *Nuclear Data for Science and Technology, Trieste, 1997* (Compositori, Bologna, 1997), Vol. 1, p. 488.
- [17] R. Kari and S. Cierjacks, Rep. KFK-273, KernForschungsZentrum Karlsruhe, 1978.
- [18] P. W. Lisowski *et al.*, in *Nuclear Data for Science and Technology, Mito, 1988*, p. 97.
- [19] O. Shcherbakov *et al.*, J. Nucl. Sci. Technol. Suppl. 2 (2002) 230.
- [20] F. Tovesson and T. S. Hill, Nucl. Sci. Eng. **165** (2010) 224.
- [21] S. Bjørnholm and J. E. Lynn, Rev. Mod. Phys. **52** (1980) 725.
- [22] J. E. Simmons and R. L. Henkel, Phys. Rev. **120** (1960) 198; R. B. Leachman and L. Blumberg, Phys. Rev. **137** (1965) B814.
- [23] C. Wagemans, E. Allaert, A. Deruytter, R. Barthelemy and P. Schillebeeckx, Phys. Rev. C **30** (1984) 218.
- [24] T. M. Shneidman, A. V. Andreev, M. T. Pigni, C. Massimi, G. Vannini and A. Ventura, EPJ Web of Conferences **38** (2012) 07001.